

УДК 532.526:533.6.011

Устойчивость и трехволновое взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с массообменом на стенке*

С.А. Гапонов, Н.М. Терехова

*Институт теоретической и прикладной механики
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: gaponov@itam.nsc.ru

В линейном и нелинейном приближении (слабонелинейная теория устойчивости) рассмотрено взаимодействие возмущений в пограничном слое сжимаемого газа при наличии массообмена (вдува или отсоса газа) на поверхности. Рассмотрены режимы умеренных (число Маха $M = 2$) и высоких ($M = 5,35$) сверхзвуковых скоростей потока. Показано, что отсос с поверхности приводит к значительному изменению линейной эволюции возмущений: вихревые возмущения первой моды и акустические возмущения второй моды стабилизируются, степень изменения определяется интенсивностью отсоса. Рассмотрены нелинейные взаимодействия в трехволновых системах между вихревыми волнами в несимметричных триплетах при $M = 2$ и между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) — в симметричных при $M = 5,35$. В последних волной накачки выступает плоская акустическая волна, которая возбуждает трехмерные субгармонические компоненты вихревой природы. Показано, что с помощью отсоса можно значительно затянуть область перехода, тем самым уменьшить сопротивление трения. В режиме вдува газа происходят сильные деформации средних полей пограничных слоев, приводящие к дестабилизации вихревых и акустических волн в линейной области и активизирующие нелинейные процессы в области перехода. Можно ожидать, что это приведет к ускорению турбулизации при сверхзвуковом обтекании.

Ключевые слова: сверхзвуковой пограничный слой, гидродинамическая устойчивость, ламинарно-турбулентный переход.

Введение

В настоящее время при создании летательных аппаратов большое внимание уделяется характеру течения вблизи их поверхностей — в пограничном слое. Этот интерес связан в первую очередь с известным фактом, что путем ламинаризации течения можно снизить сопротивление трения и повысить экономичность аппаратов, например, самолетов. Поэтому чрезвычайно важно уметь предсказывать положение ламинарно-турбулентного перехода и управлять им.

Можно считать общепризнанным, что процесс перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентное состояние при малой интенсивности внешних возмущений состоит из трех условно разделяемых этапов: генерация волн пограничного слоя, их усиление по законам линейной теории и нелинейное разрушение

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-01-00767а).

ламинарного режима течения. Каждому этапу в перечисленной последовательности соответствуют характерные области в пространстве по мере возрастания расстояния от передней кромки модели. Отметим, что как линейное, так и нелинейное развитие процесса перехода определяется свойствами исходного течения, а именно, его устойчивостью. Существуют несколько методов формирования устойчивых течений в пограничных слоях.

Влияние отсасывания на устойчивость и ламинарно-турбулентный переход дозвукового пограничного слоя, в частности, рассмотрено в монографии [1]. Использование массообмена с обтекаемой поверхностью в виде вдува или отсоса газа для создания или поддержания определенного режима течения относится к пассивным методам управления. При этом создаются такие условия и определенные характеристики пограничных слоев, которые обеспечивают заданные параметры возмущений в области потери устойчивости и перехода. При использовании отсоса производится удаление из пристенных областей низкоскоростных объемов газа, в результате чего профили средних скоростей становятся более наполненными, это приводит к увеличению их устойчивости, повышению критических чисел Рейнольдса и затягиванию перехода. Пограничные слои становятся более тонкими, а такие слои имеют меньшую склонность к переходу в турбулентное состояние [2]. Напротив, при вдуве газа сами пограничные слои становятся более толстыми, наполненность их уменьшается с тенденцией к появлению на них локальных перегибов, что ускоряет линейные процессы развития возмущений, уменьшает запас устойчивости и ускоряет переход. Течение с кратковременным вдувом часто применяют для усиления обменных процессов в проблемных областях.

Многочисленные результаты расчетов по влиянию отсасывания на устойчивость дозвукового пограничного слоя убедительно свидетельствуют о весьма эффективном стабилизирующем действии отсасывания. Таким образом, течение в пограничном слое при отсасывании сохраняется ламинарным не только благодаря уменьшению толщины слоя, но также, и притом в гораздо большей степени, благодаря повышению предела устойчивости профилей скорости. Как показали результаты расчетов, приведенных в работе [3], отсасывание можно использовать и для стабилизации сверхзвукового пограничного слоя. Следует при этом указать на малое количество данных по устойчивости сжимаемого пограничного слоя. Прежде всего, это касается данных по степеням усиления возмущений в зависимости от частоты. Отсутствуют работы по влиянию отсасывания при высоких числах Маха, которое не изучалось при нелинейном развитии возмущений в сверхзвуковом пограничном слое.

В настоящей работе получены новые результаты по влиянию отсасывания и вдувания массы газа с поверхности как на характеристики линейной устойчивости, так и на нелинейное развитие возмущений. В качестве примера рассматривался пограничный слой на пластине с распределенным массообменом, не нарушающим автомодельность течения в пограничном слое. Это обеспечивалось тем, что скорость отсасывания вдоль пластины изменялась обратно пропорционально корню квадратному продольной координаты.

Рассмотрены режимы умеренных ($M = 2$) и высоких сверхзвуковых значений чисел Маха ($M = 5,35$), стандартные для аэродинамических труб, на которых можно экспериментально проверить результаты теоретического моделирования.

Известно, что существует несколько сценариев перехода к турбулентности. При малых уровнях внешних возмущений после линейного усиления наступает стадия нелинейного взаимодействия волн. Одной из наиболее типичных и часто реализуемых начальных стадий нелинейности является субгармонический трехволновый резонанс, хорошо исследованный для дозвукового пограничного слоя [2, 4].

Понимание природы физических процессов, сопутствующих эволюции возмущений в сверхзвуковых пограничных слоях, имеет важное фундаментальное значение. Вместе с тем для сверхзвуковых потоков нелинейное развитие волн в пограничных слоях все еще недостаточно исследовано. Существует ограниченное число теоретических работ, в которых изучался субгармонический трехволновый резонанс в сверхзвуковом пограничном слое на теплоизолированной поверхности [5–7].

В случае течения сжимаемого газа теоретические исследования осложняются необходимостью учета возмущений температуры и плотности. При высоких числах Маха помимо собственных колебаний — бегущих волн вихревой природы (синонимы: волны Толлмина–Шлихтинга, вязкие волны, возмущения первой моды) — появляются возмущения, связанные с возбуждением акустических мод, из которых в данном диапазоне чисел Маха максимально нарастающей является вторая мода [3].

В настоящей работе рассмотрена линейная эволюция возмущений при двух числах Маха, и в рамках слабонелинейной теории устойчивости проведено теоретическое исследование возможности реализации трехволновых взаимодействий в пограничном слое сжимаемого газа при разных значениях вдува и отсоса газа, осуществляемых на обтекаемой поверхности.

