УДК 539.3

РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ ЖЕЛЕЗОБЕТОНА НА УДАРНЫЕ НАГРУЗКИ

Н. Н. Белов, О. В. Кабанцев*, А. А. Коняев**,

Д. Г. Копаница, В. Ф. Толкачев**, А. А. Югов, Н. Т. Югов***

Томский государственный архитектурно-строительный университет, 634003 Томск

- * 53 Центральный проектный институт Министерства обороны Российской Федерации, 125252 Москва
- ** Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики при Томском государственном университете, 634050 Томск
- *** Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 634050 Томск

E-mail: YugAlex@mail.ru

Предложена математическая модель, описывающая в рамках механики сплошной среды процессы деформирования и разрушения железобетона в условиях ударного нагружения. Решена задача об ударе стальных цилиндрических ударников по прямоугольным железобетонным плитам. Результаты математического моделирования удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: удар, разрушение, бетон, железобетон, математическое моделирование.

В работах [1-3] приведено решение задачи об ударном взаимодействии цилиндрических ударников с бетонными и железобетонными прямоугольными плитами. Для расчета разрушения бетона применен феноменологический подход, в котором критерии прочности выражаются через инвариантные связи между критическими значениями макрохарактеристик процесса (напряжений и деформаций). Поведение бетона при динамическом нагружении до выполнения критерия прочности описывается моделью линейного упругого тела, обладающего физико-механическими свойствами бетона. При достижении критерия прочности считается, что материал поврежден трещинами. Процесс фрагментации поврежденного материала описывается в рамках модели пористой упругопластической среды. Фрагментация поврежденного трещинами материала, подвергнутого действию растягивающих напряжений, происходит, когда относительный объем пустот достигает критической величины. Если поврежденный трещинами материал подвергнут действию сжимающих напряжений, то локальным критерием фрагментации является либо предельная величина работы пластических деформаций, либо однозначно связанная с ней предельная величина интенсивности пластических деформаций. Разрушенный материал ведет себя как гранулированная среда, которая выдерживает сжимающие и сдвиговые усилия, но не выдерживает растягивающих напряжений. Сравнение результатов математического моделирования по ударному взаимодействию стальных цилиндрических элементов с бетонными плитами и экспериментальных данных показало, что данный подход может быть

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 04-01-00856).

использован при расчете прочности элементов железобетонных конструкций на динамические нагрузки.

При расчете железобетонных конструкций слой бетона с арматурой моделируется упругопластической средой, представляющей собой гомогенную двухфазную смесь стали и бетона. В отличие от бетона, который разрушается хрупко, гомогенная двухфазная смесь стали и бетона разрушается так же, как пластичные материалы [4].

В [5–7] изложена математическая модель, позволяющая в рамках механики сплошной среды рассчитывать процессы деформирования и разрушения в пористой высокопрочной керамике в условиях взрывного и ударного нагружений. Одним из преимуществ этой модели является то, что она позволяет исследовать процесс разрушения в пористой керамике при многократном ударном нагружении. В [8] данная математическая модель использовалась при исследовании механизмов измельчения частиц для получения субмикронных порошков в пневмоциркуляционном аппарате. Эта модель достаточно легко адаптируется к расчету прочности пенобетонов на динамические нагрузки.

В данной работе модель динамического деформирования и разрушения пористой высокопрочной керамики использовалась для расчета прочности прямоугольных железобетонных плит при ударном взаимодействии со стальными цилиндрическими ударниками. Проведено сравнение полученных результатов с результатами расчетов в рамках феноменологического подхода и экспериментальными данными.

1. Математическая модель. Бетон содержит большое количество концентраторов напряжений: пор, границ зерен, трещин, на которых разрушение зарождается в области упругого деформирования. Микроразрушения в бетоне могут появиться при сжатии под действием девиаторных напряжений, что приводит к уменьшению сопротивления разрушению.

