

УДК 629.7.015

## АНАЛИЗ ТРАЕКТОРИЙ ПОЛЕТА ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА С ПРЯМОТОЧНЫМ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫМ ДВИГАТЕЛЕМ

В. М. Фомин, С. М. Аульченко, В. И. Звегинцев, Л. А. Устинов\*

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск, Россия

\* Тульский государственный университет, 300012 Тула, Россия

E-mails: fomin@itam.nsc.ru, aultch@itam.nsc.ru, zvegin@itam.nsc.ru, info@tsu.tula.ru

На основе численного моделирования траекторий полета летательных аппаратов с прямоточными воздушно-реактивными двигателями установлено, что все множество возможных траекторий можно разделить на три группы: баллистические траектории, траектории с горизонтальным участком полета и рикошетирующие траектории. Траектории каждой из этих групп можно оптимизировать, например с целью достижения максимальной дальности полета при заданных исходных условиях и ограничениях. Приведены примеры оптимальных траекторий при заданном запасе топлива в зависимости от начального угла наклона траектории, угла атаки летательного аппарата, моментов включения и продолжительности работы двигателя.

**Ключевые слова:** прямоточный воздушно-реактивный двигатель, траектория полета, оптимизация.

**Введение.** Высокая экономичность прямоточных воздушно-реактивных двигателей (ПВРД) за счет использования атмосферного воздуха является их главным преимуществом при выборе силовой установки для полетов на большие расстояния. Однако при разработке реальных летательных аппаратов (ЛА) следует учитывать два основных ограничения, обусловленных принципиальными особенностями рабочего цикла ПВРД. Первое ограничение, которое отмечается практически во всех работах, связанных с ПВРД, обусловлено низкими тяговыми характеристиками при малых скоростях полета. Это означает необходимость использования дополнительной силовой установки для разгона ЛА с ПВРД в диапазоне чисел Маха  $M = 0 \div 2$ . Второе ограничение, которое очевидно, но практически не обсуждается в литературе, связано с физическим строением атмосферы Земли. Известно, что с увеличением высоты плотность атмосферного воздуха быстро уменьшается и на высоте 50 км она в 1000 раз меньше плотности воздуха на поверхности. Обычно это учитывается при обсуждении допустимых значений скоростного напора набегающего на ЛА потока воздуха. Большие значения скоростного напора создают недопустимые тепловые и силовые нагрузки на конструкцию ЛА. Низкие значения скоростного напора свидетельствуют о недопустимой малости аэродинамических сил, необходимых для полета ЛА и управления им. С точки зрения тяговых характеристик ПВРД уменьшение плотности, даже с учетом увеличения скорости полета, приводит к уменьшению расхода захватываемого воздуха более чем в 100 раз. Это означает соответствующее уменьшение тяги силовой установки. Сравнительно узкий диапазон возможных высот полета и измене-

ние тяги ПВРД по высоте следует рассматривать как естественные ограничения, которые оказывают незначительное влияние на конструкцию силовой установки, но которые необходимо учитывать при выборе траектории полета ЛА.

В литературе задачи оптимизации траекторий полета в атмосфере Земли с использованием рикошетирования и периодического включения силовой установки обсуждаются в основном с точки зрения уменьшения тепловой нагрузки на возвращаемые аэробаллистические аппараты [1–4]. Проблемы увеличения дальности полета для ЛА класса “поверхность — поверхность” с ПВРД рассматриваются в работах [5, 6] с использованием упрощенных методов оптимизации.

**Возможные траектории полета.** В данной работе, являющейся продолжением работы [7], рассматривается обобщенная задача оптимизации траекторий полета ЛА класса “поверхность — поверхность” с ПВРД для достижения максимальной дальности полета при фиксированном запасе топлива. Все оптимизационные расчеты начинаются с некоторой точки траектории, полученной после предварительного разгона до определенной скорости и высоты полета. Способ предварительного разгона не обсуждается, однако учитывается, что после окончания работы разгонной силовой установки исходная стартовая масса ЛА уменьшается на величину, равную массе расходуемого топлива и отбрасываемых конструкций. После окончания работы разгонной силовой установки скорость полета начинает уменьшаться, поэтому в любом случае ПВРД необходимо включать сразу после окончания работы разгонной ступени с минимальной задержкой на переключение.