Основные соотношения и методы решения

Для получения средних характеристик пограничного слоя совместно решается следующая система для динамического и теплового пограничных слоев в автомодельных переменных Блазиуса ($U = E'$) [3]:

$$2E''' + EE' = 0,$$

$$2T'' + \sigma ET' + 2\sigma(\gamma - 1)M^2 E''^2 = 0;$$

граничные условия для динамического пограничного слоя запишутся в виде

$$E = Cq, \quad E' = 0 \quad (y = 0); \quad E' = 1 \quad (y = \infty),$$

а для теплового пограничного слоя на теплоизолированной стенке

$$T' = 0 \quad (y = 0), \quad T = 1 \quad (y = \infty).$$

Здесь σ — число Прандтля, $\gamma = C_p/C_v$, $Cq = -\text{Re}_\delta V_w T_w$.

Основные положения нелинейной модели взаимодействия в трехволновых резонансных системах для сжимаемых пограничных слоев подробно изложены в работах [5, 8]. Приведем некоторые необходимые положения. Обозначим через ε масштаб амплитуд пульсационного поля ($\varepsilon \ll 1$). Рассматривается возмущенное поле скоростей, плотности, давления и температуры сжимаемого газа

$$\bar{u} = |U(Y) + \varepsilon u', \varepsilon v', \varepsilon w'|, \quad \rho(Y) + \varepsilon \zeta', \quad P(Y) + \varepsilon p', \quad T(Y) + \varepsilon \Theta', \quad p'/P = \zeta'/\rho + \Theta'/T$$

в безразмерной декартовой системе координат $X, Y, Z = (x, y, z)/\delta$, где $\delta = (v_e x/U_e)^{1/2}$ — характерный масштаб, e — индекс параметров на внешней границе пограничного слоя, со штрихами и без штрихов — пульсационные и средние величины. Решение строится с помощью разложения по малому параметру ε и двухмасштабного разложения продольной координаты. Помимо “быстрого” масштаба X вводится “медленный” масштаб $\xi = \varepsilon X$, что обосновывается большой разницей между скоростями изменения фазы и амплитуды возмущений.

Волновые решения записываются в виде

$$(\bar{Z}')_j = A_j(\xi)(\bar{Z})_j^0(Y) \exp(i\theta_j) + k.c. + \varepsilon \bar{Z}_j^1 + \dots, \quad j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

где $\bar{Z}' = |u', v', w', p', \Theta'|$ — собственные амплитудные функции продольной, нормальной и трансверсальной компонент волновых скоростей, возмущений давления и температуры; A — медленно меняющаяся амплитуда; $k.c.$ — комплексно-сопряженные величины; $\theta = \alpha X + \beta Z - \omega t$, $\alpha = \alpha' + i\alpha^i$, α^i — коэффициент продольного усиления (при $\alpha^i < 0$ — инкремент); вещественная частота $\omega = 2\pi f$; волновые числа α , β и частота связаны дисперсионным соотношением $\alpha = \alpha(\omega, \beta)$ по линейной теории.

Из полной системы уравнений движения и сохранения для сжимаемого газа [3] в рамках слабонелинейной теории для вектора-функции \bar{Z} получаем исходную рекуррентную систему для возмущений [5, 8]

$$\varepsilon \left\{ \sum_{j=1}^n e^{i\theta_j} [L(\bar{Z}_j^0) + \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \alpha_j \partial / \partial X + \partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \omega_j \partial / \partial t] A_j + \right. \quad (2)$$

$$\left. + \varepsilon \sum_{k,l}^n e^{i(\theta_k + \theta_l)} [L(\bar{Z}_{k+l}^1) + A_k A_l \bar{M}_{k,l}^j (\bar{Z}_j^0 \bar{Z}_{lX}^0, \dots)] \right\} = 0$$

с краевыми условиями $\{u, v, w, \Theta\} = 0$ при $Y = 0$, $Y = \infty$. В задачах устойчивости пограничного слоя с массообменом следует учитывать, что возмущения скорости на проницаемой поверхности пропорциональны возмущениям давления [3] и не равны нулю. Однако для проницаемых покрытий с малыми размерами пор r , например, при $r/\delta \ll 0,1$ [9] (что соответствует нескольким десяткам микрон), можно считать справедливым условие $v(0) = 0$.

Линейный оператор L имеет вид

$$\begin{aligned} & [\rho(Gu + U_Y v) + (\gamma M^2) - (\mu/\text{Re})u_{YY} \exp(i\theta) = 0, \\ & [\rho Gw + i\beta p / (\gamma M^2) - (\mu/\text{Re})w_{YY}] \exp(i\theta) = 0, \\ & [\rho Gv + p_Y / (\gamma M^2)] \exp(i\theta) = 0; \\ & [G\zeta + \rho_Y v + \rho(i\alpha u + v_Y + i\beta w)] \exp(i\theta) = 0, \\ & [\rho(G\Theta + T_Y v) + (\gamma - 1)(i\alpha u + v_Y + i\beta w) - \\ & \quad - \mu\gamma / (\sigma \text{Re}) \Theta_{YY}] \exp(i\theta) = 0, \\ & \zeta = \rho(p/P - \Theta/T), \quad G = i(-\omega + \alpha U). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь M — число Маха на внешней границе, $\sigma = c_p \mu_e / k$ — число Прандтля, k — коэффициент теплопроводности, \bar{M} — сумма нелинейных членов системы Навье–Стокса. Все величины обезразмерены по параметрам на внешней границе пограничного слоя в Y_k , выбрана следующая нормировка собственных функций: $v(Y_k) = 1$. При $M = 2$ толщина ламинарного пограничного слоя определяется значением $Y = 7$ ($Y_k = 10$); при $M = 5,35$ — значением $Y = 17$, а интегрирование проведено в значительно большем интервале: $0 \leq Y \leq Y_k$, $Y_k = 25$.

В первом порядке по ε однородная система (3) является основой для нахождения собственных значений α при заданных β , ω и числах Рейнольдса $\text{Re}_x = x/\delta$ ($\text{Re} = \sqrt{\text{Re}_x}$), а также для построения собственных амплитудных функций

линейных волн (1) при неопределенном A . В слабонелинейной теории указанные параметры считаются заданными, нелинейность оказывает влияние только на амплитуду волны A .

Заметим, что при больших αRe и $|\alpha|$ уравнение для возмущений давления имеет вид: $p'' = \alpha^2(1 - M^2(U - c)^2/T)p$. Нетрудно убедиться, что при $M^2(U - c)^2/T > 1$ решение для p колеблется (см. [3]). Это интерпретируется как появление звуковых или акустических колебаний. Заметим также, что средняя температура T находится в знаменателе и ее уменьшение на стенке также может приводить к возбуждению инерционных возмущений неясной природы.