Неоднородная пористая среда представляет собой двухкомпонентный материал, состоящий из твердой фазы (матрицы) и включений (пор). Предполагается, что форма пор близка к сферической, а функция распределения их по размерам такова, что для всего ансамбля пор имеется некоторый характерный размер a_0 . Удельный объем пористой среды vпредставляется в виде суммы удельного объема материала матрицы v_m , удельного объема пор v_p и удельного объема v_t , занимаемого трещиной: $v = v_m + v_p + v_t$. Пористость материала характеризуется относительным объемом пустот $\xi = \xi_p + \xi_t$ ($\xi_p = v_p/v, \xi_t = v_t/v$ относительные объемы пор и трещин соответственно [1, 5–7]) либо параметром $\alpha = v/v_m$. Эти величины связаны зависимостью $\alpha = 1/(1 - \xi)$.

Система уравнений, описывающих движение пористой упругопластической среды, имеет вид

$$\frac{d}{dt} \int_{V} \rho \, dV = 0, \qquad \frac{d}{dt} \int_{V} \rho \boldsymbol{u} \, dV = \int_{S} \boldsymbol{n} \cdot \sigma \, dS, \qquad \frac{d}{dt} \int_{V} \rho E \, dV = \int_{S} \boldsymbol{n} \cdot \sigma \cdot \boldsymbol{u} \, dS,$$
$$e = \frac{s^{J}}{2\mu} + \lambda s, \qquad s : s = \frac{2}{3} \sigma_{\mathrm{T}}^{2}, \qquad p = \frac{\rho_{0}}{\alpha} \Big(\gamma_{0} \varepsilon + \frac{c_{0}^{2} (1 - \gamma_{0} \eta/2) \eta}{(1 - S_{0} \eta)^{2}} \Big), \tag{1.1}$$

где t — время; V — область интегрирования; S — поверхность, ограничивающая область интегрирования; n — единичный вектор внешней нормали; ρ — плотность; $\sigma = -pg + s$ — тензор напряжений; s — девиатор; p — давление; u — вектор скорости; $E = \varepsilon + u \cdot u/2$ — удельная полная энергия; ε — удельная внутренняя энергия; e = d - (d : g)g/3 — девиатор тензора скоростей деформаций; g — метрический тензор; $d = (\nabla u + \nabla u^{\mathrm{T}})/2$ — тензор скоростей деформаций; $s^J = \dot{s} + s\omega - \omega s$ — производная Яуманна — Нолла девиатора напряжений; $\mu = \mu_0(1-\xi)[1 - (6\rho_0c_0^2 + 12\mu_0)\xi/(9\rho_0c_0^2 + 8\mu_0)]$ — модуль сдвига; $\sigma_{\mathrm{T}} = \{\sigma_{\mathrm{min}} + (\sigma_{\mathrm{max}} - \sigma_{\mathrm{min}})kp/[(\sigma_{\mathrm{max}} - \sigma_{\mathrm{min}}) + kp]\}/\alpha$ — предел текучести; $\omega = (\nabla u^{\mathrm{T}} - \nabla u)/2$ — тензор

вихря; ρ_0 , c_0 , μ_0 , σ_{\min} , σ_{\max} , k, S_0 , γ_0 — константы материала матрицы; $\eta = 1 - \rho_0 v/\alpha$. Параметр λ исключается с помощью условия текучести.

Для замыкания системы (1.1) необходимы уравнения, описывающие изменение параметра α при растяжении и сжатии. Разрушение хрупких материалов происходит главным образом вследствие возникновения и роста микротрещин. Максимальное упругое полураскрытие монетообразной трещины под действием растягивающего напряжения, перпендикулярного плоскости трещины, определяется из соотношения [9]

$$\delta = -\frac{2(1-\nu)}{\pi\mu_0} Rp_m,$$

где ν — коэффициент Пуассона; R — радиус трещины; $p_m = \alpha p$ – давление в материале матрицы. Полагая, что при раскрытии трещины ее берега образуют эллипсоид вращения с полуосями δ , R, R, найдем объем трещины:

$$V_t = -\frac{8(1-\nu)}{3\mu_0} R^3 \alpha p.$$
(1.2)

Пусть в процессе нагружения не образуются новые трещины, а деформирование материала сопровождается ростом изначально существующих с характерным размером R. Тогда из (1.2) следует

$$\xi_t = -\frac{8(1-\nu)}{3\mu_0} N_0 R^3 \alpha p, \qquad (1.3)$$

где N_0 — число трещин в единице объема. Считая, что до начала фрагментации поврежденного трещинами материала объем пор остается неизменным и равен ξ_0 , имеем

$$\xi_t = \xi - \xi_0 = \frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_0 \alpha}.$$
(1.4)