Рассматриваемое множество возможных траекторий полета ЛА с ПВРД делится на три группы:

1. Баллистические траектории. В данном случае ПВРД используется для продолжения набора высоты и скорости. Как правило, полет аппарата происходит под нулевым углом атаки, поэтому аэродинамические силы проявляются только в виде силы сопротивления движению ЛА. После окончания работы ПВРД (вследствие расходования запаса горючего или значительного уменьшения расхода захватываемого воздуха) полет ЛА продолжается по инерции, при этом скорость ЛА уменьшается, однако набор высоты продолжается. После прохождения точки апогея аппарат начинает снижаться вплоть до контакта с земной поверхностью.

2. Траектории с горизонтальным участком полета. В данном случае ЛА осуществляет маневр с набором высоты и переходит к горизонтальному (маршевому) полету с использованием аэродинамической подъемной силы. Угол атаки  $\alpha$  ЛА определяется исходя из требования равенства нулю проекций действующих сил, включая силу тяги двигателя, на вертикальную ось.

3. Рикошетирующие траектории. При снижении ЛА с углом атаки  $\alpha \neq 0$  за счет возрастающего влияния аэродинамической подъемной силы возникает эффект рикошетирования, когда высота полета может начать увеличиваться. Если в этот момент на короткое время включить силовую установку (в данном случае ПВРД), то можно получить несколько циклов рикошетирования, что существенно увеличит дальность полета [7].

Рассмотренные варианты описывают все возможные траектории полета ЛА с ПВРД. Для этих групп сформулированы оптимизационные задачи, различающиеся числом варьируемых параметров, а также дополнительными условиями включения силовой установки. Ниже приведены примеры решения оптимизационных задач.

**Постановка задачи.** В качестве типичного ЛА рассматривается двухступенчатая ракета класса “поверхность — поверхность” с твердотопливным ускорителем (РДТТ) в качестве первой ступени и с ПВРД в качестве силовой установки второй (маршевой) ступени. Расчет траектории начинается с момента окончания работы РДТТ на высоте  $H = 2$  км при скорости 1000 м/с. Стартовая масса ЛА составляет 2000 кг. Масса ракеты в момент

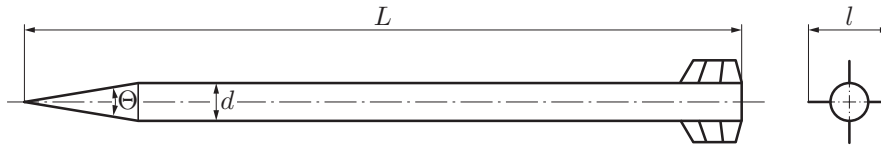


Рис. 1. Общий вид модельной конфигурации

разделения равна 1440 кг. Масса топлива для ПВРД во всех вариантах расчета 450 кг. Диапазон работы ПВРД по высоте составляет  $H = 0 \div 40$  км, по числу Маха  $M = 2 \div 6$ . Варьироваться могут следующие параметры: начальный угол наклона траектории, угол атаки ЛА, время включения и выключения ПВРД. Целевой функционал во всех задачах одинаковый — максимальная дальность полета.

**Аэродинамические характеристики ЛА.** В качестве второй (маршевой) ступени с ПВРД рассматривается осесимметричная модельная конфигурация (рис. 1) [8], представляющая собой комбинацию носового конуса, цилиндрического корпуса и крестообразного оперения. Диаметр корпуса ракеты  $d = 0,5$  м, угол носового конуса  $\Theta = 20^\circ$ , удлинение корпуса  $L/d = 25$ .

