

ДИФФУЗИОННОЕ ПЛАМЯ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ, СКОЛЬЗЯЩЕЙ ВДОЛЬ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО ТОПЛИВА

В. М. Гендугов
(Москва)

В узком смысле диффузионное пламя определяется как квазистационарное, почти изобарическое пламя без предварительного перемешивания, где реакция протекает в зоне, которую можно приближенно считать поверхностью [1]. В рассматриваемой задаче оказывается справедливым такое определение диффузионного пламени. Теория Шваба — Зельдовича [2, 3] дает удобную схему определения формы поверхности пламени и скорости реакции на этой поверхности, поскольку в системах без предварительного перемешивания знание механизма реакции часто оказывается несущественным.

1. Пусть плоская ударная волна перемещается с постоянной скоростью u_s в покоящемся газообразном окислителе вдоль поверхности жидкого топлива. Газообразный окислитель занимает полупространство $y > 0$ над жидкостью. Около границы полупространства за скачком уплотнения образуется турбулентный пограничный слой, в котором с поверхности жидкости испаряется топливо. Образующаяся парогазовая смесь горит. Чтобы определить форму диффузионного пламени и скорость химической реакции, необходимо решить совместно уравнения неустановившегося турбулентного пограничного слоя химически реагирующей смеси газов с соответствующими краевыми условиями.

Предположим, что пограничный слой за ударной волной всюду турбулентный: каждый компонент смеси подчиняется уравнению состояния calorически совершенного газа; в пограничном слое протекает одна одноступенчатая реакция



(ν_i' , ν_i'' — стехиометрические коэффициенты i -го компонента, участвующего в реакции в качестве реагента и продукта соответственно, A_i — химический символ i -го компонента); лучистой энергией пренебрегаем; вклад термо-бародиффузии в перенос массы и энергии пренебрежимо мал по сравнению с вкладом массовой диффузии; числа Прандтля и Шмидта и их турбулентные аналоги равны единице; давление в пограничном слое постоянно; испарение топлива с поверхности пленки равновесное.

В системе координат, связанной с ударной волной, движение стационарно, поэтому течение за скачком уплотнения зависит только от двух переменных $x = u_s t - \bar{x}$ и y . Ось \bar{x} направлена вдоль границы раздела газ — жидкость в направлении движения ударной волны. Запишем в переменных x и y уравнения турбулентного пограничного слоя сжигаемой химически реагирующей смеси газов

$$\begin{aligned} \partial/\partial x \cdot \rho u + \partial/\partial y \cdot \rho v &= 0, \\ \rho u \cdot du/\partial x + \rho v \cdot du/\partial y &= \partial/\partial y \cdot (\mu + \epsilon) \cdot du/\partial y, \\ \rho u \cdot dc_i/\partial x + \rho v \cdot dc_i/\partial y &= \partial/\partial y \cdot (\mu + \epsilon) \cdot dc_i/\partial y + \omega_i, \\ \rho u \cdot dH/\partial x + \rho v \cdot dH/\partial y &= \partial/\partial y \cdot (\mu + \epsilon) \cdot dH/\partial y, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\rho = \rho RT \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i}$$

Краевые условия на внешней границе пограничного слоя в газе ($y \rightarrow \infty$) берутся из решения «невязкой» задачи в предположении, что вне пограничного слоя смесь химически нейтральна и массовая концентрация паров топлива равна нулю:

$$u = u_e, \quad T = T_e, \quad c_N = 0, \quad c_i = c_{ie}. \quad (3)$$

Условия на границе раздела газ — жидкость ($y = 0$) берутся из решения задачи о тепломассообмене пограничного слоя с поверхностью жидкого топлива [4]:

$$u_w = u_s, \quad T_w = T_w, \quad c_N = 1. \quad (4)$$

В (2) — (4) приняты следующие обозначения: $u = u_s - \bar{u}$ — относительная продольная скорость; v — поперечная скорость; T — температура; c_i — массовая концентрация i -го компонента; m_i — молекулярный вес i -го компонента;

$$H = \sum_{i=1}^N c_i h_i + \frac{u^2}{2};$$

$h = c_p T + h_i^0$; h_i^0 — энергия образования i -го компонента; ω_i — скорость массообразования i -го компонента; μ — молекулярная вязкость; ε — турбулентная вязкость; R — абсолютная газовая постоянная; c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; T_k — равновесная температура кипения топлива; e, ω — индексы параметров газа при $y \rightarrow \infty$ и $y = 0$ соответственно; $1, N$ — индексы окислителя и топлива соответственно.