Подставляя (1.4) в (1.3), окончательно получаем

$$p = -\frac{3\mu_0(\alpha - \alpha_0)}{8(1 - \nu)N_0\alpha_0 R^3 \alpha^2}.$$
(1.5)

Из уравнения (1.5) следует, что с увеличением радиуса трещины среднее давление уменьшается. Рост трещин определяется уравнением

$$\dot{R}/R = F_1 + F_2,$$

где $F_1 = (\alpha s_i - s_*)/\eta_1$ при $\alpha s_i > s_*, F_1 = 0$ при $\alpha s_i \leqslant s_*; F_2 = (|\alpha p| - p_*)/\eta_2$ при p < 0и $|\alpha p| > p_*, F_2 = 0$ при $p \ge 0$ или $|\alpha p| \leqslant p_*; s_i = \sqrt{(3/2)s:s}; s_* = s_{01}(1 - R/R_*);$ $p_* = p_0(1 - R/R_*); R_* = \beta/\sqrt[3]{N_0}; s_{01}, p_0, \eta_1, \eta_2, \beta$ — константы материала.

Слияние микротрещин в случае достаточно пластичных материалов происходит в результате их соприкосновения. Расчеты системы упругих трещин показывают, что их взаимодействие и слияние имеют место при расстояниях между концами ближайших трещин порядка двух-трех размеров трещин [10]. Критическое расстояние зависит от размера зоны вокруг трещины, где существенна концентрация напряжений. Построение модели, количественно описывающей слияние микродефектов вплоть до образования микроскопических фрагментов, является сложной задачей. Предполагается, что слияние микротрещин начинается, когда их характерный размер R при постоянном числе трещин в единице объема N_0 достигает критической величины $R_* = \beta/\sqrt[3]{N_0}$. Процесс фрагментации поврежденного трещинами материала и поведение разрушенного материала описываются в рамках модели пористой упругопластической среды. Система (1.1) замыкается уравнениями, связывающими давление p и пористость α :

— при сжати
и $(p \geqslant (2/3)\sigma_{\scriptscriptstyle \rm T} \ln{(\alpha/(\alpha-1))})$

$$\left(\gamma_0 \varepsilon \rho_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta/2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2}\right) - \frac{2}{3} \sigma_{\rm T} \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} = 0;$$

— при разгрузке ($p \leq -a_S \ln (\alpha/(\alpha - 1)))$

$$\left(\gamma_0 \varepsilon \rho_0 + \frac{\rho_0 c_0^2 (1 - \gamma_0 \eta/2) \eta}{(1 - S_0 \eta)^2}\right) + a_S \ln \frac{\alpha}{\alpha - 1} = 0$$

Фрагментация поврежденного трещинами материала, подвергнутого воздействию растягивающих напряжений, происходит, когда относительный объем пустот достигает критической величины $\xi_* = (\alpha_* - 1)/\alpha_*$. Если поврежденный трещинами материал подвергнут воздействию сжимающих напряжений, то критерием фрагментации является предельная величина интенсивности пластических деформаций

$$e_u = (\sqrt{2}/3)\sqrt{3T_2 - T_1^2}$$

 $(T_1, T_2$ — первый и второй инварианты тензора деформаций соответственно). При растяжении фрагментированный материал моделируется как порошок, движение которого происходит в соответствии с уравнениями среды при отсутствии напряжений [2].

При расчете железобетонных плит слой бетона с арматурой заменяется упругопластической средой [1], представляющей собой гомогенную двухфазную смесь стали и бетона, начальная плотность которой $\rho_{0,\text{жб}}$ определяется по формуле

$$\rho_{0 \text{ж6}} = \nu_1 \rho_{0 \text{c}} + \nu_2 \rho_{0 \text{6}},$$

где ν_1 , ν_2 , ρ_{0c} , ρ_{0b} — начальные объемные концентрации и плотности стали и бетона $(\nu_1 + \nu_2 = 1)$. Объемные концентрации определяются через площади, занятые сталью и бетоном в сечении, перпендикулярном направлению арматурного стержня:

$$\nu_1 = \pi d_1 n / (4L), \qquad \nu_2 = 1 - \nu_1.$$

Здесь L — длина стержня; n — число прутков в полосе длиной L; d_1 — диаметр прутка. Уравнение состояния железобетона (смеси) имеет вид

$$p_m = \frac{\rho_{0 \mathbf{x} \mathbf{6}} c_{0S}^2 (1 - \gamma_S \eta/2) \eta}{(1 - S_{0S} \eta)^2} + \gamma_S \rho_{0 \mathbf{x} \mathbf{6}} \varepsilon,$$