Значения аэродинамических коэффициентов  $C_x$ ,  $C_y$  получены путем трехмерных расчетов вязкого обтекания корпуса ракеты с использованием пакета Fluent при  $M = 2,0 \div 6,0$ ,  $\alpha = 0 \div 10^\circ$ . При проведении расчетов траекторий использовалась базовая матрица аэродинамических характеристик, полученная путем предварительных расчетов при фиксированных значениях числа Маха и угла атаки. В программе расчета траекторий эти базовые характеристики интерполируются на произвольные значения числа Маха и угла атаки с введением необходимой корректировки на сопротивление трения в зависимости от высоты полета. Следует отметить, что включение “прямого” численного расчета аэродинамических характеристик в программу расчета оптимальных траекторий требует огромных вычислительных ресурсов.

**Характеристики силовой установки ПВРД.** На рис. 2 представлена расчетная схема для получения тяговых характеристик сверхзвукового ПВРД [8]. Принятая методика расчета позволяет учитывать относительные геометрические размеры проточного тракта, изменение параметров атмосферы по высоте, соотношение масс топлива и окислителя, реальные равновесные теплофизические свойства воздуха и продуктов сгорания. В качестве горючего рассматривался керосин.

Сила тяги  $P$  (проекция на ось  $x$  сил избыточного давления и трения, приложенных к внутренним поверхностям двигателя, в связанной с двигателем системе координат) определялась из уравнения количества движения для контрольной поверхности, включающей все поверхности двигательного тракта и жидкую линию воздухозаборника, через вычисляемые параметры рабочего тела на входе и выходе из двигателя:

$$P = G_B(\beta V_a \varphi_s - V_i) + F_a(p_a - p_i) - C_{x\text{вз}} F_0 q_i.$$

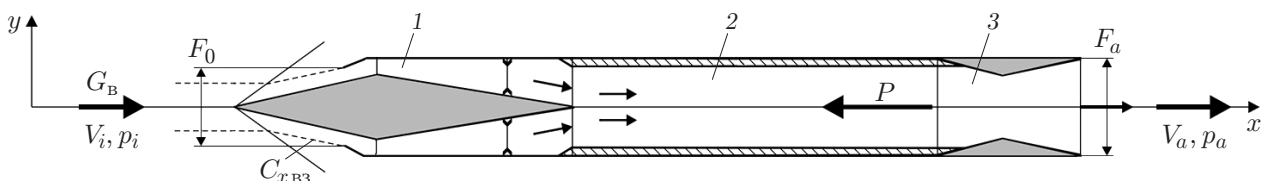


Рис. 2. Расчетная схема ПВРД:

1 — воздухозаборник, 2 — камера сгорания, 3 — сопло; стрелки — направление потока

Здесь  $G_{\text{в}}$  — массовый расход воздуха через ПВРД;  $\beta$  — относительное увеличение массы рабочего тела за счет подвода горючего;  $\varphi_s$  — коэффициент скорости сопла;  $C_{x_{\text{вз}}}$  — сопротивление воздухозаборника вдоль жидкой линии тока;  $V$  — скорость потока;  $p$  — давление;  $F_a$  — площадь среза сопла;  $F_0$  — площадь входного сечения воздухозаборника; нижние индексы  $i$ ,  $a$ ,  $m$  соответствуют набегающему потоку перед воздухозаборником, срезу сопла, миделю ракеты.

Значения силы тяги  $P$  получены путем расчетов тяговых характеристик осесимметричного ПВРД постоянной геометрии с учетом равновесных теплофизических свойств продуктов сгорания керосина в воздухе для диапазона чисел Маха  $M = 2,0 \div 6,0$  и высот полета  $H = 2 \div 40$  км. При вычислении тяговых характеристик полагалось, что  $\alpha = 1,0$ ,  $\varphi_s = 0,97$ ,  $F_0 = 0,54F_m$ ,  $F_a = F_m$ . В программе расчетов траекторий использовалась базовая матрица тяговых характеристик, полученная путем предварительных расчетов при фиксированных значениях числа Маха и высоты полета. В программе расчета траекторий эти базовые характеристики интерполируются на произвольные текущие значения числа Маха и высоты полета.