В основе резонансной модели лежит процесс трехволнового взаимодействия волн в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. Во втором порядке по ε из неоднородных уравнений (2) можно найти возмущения более высокого порядка \bar{Z}^1 , а также, используя условия разрешимости, построить амплитудные уравнения для резонансных триад. Эти уравнения аналогичны системе, полученной в работе [10]. Выпишем эти уравнения для простой трехволновой системы j, k, l волн (как правило, $j \neq k \neq l$).

$$\begin{aligned} dA_j / d\xi &= -\alpha_j^i A_j + S_{k,l}^j A_k A_l \exp(i\Delta), \\ dA_k / d\xi &= -\alpha_k^i A_k + S_{j,l}^k A_j A_l^* \exp(i\Delta), \\ dA_l / d\xi &= -\alpha_l^i A_l + S_{j,k}^l A_j A_k^* \exp(i\Delta), \end{aligned} \quad (4)$$

$$S_{k,l}^j = \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \bar{M}_{k,l}^j dY \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} (\partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \alpha_j) dY,$$

$$\Delta = \int (\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)^r dX.$$

Здесь Δ — коэффициент фазовой синхронизации, в нем учитывается возможная расстройка по волновым числам в триплетях, \bar{Z}^{0+} — решения сопряженной (3) системы уравнений.

Для каждой волновой моды безразмерный частотный параметр F , связанный с частотой зависимостью $\omega = \text{Re}F$, а также приведенное безразмерное волновое число $b = \beta 10^3 / \text{Re}$ оставались постоянными. В работе рассмотрены как плоские (2D) волны с $\beta = 0$, так и косые трехмерные (3D) волны с $\beta \neq 0$, имеющие на данной частоте максимальный инкремент.

Начальные условия для амплитуд бегущих волн A_j в (4) были получены из интенсивностей I волновых компонент в начальном сечении ξ_0 . Связь I и A выражается через расчетные значения пульсаций массовой скорости m , так: $I_j(\xi_0) = A_j(\xi_0) m_j(Y_m) \exp(-\alpha_j^i \xi_0)$.

Принималось, что в Y_m значение пульсации массовой скорости m волновой компоненты одной из мод на частоте гармонике максимально. Численно рассчитывалось значение средней массовой скорости $\rho U(Y_m)$ и принималось, что начальные интенсивности I_j выражались в долях ρU . Начальные значения амплитуд субгармонических волн варьировались в широких пределах.

После этих необходимых разъяснений рассмотрим полученные результаты.

Результаты и обсуждение

Проведено численное моделирование для режимов, реализуемых в экспериментах [11, 12] при постоянных температурах торможения (310–390) К, $\gamma = 1,4$, числе

Прандтля $\sigma = 0,72$, числах Маха на внешней границе пограничного слоя $M = 2$ и $M = 5,35$. Измерения проводились в диапазоне $3,5 \cdot 10^7 \leq Re_x \leq 5,3 \cdot 10^7$, что соответствует значениям чисел Рейнольдса $Re > 650$. Рассмотрен вариант задачи по развитию возмущений на пластине, при этом в безразмерном виде $\partial/\partial \xi = 1/2 \cdot \partial/\partial Re$.

Представим результаты для $M = 2$. Полезно проанализировать, как меняются эпюры скоростей и температур основного течения при массообмене на поверхности. Очевидно, что при этом производится воздействие на динамический пограничный слой, а тепловой подстраивается к последнему, точность выполнения краевой задачи для средних параметров $\varepsilon_1 = 10^{-4}$. На рис. 1 представлены распределения средних скоростей U и температур T , а также их градиентов U' и T'

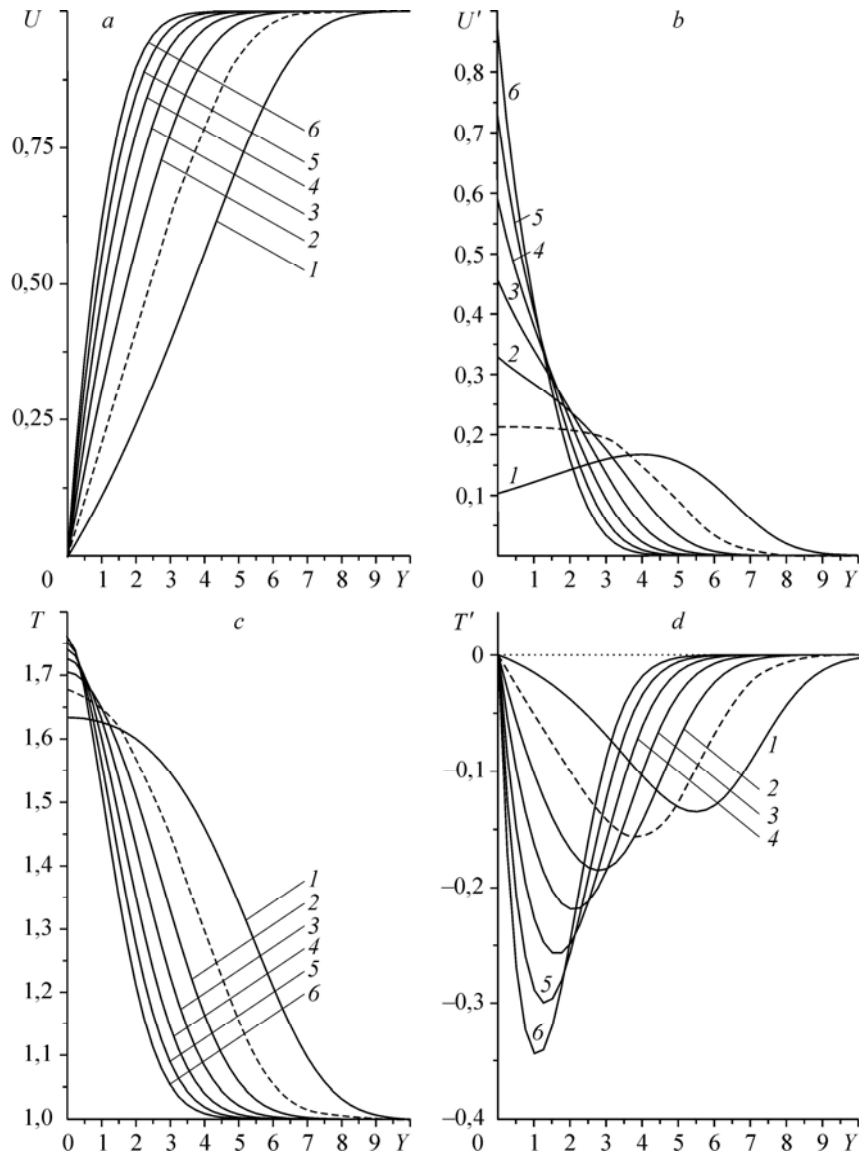


Рис. 1. Продольные средние скорости U (a), градиенты средних скоростей U' (b), средние температуры T (c), градиенты средних температур T' (d) при $M = 2$ и разных значениях Cq на теплоизолированной пластине.

Непроницаемая пластина: $Cq = 0$ (штриховые линии), вдув: $Cq = -0,25$ (1), отсос: (2–6), с шагом $Cq = 0,25$.

для теплоизолированной пластины. Напомним, что для $M = 2$ на такой поверхности температурный фактор $T_w = 1,678$.