где $\eta = 1 - \rho_{0 \pm 6} v$; v — удельный объем смеси; γ_S — коэффициент Грюнайзена; $v_{0 \pm 6} = 1/\rho_{0 \pm 6}$.

Коэффициенты c_{0S} и S_{0S} линейной зависимости скорости ударной волны D в смеси от массовой скорости и $D = c_{0S} + S_{0S}u$ определяются по ударным адиабатам компонентов смеси:

$$D_i = c_{0i} + S_{0i}u_i \qquad (i = 1, 2).$$

Коэффициент Грюнайзена γ_S для смеси определяется через коэффициенты Грюнайзена компонентов γ_{0i} :

$$\frac{v_{0 \mathsf{ж} \mathsf{б}}}{\gamma_S} = \sum_{i=1}^2 \frac{m_i v_{0i}}{\gamma_{0i}}.$$

Модуль сдвига смеси μ_{0S} и предел текучести σ_{TS} определяются по формулам

$$\mu_{0S} = 1/(\nu_1/\mu_{01} + \nu_2/\mu_{02}), \qquad \sigma_{\mathrm{T}S} = m_1\sigma_{\mathrm{T}1} + m_2\sigma_{\mathrm{T}2},$$

где $m_i = \nu_i \rho_{0i} / \rho_{0,\text{жб}}$ — массовые концентрации стали (i = 1) и бетона (i = 2) в армированном слое бетона; μ_{0i} , $\sigma_{\text{т}i}$ (i = 1, 2) — модули сдвига и пределы текучести компонентов смеси соответственно.

2. Результаты расчетов. Параметры модели деформирования и разрушения бетона при динамических нагрузках определялись с учетом экспериментальных данных по ударному нагружению плит из мелкозернистого бетона стальными ударниками при скоростях соударения 130–700 м/с [6]. Ударники представляли собой цилиндры диаметром 7,6 мм постоянной массы 8,1 г. Толщина плит 200 мм.

Соударение происходило под углом 90° к лицевой поверхности плиты. Во всех рассмотренных случаях ударники при проникании оставались практически недеформированными. На рис. 1 представлена зависимость глубины проникания ударников в бетон L_k от скорости удара V_0 . Уточнение параметров модели осуществлялось по глубине проникания и диаметру лицевого откола.

Физико-механические характеристики материалов и параметры моделей следующие: для бетона $\rho_0 = 2,2 \text{ г/см}^3$, $\mu_0 = 17 \text{ ГПа}$, $c_0 = 0,233 \text{ см/мкс}$, $\gamma_0 = 2, S_0 = 1,51$, $\sigma_{\min} = 0,0077 \text{ ГПа}$, $\sigma_{\max} = 0,216 \text{ ГПа}$, k = 0,82, $\nu = 0,256$, $R_0 = 2,5 \text{ мкм}$, $R_* = 11,6 \text{ мкм}$, $N_0 = 64 \cdot 10^7 \text{ см}^{-3}$, $\eta_1 = 7000 \text{ ГПа} \cdot \text{мкс}$, $\eta_2 = 800 \text{ ГПа} \cdot \text{мкс}$, $p_0 = 0,00924 \text{ ГПа}$, $S_{01} = 0,0924 \text{ ГПа}$, $\beta = 1, \alpha_0 = 1,01, a_S = 0,042 \text{ ГПа}$, $\xi_* = 0,013, e_u^* = 0,15$, для стали $\rho_0 = 7,85 \text{ г/см}^3$, $\mu_0 = 82 \text{ ГПа}$, $c_0 = 0,457 \text{ см/мкс}$, $\gamma_0 = 2, S_0 = 1,49$, $\sigma_{\min} = 0,6 \text{ ГПа}$, $\alpha_0 = 1,0006$, $a_S = 0,29 \text{ ГПа}$, $\xi_* = 0,3, e_u^* = 1$.