**Расчет оптимальных траекторий.** Для решения поставленной задачи расчета траекторий был разработан пакет программ “Траектория”, обобщающий подход, описанный в [7], и позволяющий решать задачи в следующих постановках:

- расчет траекторий полета ЛА с РДТТ и ПВРД при заданных значениях характеристик ЛА и управляющих параметров;
- определение оптимальных значений управляющих параметров ЛА, при которых достигается максимальная дальность полета;
- определение оптимальных значений управляющих параметров ЛА, при которых достигается заданная дальность полета.

Программа состоит из нескольких модулей: решения системы дифференциальных уравнений движения, интерполяции таблично заданных значений аэродинамических характеристик ЛА, тяговых характеристик ПВРД, характеристик атмосферы и модуля оптимизации.

Модуль оптимизации содержит программы, реализующие неградиентный метод поиска с адаптацией и с использованием элемента случайности, синтезированные на основе модифицированных методов вращающихся координат, направляющего конуса и матричного спуска. Такой подход позволяет осуществлять поиск глобального экстремума функционала при отсутствии явной аналитической зависимости его от управляющих параметров, что характерно для задач, связанных с проектированием и функционированием сложных технических систем [9].

Характеристики траектории для каждого варианта параметров определяются при решении системы уравнений движения ЛА в вертикальной плоскости. В проекции на оси скоростной системы координат уравнения движения в поле сил тяжести принимают вид [10]

$$\begin{aligned} m \frac{dV}{dt} &= P \cos(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) - X - mg \sin \theta, \\ mV \frac{d\theta}{dt} &= P \sin(\alpha + \varphi_{\text{дв}}) + Y - mg \cos \theta + m \frac{V^2 \cos \theta}{R_3 + H}, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $m$  — переменная масса аппарата;  $V$  — скорость полета;  $t$  — время,  $X$ ,  $Y$  — сила сопротивления и подъемная сила соответственно;  $\theta$  — угол наклона траектории полета;  $g$  — ускорение свободного падения;  $R_3$  — радиус Земли;  $\varphi_{\text{дв}}$  — угол установки двигателя относительно продольной оси аппарата. В расчетах принималось, что  $\varphi_{\text{дв}} = 0$ , направление силы тяги  $P$  совпадает с направлением оси двигателя. Член  $mV^2 \cos \theta / (R_3 + H)$  учитывает изменение центростремительного ускорения, обусловленное кривизной земной

поверхности. В расчетах учитывалось изменение таких параметров атмосферы, как плотность, ускорение свободного падения и скорость звука, в зависимости от высоты.

К уравнениям движения (2) добавляются кинематические уравнения, связывающие дальность  $L$  и высоту  $H$  полета со скоростью и углом наклона траектории:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{dx}{dt} = V \cos \theta \frac{R_3}{R_3 + H}, \quad \frac{dH}{dt} = \frac{dy}{dt} = V \sin \theta, \quad (2)$$

а также уравнение изменения массы летательного аппарата вследствие сгорания топлива:

$$m(t) = m_0 - \int_0^t G_c dt \quad (3)$$

( $G_c$  — массовый расход топлива за 1 с;  $m_0$  — начальная масса аппарата).

Интегрирование системы уравнений (1)–(3) проводилось численно методом Рунге — Кутты второго порядка с постоянным шагом по времени.