Из рис. 1, *a* видно, что при отсосе толщина пограничного слоя значительно уменьшается по сравнению с непроницаемой поверхностью, а профили скорости становятся более наполненными, эффект прямо пропорционален скорости отсоса ($Cq > 0$). Напротив, вдув газа ($Cq < 0$) приводит к утолщению слоя и уменьшению наполненности его профиля скорости как в пристенной области, так и в области внешней границы. Показанный на рисунке профиль при $Cq = -0,25$ имеет точку перегиба $(U''/T) = 0$ в середине пограничного слоя. Профили скоростей с отсосом в пристенных слоях имеют высокие значения градиентов U' (рис. 1, *b*). Это может привести к неожиданным особенностям характеристик возмущений, такие профили становятся особенно чувствительными к возникающим в них флуктуациям, что будет показано ниже.

На эпюрах средних температур (рис. 1, *c*) видно, что меняются температуры торможения на стенке: при вдуве они уменьшаются, а при отсосе увеличиваются по сравнению с непроницаемой поверхностью. При этом также увеличиваются градиенты средних температур T' в пристенной области, но знаки градиентов не меняются на всей протяженности пограничного слоя (рис. 1, *d*).

На рис. 2 показаны линейные инкременты двумерных (2D, плоских) вихревых волн разных частот в зависимости от скоростей массообмена Cq для начального $Re = 600$. Рассмотренные значения F выбраны в разных положениях относительно нейтральной кривой — на нижней ветви ($F = 0,19 \cdot 10^{-4}$), в середине неустойчивой области ($F = (0,38; 0,57) \cdot 10^{-4}$) и выше верхней ветви ($F = 0,76 \cdot 10^{-4}$) в области устойчивости вихревых волн при $M = 2$.

Результаты моделирования показали, что на всех частотах вдув газа приводит к дестабилизации вихревых возмущений, сопровождающихся ростом инкрементов α^i , на более высоких частотах этот эффект усиливается. Напротив, отсос стабилизирует устойчивые и неустойчивые волны. Причины этого физически объяснимы — при отсосе удаляется часть объема низкоскоростного газа из пристеночных слоев, а при вдуве объем подобного газа добавляется в пограничный слой. На двух частотах обнаружено, что существуют предельные значения Cq , выше которых отсос приводит к реверсу зависимостей, и в области затухающих колебаний понижается запас устойчивости двумерных волн. На рис. 2 видно, что для $F = 0,38 \cdot 10^{-4}$ это значение $Cq \sim 1,1$. На рис. 3 подобный реверс показан более подробно для $F = 0,19 \cdot 10^{-4}$, в этом случае Cq максимально устойчивых двумерных волн соответствует значению $Cq = 0,5$, дальнейшее его увеличение может привести к появлению неустойчивых волн. Логично связать этот реверс с влиянием резких средних градиентов в осредненных характеристиках пограничных слоев. Природа этих волн пока неясна: это могут быть как собственные вихревые

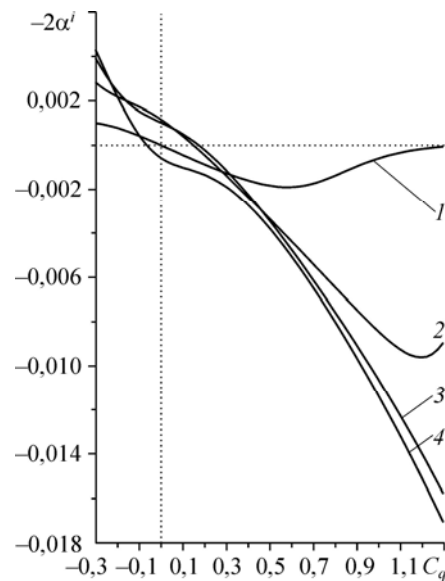


Рис. 2. Зависимость линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных вихревых волн первой моды от значений массообмена Cq при числе $Re = 600$ и различных частотах $F = (0,19; 0,38; 0,57; 0,76) \cdot 10^{-4}$ (1–4).

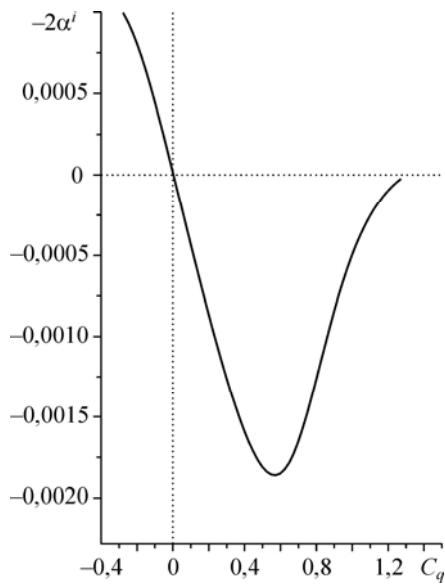


Рис. 3. Реверс зависимостей $-\alpha^i$ от значений Cq при $Re = 600$ для частоты $F = 0,19 \cdot 10^{-4}$.

колебания, так и возмущения сплошного спектра, которые лежат левее нижней нейтральной ветви. Не вызывает сомнения, что подобный реверс будет на всех высоких частотах при более высоких Cq .

Рассмотрим еще две полезные зависимости характеристик устойчивости течения к 2D волнам. На рис. 4 показаны частотные связи $\alpha^i(F)$ для трех значений Cq — вдува, отсоса и их отсутствия (на непроницаемой поверхности). Видно, что частота волн, имеющих максимальный α^i , нерегулярна относительно Cq , она плавает в широких пределах. При отсосе вихревые волны являются затухающими на всех

частотах, а совместное рассмотрение рис. 4 и 5 позволяет высказать предположение, что при этом наблюдается полная стабилизация возмущений первой моды.

На последнем графике (рис. 5) представлено сравнение степеней усиления $-\alpha^i$ двумерных ($b = 0$) и трехмерных волн ($b \neq 0$) для тех же Cq . Напомним, что вектор наклона трехмерных волн (3D, косых) к плоскости (x, z) определяется выражением $\chi = \arctg \beta / \alpha^r$. Видно, что при отсосе 2D и 3D волны являются затухающим и нельзя четко указать, какие из них затухают более интенсивно. На других Cq ясно определяется, что для $b < 0,25$ инкременты трехмерных волн выше инкрементов двумерных. Значения χ при этом максимуме порядка 45–50°.

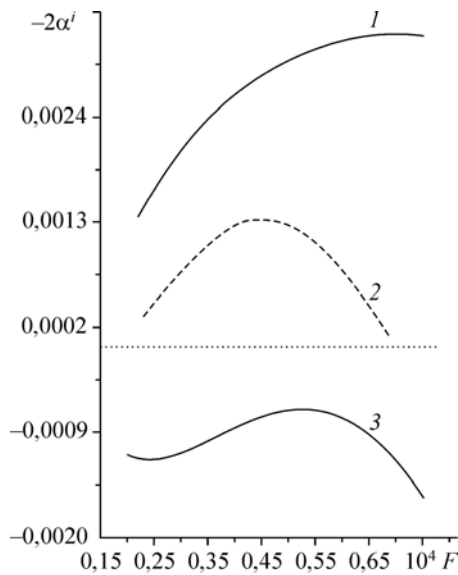


Рис. 4. Значения линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных вихревых волн первой моды для разных частот F ($Re = 600$) при вдуве $Cq = -0,25$ (1) и отсосе $Cq = 0,25$ (3); непроницаемая пластина: $Cq = 0$ (2).