Поскольку в пограничном слое протекает реакция вида (1), имеет место соотношение

$$\frac{\omega_i}{m_i (v_j'' - v_i')} = \frac{\omega_j}{m_j (v_j'' - v_j')}. \quad (5)$$

Учитывая (5), систему уравнений (2) преобразуем к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \cdot \rho u + \frac{\partial}{\partial y} \cdot \rho v &= 0, \\ \rho u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\mu + \varepsilon) \cdot \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \rho u \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial x} + \rho v \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\mu + \varepsilon) \cdot \frac{\partial \beta_i}{\partial y}, \\ \rho u \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \rho v \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \cdot (\mu + \varepsilon) \cdot \frac{\partial \alpha}{\partial y}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$p = \rho RT \sum_{i=1}^N \frac{c_i}{m_i},$$

которая допускает в качестве решений интегралы Крокко:

$$\beta_i = \frac{\beta_{ie} - \beta_{iw}}{u_e - u_s} u - \frac{\beta_{ie} u_s - \beta_{iw} u_e}{u_e - u_s}, \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_e - \alpha_w}{u_e - u_s} u - \frac{\alpha_e u_s - \alpha_w u_e}{u_e - u_s}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_i &= \frac{c_i}{m_i (v_i'' - v_i')} - \frac{c_1}{m_1 (v_1'' - v_1')}; \\ \alpha &= \frac{c_p T + u^2/2}{m_N (v_N'' - v_N')} \Delta H - \frac{c_1}{m_1 (v_1'' - v_1')}; \end{aligned} \quad (9)$$

ΔH — теплота сгорания на единицу массы топлива.

2. Чтобы определить форму диффузионного пламени и скорость реакции в турбулентном пограничном слое, предположим, что химические реакции протекают только на поверхности пламени. Несмотря на то, что трудно указать точные критерии справедливости такого предположения, пламя в турбулентном пограничном слое можно рассмотреть как диффузионное пламя в узком смысле.

Основанием для этого служит тот факт, что в системе координат, связанной с ударной волной, пламя стационарное, изобарическое без предварительного перемешивания. Если при этом ограничиться только агрессивными системами, то скорость реакции будет достаточно большой по сравнению со скоростью диффузии. Поэтому реагенты не могут проникать в значительной концентрации, благодаря диффузии сквозь пламя на большие расстояния, не вступив в химическую реакцию. Следовательно, в этом случае зона реакции будет узкой и ее можно приближенно считать поверхностью.

Предположим аналогично [4, 5], что профиль скоростей пограничного слоя относительно границы полупространства изменяется по степенному закону с показателем $1/7$, т. е.

$$(u-u_s)/(u_e-u_s) = (y/\delta)^{1/7}, \quad (10)$$

где $\delta(x)$ — толщина пограничного слоя по Пальгаузену. Поскольку реакция протекает только на поверхности пламени, эта поверхность разделяет пограничный слой на две области. В области, примыкающей к пленке, характеристики которой отмечены индексом $(-)$, отсутствует окислитель. Из выражения (9) для парной функции β_N следует, что

$$(\beta_N)_- = \frac{c_N}{m_N(v_N'' - v_N')}. \quad (11)$$

В области, примыкающей к свободному потоку, характеристики которой отмечены индексом $(+)$, отсутствуют пары топлива. Поэтому из (9) находим

$$(\beta_N)_+ = - \frac{c_1}{m_1(v_1'' - v_1')}. \quad (12)$$

Поскольку массовые концентрации c_N и c_1 положительны, а знаменатели (11) и (12) имеют одинаковые знаки, то парная функция β_N при переходе через поверхность пламени меняет знак. В силу непрерывности на поверхности пламени

$$\beta_N = 0. \quad (13)$$

Из (7), (10) и (13) следует, что поверхность пламени описывается функцией

$$y_n = (1 + \Phi_N c_{1e})^{-7} \delta(x). \quad (14)$$

Нетрудно показать, что на этой поверхности концентрации окислителя и топлива равны нулю, а скорости диффузионного переноса окислителя и топлива находятся в стехиометрическом отношении. Чтобы получить скорость химической реакции на поверхности пламени, запишем уравнение непрерывности для окислителя в интегральной форме для объема, содержащего рассматриваемую поверхность,

$$\int_V \left(\rho u \frac{\partial c_1}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_1}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} (\mu + \epsilon) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) dV = \int_V \omega_1 dV. \quad (15)$$

Перейдем в (15) к пределу, стягивая объем интегрирования к поверхности.