**Результаты расчетов.** Ниже приведены характерные примеры оптимальных траекторий с указанными выше исходными параметрами. Все множество траекторий полета от классической баллистической до горизонтальной можно получить, варьируя несколько параметров: начальный угол наклона траектории полета  $\theta_0$ , угол атаки ЛА, время работы двигателя на этапе подъема  $T_0$ , время работы двигателя при его дискретном включении на маршевом участке  $T_N$ , число включений двигателя  $N$ . Баллистическим траекториям соответствуют значения  $\theta_0 > 0$ ,  $T_0 > 0$ ,  $\alpha = 0$ ,  $T_N = 0$ , горизонтальным траекториям —  $\theta_0 > 0$ ,  $T_0 > 0$ ,  $\alpha > 0$ ,  $T_N \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$ . Любая другая траектория задается набором управляющих параметров в указанном диапазоне.

**Баллистические траектории.** На рис. 3 приведены начальная и полученная в результате решения оптимизационной задачи оптимальная траектории движения ЛА. Угол старта варьируется, угол атаки ЛА на всей траектории равен нулю.

Принципиальное отличие оптимального варианта от начального заключается в том, что угол  $\theta_0$  уменьшился с 47 до 29,7° (см. рис. 3). Поэтому полет происходит на высоте менее 40 км, что позволяет увеличить время работы ПВРД с 47,5 до 90,3 с. В результате максимальная скорость полета возросла с 1322 до 1579 м/с, соответственно дальность — с 228 до 261 км. При этом в обоих вариантах топливо расходовалось не полностью.

**Горизонтальные траектории.** На рис. 4 приведены траектории движения ЛА, полученные в результате решения оптимизационных задач в следующих постановках.

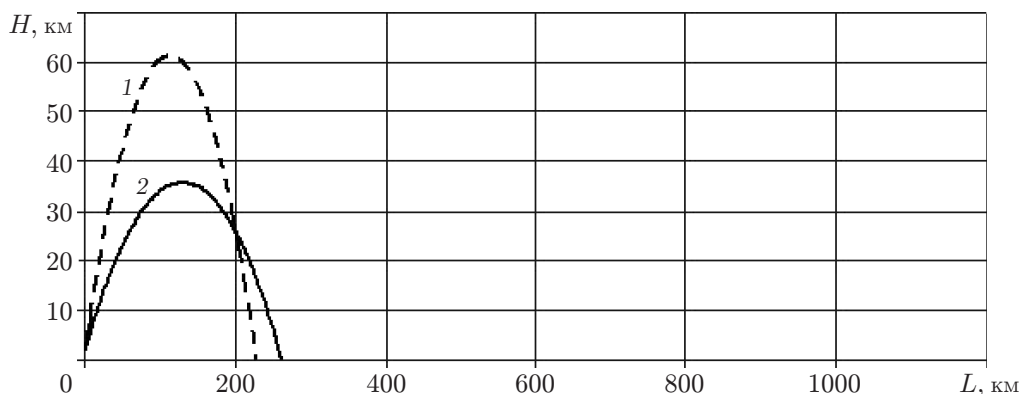


Рис. 3. Начальная (1) и оптимальная (2) баллистические траектории движения ЛА

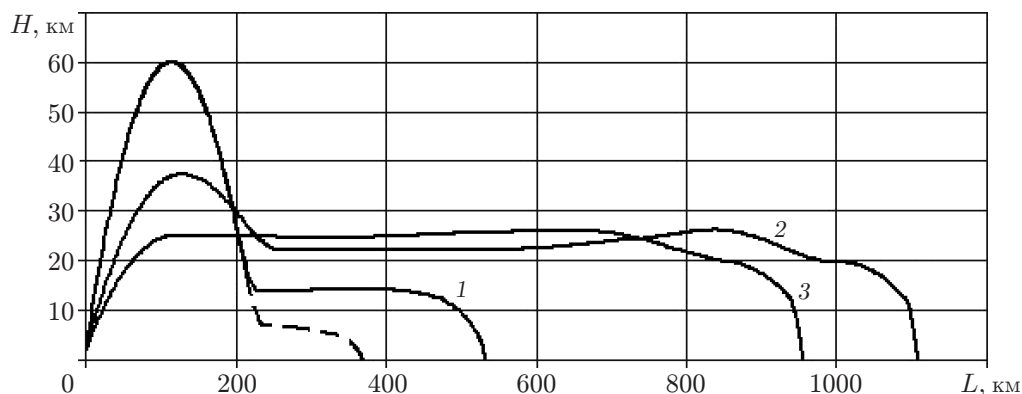


Рис. 4. Начальная (штриховая линия) и оптимальные (сплошные линии) траектории движения ЛА с горизонтальным участком:

1 —  $\theta_0 = 47^\circ$ , начало горизонтального полета в точке перегиба, 2 —  $\theta_0^{opt} = 32^\circ$ , начало горизонтального полета в точке перегиба, 3 —  $\theta_0^{opt} = 24,7^\circ$ , начало горизонтального полета при достижении условий работы ПВРД

1. Варьируются угол атаки после первого подъема и время работы ПВРД на участке разгона. Начальный угол наклона траектории фиксирован. Горизонтальный полет начинается в точке перегиба траектории при первом спуске. В данной постановке двигатель должен работать на участке разгона и во время горизонтального полета, поэтому в число варьируемых параметров включается время работы ПВРД при разгоне. В оптимальном варианте это время составило 40 с и в нижней точке траектории при первом спуске число Маха достигло значения  $M = 3,1$ , что позволило в дальнейшем реализовать горизонтальный полет (кривая 1).

2. Варьируются начальный угол наклона траектории и угол атаки на участке перехода к горизонтальному полету. Горизонтальный полет начинается в точке перегиба траектории при первом спуске. При оптимальном значении  $\theta_0^{opt} = 32^\circ$  точка перегиба на траектории при спуске возникает на высоте  $H = 22,3$  км при скорости 1170 м/с, тогда как в предыдущем варианте это происходило на высоте 14 км при скорости 929 м/с. Увеличение скорости и высоты принципиально сказывается на дальности полета, которая достигает значения  $L = 1108$  км (кривая 2).

3. Варьируются начальный угол наклона траектории и угол атаки на участке спуска и перехода к горизонтальному полету. Горизонтальный полет начинается при достижении условий работы ПВРД. Оптимальный начальный угол наклона траектории для реализации горизонтального полета в этих условиях составляет  $\theta_0^{opt} = 24,7^\circ$ . Отсутствие баллистического участка траектории приводит к непрерывной работе двигателя с момента старта до момента выработки топлива, что оказывает влияние на дальность полета:  $L = 954$  км (кривая 3).

**Рикошетирующие траектории.** На рис. 5, 6 приведены траектории движения ЛА, полученные в результате решения оптимизационных задач в следующих постановках.

1. Двигатель работает только на участке разгона. Начальный угол наклона траектории фиксирован. Начальный угол атаки равен нулю. Варьируется угол атаки ЛА на спуске. На участке спуска скорость и плотность набегающего потока увеличиваются и при достаточной величине аэродинамического качества, зависящего от угла атаки, на траектории спуска ракеты появляется точка перегиба, в которой подъемная сила уравнивает силу тяжести, вследствие чего ракета начинает подниматься, что приводит к увеличению дальности полета. В полученном решении оптимальный угол атаки равен  $6,6^\circ$ , дальность увеличилась с 228 до 313 км (кривая 1 на рис. 5).