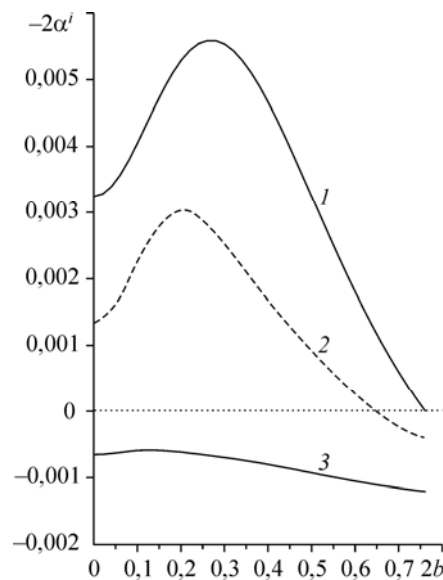


Рис. 5. Влияние размерности волн на их линейные инкременты $-\alpha^i$ для условий рис. 4.

$$\chi = \arctg \beta / \alpha^r, b = 10^3 \beta / Re.$$

Таблица

Cq	$M = 2$		$M = 5,35$		
	-0,25	0	-0,1	0	0,1
F_1	$0,38 \cdot 10^{-4}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$0,12 \cdot 10^{-3}$	$0,14 \cdot 10^{-3}$
$F_{2,3}$	$0,19 \cdot 10^{-4}$	$0,25 \cdot 10^{-4}$	$0,5 \cdot 10^{-4}$	$0,6 \cdot 10^{-4}$	$0,7 \cdot 10^{-4}$
$2b_1$	0,09	0,132	0	0	0
$2b_2$	0,144	0,084	0,13	0,14	0,14
$2b_3$	-0,054	0,48	-0,13	-0,14	-0,14

Рассмотрены нелинейные взаимодействия для несимметричных триплетов, связывающих трехмерные волны на частотах гармоник и субгармоник. Как было выявлено ранее, такой триплет наиболее представлен, он показывает максимальный уровень трехволнового взаимодействия. На частоте гармоники выбиралась компонента, имеющая при данном начальном Re максимальный инкремент. Это определяло значение азимутального волнового числа β гармоники. На половинной частоте выбиралась такая же субгармоническая компонента, с максимальным инкрементом. Третья волна подбиралась для выполнения точного фазового равенства волн в триплете. Все необходимые значения даны в таблице, исключая вариант с отсосом. В этом варианте при начальном Re все колебания, как на частоте гармоник, так и на частоте субгармоник, оказались затухающими, что заведомо гарантирует отсутствие нелинейного взаимодействия. Начальные амплитуды субгармоник были одинаковы и на порядок ниже начальной интенсивности гармонической компоненты, которая, как правило, достигала 0,6 % от средних значений массовой скорости.

Рис. 6 дает ориентировочное представление об интенсивности нелинейных процессов в данных триплетях при различных значениях Cq , представленное в виде отношения I_{nel}/I_{lin} . Подтверждено, что при выбранном отсосе нелинейной передачи не наблюдается, нелинейные и линейные амплитуды полностью совпадают, и субгармоники развиваются по линейному закону. Это, несомненно, связано с тем, что такие волны все из устойчивой области.

При вдуве интенсифицируются как линейный рост субгармоник, так и нелинейная передача от гармонической компоненты. Эта передача в конце исследованного интервала по числам Re приводит к росту амплитуды в 50 раз.

Представим более подробные картины эволюции волн в триплетях для вдува газа (рис. 7), сравнив его с эволюцией волн на непроницаемой поверхности (рис. 8). Основная особенность эволюции при вдуве заключается в устойчивом росте гармонической компоненты, из-за чего она на всем исследованном интервале Re остается волной накачки. Гармоника развивается по линейным

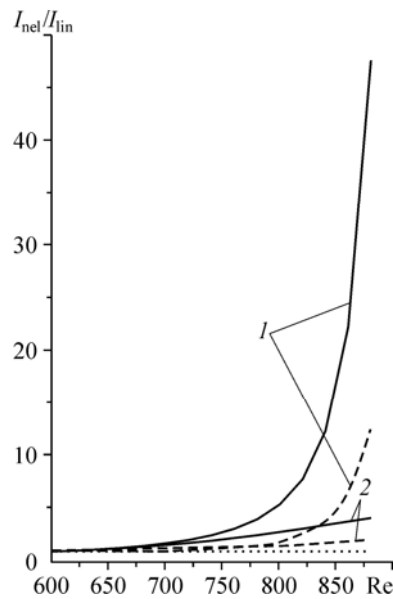


Рис. 6. Отношение нелинейных и линейных интенсивностей I_{nel}/I_{lin} субгармоник в несимметричном триплете при $Cq = -0,25; 0; 0,25$ (сплошные, штриховые и точечные кривые).

Первая субгармоника — 1, вторая — 2.

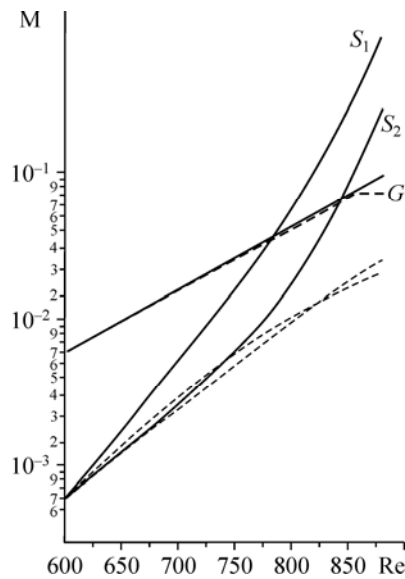


Рис. 7. Зависимость нелинейных I_{nel} (сплошные линии) и линейных I_{lin} (штриховые линии) интенсивностей гармоник (G) и субгармоник (S_1 и S_2) от числа Рейнольдса при вдуве $Cq = -0,25$ на $M = 2$.

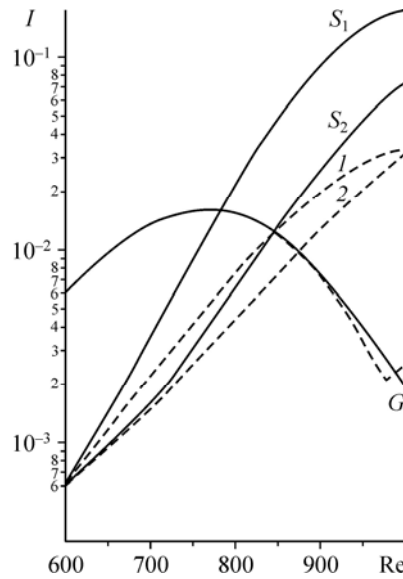


Рис. 8. То же для $Cq = 0$.