Результаты расчетов и данные экспериментов [6] для двух скоростей удара приведены в таблице (u_0 — скорость соударения; L_k — глубина кратера; D_k — диаметр лицевого откола; d_0 — диаметр ударника). Эксперименты проводились на баллистическом стенде Научно-исследовательского института прикладной математики и механики при Томском государственном университете.



Рис. 1. Зависимость глубины проникания L_k от скорости удара V_0

Вид исследования	$u_0 = 244$ м/с		$u_0 = 370 { m m/c}$	
	L_k , MM	D_k	L_k , MM	D_k
Расчет по феноменологической модели	17,3	$2,4d_0$	$24,\!6$	$3,\!8d_0$
Расчет по предложенной модели	16,3	$4,5d_0$	$26,\!6$	$6d_0$
Эксперимент	18,0		28,0	$5,\!3d_0$

При расчете по обеим моделям качественная картина взаимодействия цилиндрических ударников с бетонной плитой соответствует экспериментальным данным по форме кратеров, наличию лицевого откола, незначительной деформации ударника. Вместе с тем имеются различия между расчетными и экспериментальными значениями некоторых параметров. Так, при расчете с использованием феноменологического подхода отличие глубины кратера от полученной в эксперименте составляет 4 и 12 % для скоростей удара $u_0 = 244, 370$ м/с соответственно. При расчете по предложенной модели различие значений L_k для данных скоростей удара составляет 9 и 5 %. Во всех рассмотренных случаях глубина кратера в расчетах меньше, чем в эксперименте. При расчете по обеим моделям различие глубины кратера незначительно.

Величины диаметра лицевого откола, полученные в расчетах и в эксперименте, существенно различаются. Если при использовании феноменологического подхода максимальный диаметр лицевого откола для указанных скоростей удара составляет $2,4d_0$ и $3,8d_0$, то при использовании изложенной модели — $4,5d_0$ и $6d_0$. В эксперименте удалось измерить лицевой откол только для скорости удара $u_0 = 370$ м/с. Его максимальный диаметр составляет $5,3d_0$ и отличается от полученных в расчетах на 28 и 13 %. С учетом данных работы [11], в которой отмечено, что диаметр лицевых отколов в бетоне при нагружении ударниками в данном диапазоне скоростей составляет $4d_0 \div 6d_0$, можно сделать вывод, что результаты, полученные по предложенной модели, в большей степени соответствуют имеющимся экспериментальным данным.

Для верификации модели деформирования и разрушения железобетонных плит при ударном нагружении были проведены экспериментальные исследования. Бетонные плиты толщиной 24 и 36 мм армировались двумя слоями стальной сетки вблизи лицевой и тыльной поверхностей. Толщина стальной проволоки 1,2 мм, размер ячейки 5 × 5 мм. Ударник представлял собой компактный цилиндр (высота равна диаметру и составляет 7,65 мм) либо удлиненный цилиндр диаметром 7,65 мм и высотой 23 мм. Диапазон скоростей соударения $u_0 = 340 \div 750$ м/с. В эксперименте фиксировались запреградная скоростей ударника, диаметры лицевого и тыльного отколов. Различие запреградных скоростей ударника в расчетах и экспериментах не превышало 6 %, диаметров лицевого откола — 8 %, диаметров тыльного откола обусловлено тем, что в расчетах максимальный размер преграды составляя 5,8 диаметра ударника, в то время как в экспериментах — 7,8 диаметра ударника.

На рис. 2 представлены фотографии лицевого и тыльного отколов в железобетонной плите толщиной 24 мм при ударе по ней компактным цилиндром со скоростью 462 м/с.