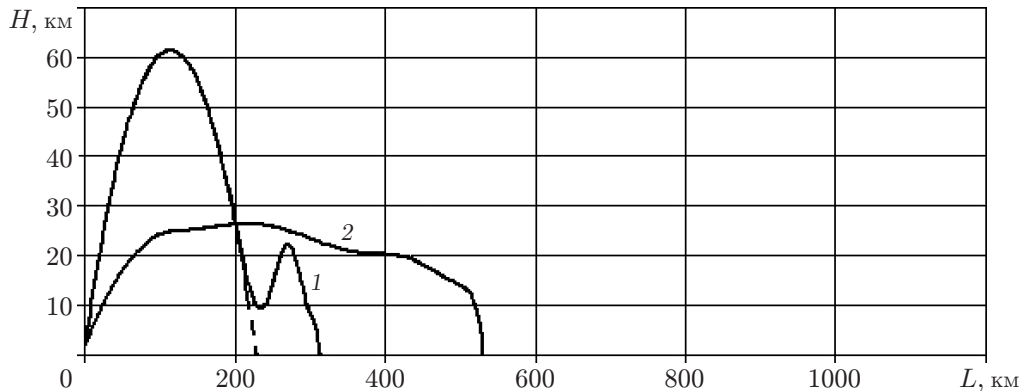


Рис. 5. Начальная (штриховая линия) и оптимальные (сплошные линии) траектории рикошетирующего движения ЛА при работе ПВРД только на участке разгона:  
 1 —  $\theta_0 = 47^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$ , 2 —  $\theta_0^{opt} = 23^\circ$ ,  $\alpha = 6,1^\circ$

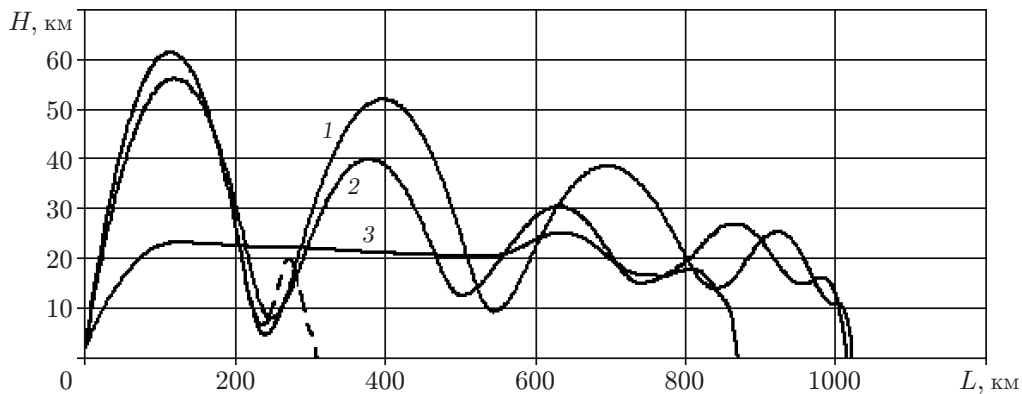


Рис. 6. Начальная (штриховая линия) и оптимальные (сплошные линии) траектории рикошетирующего движения ЛА при работе ПВРД на участке подъема после рикошетирования:  
 1 —  $\theta_0 = 47^\circ$ ,  $T_N < 100$  с, 2 —  $\theta_0^{opt} = 43^\circ$ ,  $T_N < 100$  с, 3 —  $\theta_0^{opt} = 22^\circ$ ,  $T_N < 10$  с

2. Двигатель работает только на участке разгона. Варьируются начальный угол наклона траектории и угол атаки на спуске. Начальный угол атаки равен нулю. В этом варианте сочетание воздействия двух факторов — увеличения скорости за счет уменьшения угла  $\theta_0$  с  $47^\circ$  до  $23^\circ$  и наличия угла атаки  $\alpha = 6,1^\circ$  — позволило начать планирующий полет на высоте 25 км, что привело к существенному увеличению дальности полета, которая в данном случае составила 530 км (кривая 2 на рис. 5).

3. Варьируются угол атаки на участке рикошетирующего движения и время работы ПВРД после каждого рикошетирования. Двигатель работает на участке подъема после рикошетирования. Максимальное время работы ПВРД равно 100 с. Диапазон значений высоты после каждого рикошетирования составляет 47, 28 и 12 км (кривая 1 на рис. 6).