законам, ее интенсивность практически не отличается от линейных значений. Нелинейный рост субгармонических волн начинается достаточно быстро, при этом первая волна всегда опережает рост второй субгармоники, хотя их линейные значения отличаются мало. Субгармоническую накачку можно считать достоверной до того момента, пока интенсивности волн не сравняются, далее может начаться этап неконтролируемых перераспределений энергии между волнами.

Подобный процесс на непроницаемой стенке (рис. 8) показывает, что нелинейная интенсивность передачи в субгармоническую область значительно ниже, чем в предыдущем варианте, другой ход у гармонической компоненты, меньше накачка и нелинейные амплитуды.

Все вышеизложенное позволяет аргументировано утверждать, что при умеренных числах Маха как в линейной, так и в нелинейной области эволюции вихревых волн вдув интенсифицирует волновые процессы, а отсос приводит к их стабилизации по сравнению с процессами на непроницаемых поверхностях. Общий вывод, который можно сделать на основании проведенного моделирования для $M = 2$, состоит в том, что с помощью отсоса можно значительно затянуть область перехода, тем самым уменьшив сопротивление трения, а с помощью вдува — значительно усилить нелинейные процессы, вызвав тем самым ускорение перехода к турбулентному режиму.

В той же последовательности представим результаты для $M = 5,35$.

Профили средних скоростей U и температур T при разных степенях вдува и отсоса с поверхности представлены на рис. 9, *a, b*. На теплоизолированной стенке температурный фактор $T_w = 5,857$. Значение $Cq = -0,1$ (вдув) оказалось предельным, при котором удалось удовлетворить краевой задаче для средних профилей. Далее рассматриваются симметричный ему отсос $Cq = 0,1$ и высокое значение $Cq = 0,5$, чтобы показать закономерности влияния.

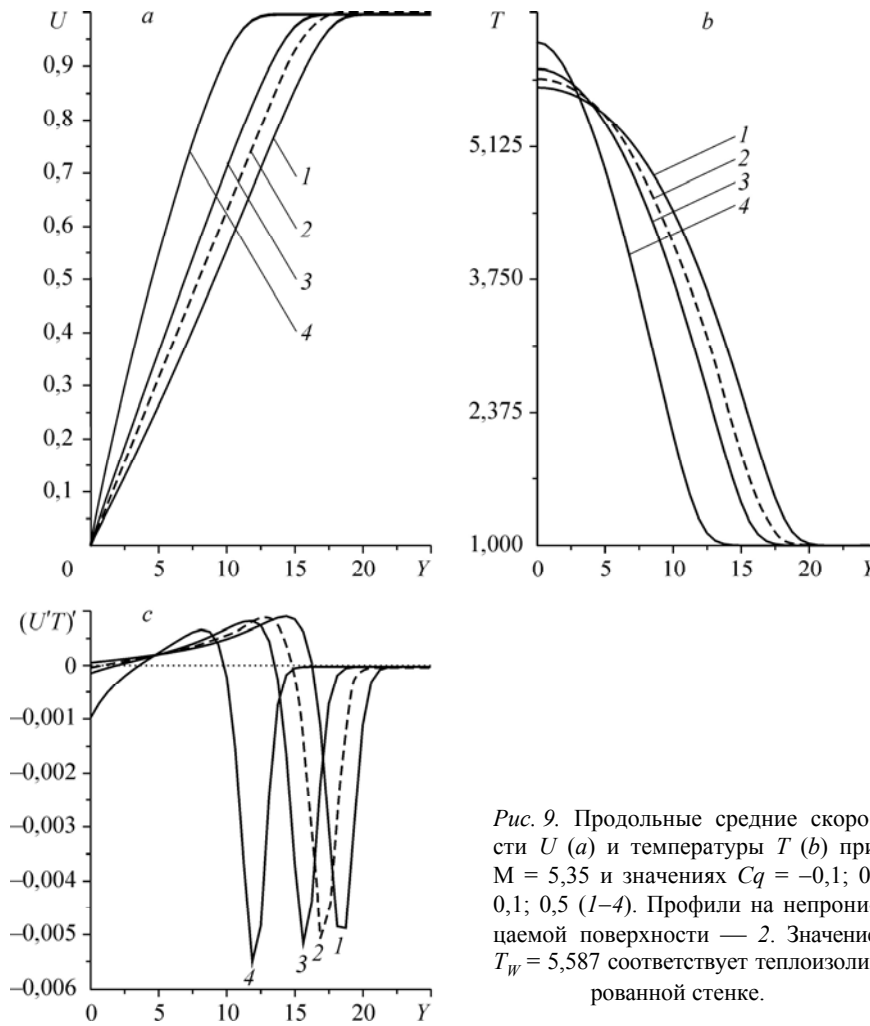


Рис. 9. Продольные средние скорости U (а) и температуры T (б) при $M = 5,35$ и значениях $Cq = -0,1; 0; 0,1; 0,5$ (1–4). Профили на непроницаемой поверхности — 2. Значение $T_w = 5,587$ соответствует теплоизолированной стенке.

Нет необходимости приводить профили средних градиентов U' и T' , так как все зависимости аналогичны разобранным выше для $M = 2$. Так же, как и для $M = 2$, при отсосе наблюдается уменьшение толщины пограничного слоя и увеличение его наполненности в пристенной области (рис. 9, а). Для вихревых возмущений это должно способствовать их стабилизации. Вдув, напротив, оказывает противоположное действие. Аналогично случаю $M = 2$ незначительно меняются температуры торможения на стенке и увеличиваются температурные градиенты, знак которых не меняется по толщине пограничного слоя.

В теории устойчивости сверхзвуковых течений важную роль играет обобщенная точка перегиба, в которой $(U'T)' = 0$. Как известно, наличие обобщенной точки перегиба приводит к невязкой (релеевской) неустойчивости. При этом фазовая скорость волны равна скорости основного течения в точке перегиба. На рис. 9, с приведены зависимости $(U'T)'$ от поперечной координаты Y . Видно, что в пограничном слое есть две обобщенные точки перегиба: одна в пристенной части, вторая ближе к границе пограничного слоя. В пристенной части влияние вязкости велико, и теория невязкой неустойчивости не применима. Поэтому невязкая неустойчивость в первую очередь будет проявляться через вторую точку перегиба.

При данном числе Маха наблюдается существование двух типов возмущений. Первый из них — это вихревые возмущения, аналогичные разобранным выше, которые в гиперзвуковых или высоких сверхзвуковых режимах классифицируются как волны первой моды. Возмущения первой моды своим генезисом обязаны вязкости. Именно она порождает в пристенной области такой сдвиг фаз у пульсаций компонент скорости, что возникают напряжения Рейнольдса, обеспечивающие генерацию пульсационной энергии за счет энергии среднего потока. В тоже время вязкость ответственна и за диссипацию энергии. На существование возмущений второго типа было указано выше, при анализе асимптотического волнового уравнения. Это волны второго типа, второй моды, часто их называют акустическими, что не совсем верно, так как в вязком пограничном слое они претерпевают значительные изменения и отличаются от чисто акустических.