Рис. 2. Фотографии лицевого (*a*) и тыльного (*б*) отколов в железобетонной плите при ударе по ней компактным ударником со скоростью $u_0 = 462 \text{ м/c}$



Рис. 3. Картина разрушения в железобетонной плите при ударе по ней компактным ударником со скоростью $u_0 = 462$ м/с



Рис. 4. Фотографии лицевой (a) и тыльной (б) поверхностей железобетонной плиты при ударе по ней удлиненным ударником со скоростью $u_0 = 458$ м/с

На рис. 3 приведена картина разрушения в железобетонной плите при ударе по ней компактным ударником, полученная в момент его полной остановки с использованием изложенной выше модели. Как и в эксперименте, в плите образовались лицевой и тыльный отколы. Ударник, пробив два слоя армирующей сетки, расположенные вблизи лицевой поверхности преграды, остановился при соприкосновении с армирующими слоями около тыльной поверхности.

На рис. 4 приведены фотографии лицевой и тыльной поверхностей железобетонной плиты толщиной 24 мм после ударного взаимодействия с удлиненным цилиндрическим ударником со скоростью $u_0 = 458$ м/с.

На рис. 5 представлены картины разрушения в железобетонной плите, полученные с использованием феноменологического подхода и модели, изложенной выше. Различие результатов, полученных в расчетах с использованием феноменологической модели, и экспериментальных данных по запреградной скорости ударника составляет 6 %, по диаметру лицевого откола — 3 %, по диаметру тыльного откола — 26 %, а различие результатов, полученных с использованием предложенной модели, и экспериментальных данных — соответственно 4, 3 и 26 %.

Заключение. Сравнение данных математического моделирования с результатами проведенных экспериментов показало, что обе модели могут быть использованы при рас-



Рис. 5. Картина разрушения в железобетонной плите: *a* — расчет по феноменологической модели; *б* — расчет по предложенной модели

чете разрушений в железобетоне в условиях динамического нагружения. Преимущество модели, предложенной в данной работе, состоит в том, что она может быть обобщена для расчета деформаций и разрушений в высокопористых бетонах, в том числе в керамзитобетоне. Кроме того, в рамках этой модели можно исследовать прочность элементов железобетонных конструкций при многократных ударах, что позволяет использовать ее для разработки инженерных критериев при проектировании сейсмостойких зданий с железобетонным каркасом.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Белов Н. Н., Копаница Д. Г., Кумпяк О. К., Югов Н. Т. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные воздействия. Томск: STT, 2004.
- Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г., Югов А. А. Расчет прочности конструкций из бетонных и железобетонных плит при высокоскоростном ударе // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. С. 165–173.
- Афанасьева С. А., Белов Н. Н., Копаница Д. Г. и др. Разрушение бетонных и железобетонных плит при высокоскоростном ударе и взрыве // Докл. РАН. 2005. Т. 401, № 2. С. 185–188.
- 4. Белов Н. Н., Демидов В. Н., Ефремова Л. В. и др. Компьютерное моделирование динамики высокоскоростного удара и сопутствующих физических явлений // Изв. вузов. Физика. 1992. Т. 35, № 8. С. 5–48.
- 5. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г., Югов А. А. Динамика удара и сопутствующие физические явления. Томск: STT, 2005.
- 6. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Афанасьева С. А. и др. Исследование процессов деформирования и разрушения хрупких материалов // Механика композиционных материалов и конструкций. 2001. Т. 7, № 2. С. 131–142.
- 7. Афанасьева С. А., Белов Н. Н., Толкачев В. Ф. и др. Особенности ударно-волнового деформирования пористой керамики Al₂O₃ // Докл. РАН. 1999. Т. 368, № 4. С. 477–479.
- 8. Белов Н. Н., Бирюков Ю. А., Росляк А. Т. и др. Механизм измельчения частиц при получении субмикронных порошков тугоплавких соединений в пневмоциркуляционном аппарате // Докл. РАН. 2004. Т. 397, № 3. С. 337–341.

- Seaman L., Curran D. R., Shockey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, N 11. P. 4814–4826.
- 10. Салганик Р. Л. Механика тел с большим числом трещин // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1973. № 4. С. 149–158.
- 11. Исаев А. Л. Влияние армирования бетона на результаты динамического нагружения внедряющимися телами // Тр. Междунар. конф. "Ш Харитоновские темат. науч. чтения", Саров, 26 февр. — 2 марта 2001 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2002. С. 150–156.

Поступила в редакцию 19/Х 2005 г.