4. Варьируются начальный угол наклона траектории, угол атаки на участке рикошетирующего движения и время работы ПВРД после каждого рикошетирования. Двигатель работает на участке подъема после рикошетирования. Максимальное время работы ПВРД равно 100 с. Диапазон значений высоты после каждого рикошетирования уменьшился и составляет 33, 17 и 12 км (кривая 2 на рис. 6). Результаты расчета показывают, что начальный угол наклона траектории оказывает влияние на характер рикошетирующей траектории и дальность полета. Практически той же дальности можно достичь при другом наборе значений варьируемых переменных.

5. Варьируются начальный угол наклона траектории, угол атаки  $\alpha$  на участке рикошетирующего движения и время работы ПВРД после каждого рикошетирования. Двигатель работает на участке подъема после рикошетирования. Максимальное время работы после рикошетирования ПВРД равно 20 с. Уменьшение времени работы двигателя после рикошетирования в сочетании с выбором углов  $\theta_0$  и  $\alpha$  позволяет превратить рикошетирующий полет в практически горизонтальный (кривая 3 на рис. 6). В оптимальном решении  $\theta_0 = 22^\circ$ , что близко к значению угла  $\theta_0$  в оптимальном варианте горизонтального полета, представленном на рис. 4 (кривая 3). Количество циклов рикошетирования — 20, максимальное время работы двигателя на каждом из них составляет приблизительно 10 с. Уменьшение дальности полета — результат алгоритмического ограничения на количество включений двигателя. В итоге при исходном запасе топлива 450 кг в данном варианте было израсходовано 439 кг.

**Заключение.** Проведенное теоретическое исследование показало, что использование ПВРД в изменяющихся условиях полета в сочетании с надлежащим выбором управляющих параметров позволяет рассмотреть широкий диапазон траекторий полета, удовлетворяющих сформулированным требованиям. При значениях управляющих параметров, полученных в результате решения оптимизационных задач, имеют место априори неочевидные траектории и режимы полета, которые представляют как теоретический, так и практический интерес.

Авторы выражают благодарность А. С. Певзнер за разработку интерфейса для комплекса программ расчета и оптимизации траекторий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Youssef H., Chowdhry R., Lee H., Rodi P.** Hypersonic skipping trajectory. N. Y., 1994. (Paper / AIAA; N 5498).
2. **Tu Liang Hui, Yuan Jian Ping, Fang Qun, Luo Jian Jun.** Reentry skipping trajectory optimization using direct parameter optimization method. N. Y., 2006. (Paper / AIAA; N 7993).
3. **Хайруллин Р. З.** Оптимизация рикошетирующих траекторий движения аэробаллистических аппаратов в атмосфере: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. М., 1995.
4. **Афанасьев В. А., Дегтярев Г. Л., Мещанов А. С., Сиразетдинов Т. К.** Модельная задача рикошетного возвращения космического аппарата // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 16–19.
5. **Preston H. Carter, Darryll J. Pines, Lael V. Rudd.** Approximate performance of periodic hypersonic cruise trajectories for global reach. N. Y., 1998. (Paper / AIAA; N 1644).
6. **Хилькевич В. Я., Яновский Л. С.** Использование эффектов рикошетирования и кабрирования для увеличения дальности полета ракет // Изв. вузов. Авиационная техника. 2005. № 3. С. 70–72.
7. **Фомин В. М., Аульченко С. М., Звегинцев В. И.** Полет гиперзвукового летательного аппарата с прямоточным воздушно-реактивным двигателем по рикошетирующей траектории // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 4. С. 85–94.
8. **Фомин В. М., Звегинцев В. И., Мажуль И. И., Шумский В. В.** Анализ эффективности использования комбинированной силовой установки для разгона малоразмерных ракет, стартующих с поверхности Земли // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 6. С. 21–30.
9. **Латышов А. Ф., Никуличев Ю. В.** Специализированный комплекс программ оптимизации. Новосибирск, 1985. (Препр. / СО АН СССР. Ин-т теорет. и прикл. механики; № 15-85).
10. **Остославский И. В.** Динамика полета. Траектории летательных аппаратов / И. В. Остославский, И. В. Стражева. М.: Машиностроение, 1969.