У волн этих мод отличаются значения фазовых скоростей (для первой моды $c_1 \approx 0,8$, для второй $c_2 \approx 0,92$, что соответствует скорости основного течения в точке перегиба) и местоположение максимального значения пульсации массовой скорости m — для второй моды он расположен ближе к внешней границе пограничного слоя (при $Y \approx 16$) по сравнению с максимумом первой модой ($Y \approx 12$).

На рис. 10, *a*, *b* приведены инкременты линейных двумерных волн $-a^i cb = 0$ в зависимости от значения частотного параметра F для $M = 5,35$, $Re = 10^4$ и выбранных значений Cq (линии 1–4). Диапазоны частот первой и второй мод разделены намеренно, чтобы были выявлены явные отличия в их поведении. Для волн первой моды влияние массообмена при малых Cq невелико и значения инкрементов довольно близки. Различия начинают проявляться лишь при высоких уровнях отсоса, приводя к уменьшению инкрементов. Диапазон частот растущих волн достаточно широк. Максимальное $-a^i$ для двумерных вихревых волн меняется очень мало, оно расположено около $F = 0,59 \cdot 10^{-4}$ для всех Re .

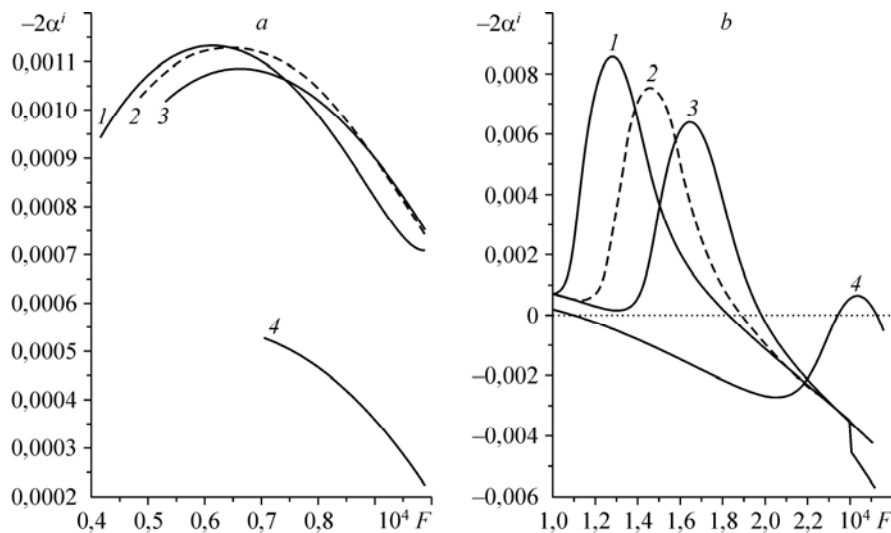
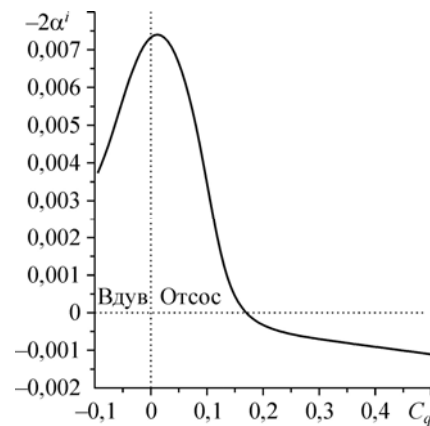


Рис. 10. Значения линейных инкрементов $-a^i$ двумерных вихревых волн первой (*a*) и второй (*b*) мод для разных частот F для $Re = 1000$ при условиях вдува и отсоса соответственно рис. 9. Инкременты на непроницаемой теплоизолированной пластине — 2.

Рис. 11. Изменение линейных инкрементов $-\alpha^i$ двумерных волн второй моды для $F = 1,5 \cdot 10^{-4}$ при вдуве и отсосе, $Re = 1000$.



Максимальные значения инкрементов в области больших F соответствуют второй моде (рис. 10, *b*). Из рисунка ясно видно, что линейные степени роста волн второй моды значительно превышают соответствующие значения волн первой моды. Нельзя не отметить, что на этом этапе зависимости степеней усиления от направленности массообмена для волн разных мод одинаковы, а именно: вдув дестабилизирует возмущения и первой и второй мод в линейной области развития, а отсос — стабилизирует их. Подобная однонаправленность отлична от зависимостей, полученных при изучении влияния на устойчивость теплообмена [13, 14].

Необходимо отметить, что диапазон существования растущих колебаний второй моды достаточно узок по сравнению с первой модой, а при массообмене наблюдается «разбегание» частот, что может привести к парадоксальной картине, один вариант которой показан на рис. 11. Здесь для частоты $F = 1,5 \cdot 10^{-4}$ установлено, что максимальный инкремент приходится на обтекание непроницаемой поверхности, а вдув и отсос уменьшают степени продольного роста. Это можно использовать как способ воздействия на какие-либо выделенные опасные частоты. Обнаружено также, что у вихревых волн более неустойчивы трехмерные (3D) компоненты, а у акустических, напротив, двумерные (2D).

Перейдем к рассмотрению нелинейных взаимодействий в рамках слабонелинейной теории.

Для $M = 5,35$ моделируется взаимодействие в симметричных триплетах, составленных из плоской акустической гармоники и двух косых вихревых субгармоник. Азимутальные волновые числа трехмерных субгармоник соответствуют возмущениям с максимальными инкрементами. Параметры волн в триплетах приведены в таблице. Начальное число $Re = 1000$ и $T_w = 5,587$.

Нелинейные процессы на теплоизолированной пластине при $M = 5,35$ подробно разобраны и описаны в работах [6, 7]. Установлено, что они осуществляются в режиме параметрической накачки. В этом случае присутствует возмущение первичной неустойчивой волны, которое развивается по собственному линейному закону, а когда его амплитуда (или интенсивность) достигает порогового значения, начинается возбуждение субгармонических составляющих. Естественно, что первыми возбуждаются субгармоники с максимальными инкрементами — трехмерные наклонные волны.

Если начальные интенсивности гармонических компонент ниже пороговых, то нелинейного взаимодействия практически нет, и все волны развиваются по линейным законам. При небольшом превышении пороговых значений начинаются слабые взаимодействия, которые приводят лишь к незначительному превышению линейных значений субгармоник. Но при дальнейшем повышении начальной интенсивности гармоник нелинейное взаимодействие приводит к почти взрывному

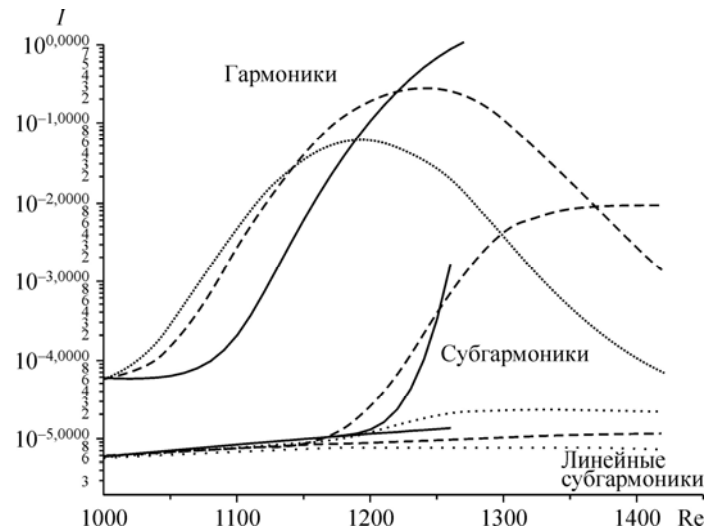


Рис. 12. Зависимости линейных и нелинейных интенсивностей гармоник и субгармоник от числа Рейнольдса при $Cq = -0,1; 0; 0,1$ (сплошные, штриховые и точечные линии). Тонкими линиями обозначены линейные интенсивности субгармоник.

нарастанию интенсивности субгармоник (рис. 12). Удалось подобрать такие соответствующие начальные уровни возмущений, что все три этапа можно увидеть. Гармоники во всех триплетах развиваются по линейным законам.

Для полноты картины на рис. 13 приведены кривые, показывающие превышение нелинейных интенсивностей над линейными I_{nel}/I_{lin} при разных начальных интенсивностях взаимодействующих волн. Интенсивности субгармоник выбирались на порядок величины ниже начальных интенсивностей гармоник. Малые

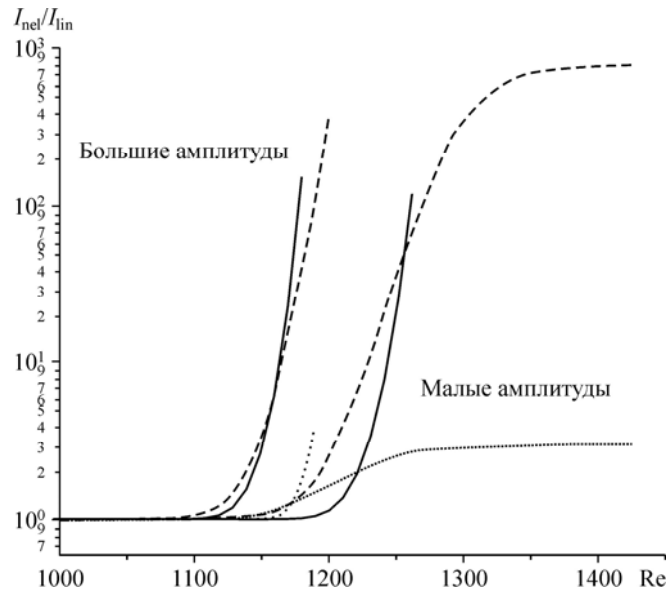


Рис. 13. Отношение нелинейных и линейных интенсивностей I_{nel}/I_{lin} субгармоник в симметричных триплетах при Cq соответственно рис. 12 и различных начальных интенсивностях взаимодействующих волн.

амплитуды соответствуют варианту, разобранным выше, при этом $I_G = 0,6 \cdot 10^{-4}$ (0,006 % средних массовых скоростей). При отсосе субгармоники развиваются почти линейно, на непроницаемой поверхности имеют конечное нелинейное превышение и, наконец, при вдуве неограниченно растут, что и было показано. При больших начальных амплитудах ($I_G = 0,6 \cdot 10^{-3}$) субгармоники на всех режимах растут достаточно сильно.

Суммируя вышеизложенное, можно утверждать, что вдув в пограничный слой как на умеренных, так и на высоких сверхзвуковых режимах приводит к усилению линейной неустойчивости всех существующих возмущений — как вихревых, так и акустических (1 и 2 мод). При умеренных числах Маха нелинейное взаимодействие осуществляется между вихревыми модами, при высоких числах Маха — между волнами разной природы (акустическими и вихревыми) в режиме параметрического резонанса. Подобное взаимодействие проходит более интенсивно, если на субгармонической частоте присутствуют трехмерные вихревые волны. Волной накачки выступает плоская акустическая волна, интенсивность которой значительно нарастает при вдуве. Существуют пороговые значения интенсивностей начала нелинейных взаимодействий и пороговые значения начала взрывного роста, хотя пока трудно установить их точные границы.

При отсосе, напротив, замедляются как степени усиления в линейных областях, так и интенсивности нелинейных взаимодействий волн разной природы. Грамотное применение этих способов пассивного управления ростом возмущений создает богатые возможности управления устойчивостью пограничных слоев на сверхзвуковых режимах обтекания.

Список литературы

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969. 742 с.
2. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 328 с.
3. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, Сиб. отд-ние, 1980. 144 с.
4. Kachanov Yu.S. Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition // Annu. Rv. Fluid Mech. 1994. Vol. 26. P. 411–482.
5. Гапонов С.А., Масленникова И.И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1997. Т. 4, № 1. С. 3–12.
6. Гапонов С.А., Терехова Н.М., Смородский Б.В. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Серия: Физика. 2008. Т. 3, вып. 3. С. 39–45.
7. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Трехволновые взаимодействия возмущений в гиперзвуковом пограничном слое на непроницаемой и пористой поверхностях // Изв. РАН. МЖГ. 2009. № 3. С. 36–46.
8. Гапонов С.А., Терехова Н.М. Эволюция возмущений повышенной интенсивности в сверхзвуковом пограничном слое // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 1. С. 28–38.
9. Gaponov S. A., Smorodsky B. V. Linear stability of supersonic boundary layer on porous surface // Recent Advances in Fluid Mech. and Aerodynamics. World sci. and engng academy and society. Moscow, 2009. P. 68–73.
10. Зельман М.Б. О нелинейном развитии возмущений в плоскопараллельных течениях типа пограничного слоя // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1974. Вып. 3. С. 16–21.
11. Ермолаев Ю.Г., Косинов А.Д., Семенов Н.В. Экспериментальное исследование нелинейного развития волн неустойчивости на плоской пластине при числе Маха $M = 3$ // ПМТФ. 1997. Т. 38, № 2. С. 107–114.

12. **Bountin D.A., Shplyuk A.N., Maslov A.A., Chokani N.** Nonlinear aspects of hypersonic boundary layer stability on a porous surface // 42nd AIAA Aerospace Sci. Meeting and Exhibit, Rno, NV, 5-8 January, 2004.
13. **Гапонов С.А., Терехова Н.М.** Устойчивость и трехволновое взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое с охлаждением // Вестник НГУ. Серия: Физика, 2010. Т. 5, вып. 3. С. 52–62.
14. **Гапонов С.А., Терехова Н.М.** Линейная эволюция и взаимодействие возмущений в пограничных слоях сжимаемого газа на непроницаемых и пористых поверхностях с теплообменом // Изв. РАН. МЖГ. 2011. № 3. С. 69–83.

Статья поступила в редакцию 27 мая 2011 г.