На поверхности пламени с конечной скоростью протекают химические реакции, поэтому

$$\omega_1 \rightarrow \omega_1' \bar{\delta} (\eta - \eta_n), \quad (16)$$

где ω_1' — скорость поверхностного массообразования окислителя; $\bar{\delta}$ — функция Дирака; η — координата по нормали к поверхности, которая на поверхности равна η_n .

Интегрирование (15) с использованием теоремы Остроградского и (16) дает

$$\int_A \left\{ (\rho u c_1)_+ \sin \bar{\alpha} + \left[\rho v c_1 - (\mu + \varepsilon) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right]_- \cos \bar{\alpha} - (\rho u c_1)_- \sin \bar{\alpha} + \right. \\ \left. + \left[\rho v c_1 - (\mu + \varepsilon) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right]_- \cos \bar{\alpha} - \omega_1' \right\} dA.$$

На поверхности пламени и в области $(-)$ $c_1 = 0$, $(\partial c_1 / \partial y)_- = 0$, поэтому

$$-(\mu + \varepsilon) \left(\frac{\partial c_1}{\partial y} \right)_+ \cos \bar{\alpha} = m_1 (v_1'' - v_1') \omega_1', \quad (17)$$

где $\bar{\alpha}$ — угол между касательной к поверхности пламени и положительным направлением оси x .

Используя интеграл Крокко для парной функции $\bar{\beta}_v$, коэффициенты которого получены из условий на поверхности пламени и внешней границе пограничного слоя, и учитывая (10) и (17), найдем

$$\omega_1'(x) = \frac{(\mu + \varepsilon) (1 + c_{1e} \Phi_N)^{14} c_{1e}}{7 m_1 (v_1' - v_1'') \delta(x)} \left[\left(1 + c_{1e} \frac{\tau_w}{T_w} \right)^{14} + \left(\frac{d\delta}{dx} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

Как видно, формы поверхности диффузионного пламени и скорость реакции на этой поверхности зависят от толщины пограничного слоя. Чтобы найти $\delta(x)$, воспользуемся тем, что температура поверхности пламени жидкого топлива за скачком уплотнения постоянна ($T_w = T_K$), и поэтому интеграл количества движения может быть записан в виде [4]

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\delta}{\theta} \frac{\ln(1+B)}{B} \frac{\tau_w(x)}{\rho_e u_e^2}, \quad (19)$$

где $\theta/\beta = 0,317 (1 - u_s/u_e)$; T_1 , h_L , c_T — начальная температура, скрытая теплота испарения и удельная теплоемкость жидкого топлива соответственно; $\tau_w(x)$ — напряжение трения поверхности сухой стенки, которое определяется из [5];

$$B = \frac{c_p (T_e - T_K) + 0,5 (u_s - u_e)^2 + c_{1e} \Phi_N \Delta H}{h_L + c_T (T_K - T_1)};$$

$$\frac{\tau_w(x)}{\rho_e u_e^2} = -0,037 \left(\frac{u_s}{u_e} - 1 \right)^{9/5} \left(\frac{v_e}{u_e} \right)^{1/5} x^{-1/5},$$

$$v_e = \mu_e / \rho_e.$$

Интегрируя (19), найдем

$$\delta(x) = 0,15 \frac{\ln(1+B)}{B} \left(\frac{u_s}{u_e} - 1 \right)^{4/5} \left(\frac{v_e}{u_e} \right)^{1/5} x^{4/5}.$$

3. Проведенное в данной работе рассмотрение показывает, что, несмотря на сложность процессов в турбулентном пограничном слое за ударной волной, можно при некоторых упрощающих допущениях рассматривать пламя в пограничном слое как диффузионное в узком смысле. Такой подход дает возможность найти аналитические решения для формы пламени и скорости одноступенчатой реакции на этой поверхности.

При сравнении полученных теоретических результатов с прямыми экспериментальными данными [6, 7] обнаружено качественное совпадение наблюдаемой и теоретической формы поверхности пламени в пограничном слое в окрестности скачка уплотнения. Однако на довольно больших расстояниях от скачка уплотнения имеется качественное расхождение результатов. Это объясняется тем, что вблизи ударной волны течение характеризуется мелкомасштабной, а на значительном расстоянии от скачка — крупномасштабной турбулентностью. Поэтому такая турбулентность вызывает расширение и быстрые флуктуации пламени.

*Поступила в редакцию
18/IV 1978*

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. А. Вильямс. Теория горения. М., «Наука», 1971.
2. В. А. Шваб. Исследование процессов горения натурального топлива. М., Госэнергоиздат, 1949.
3. Я. Б. Зельдович. ЖТФ, 1949, 19, 10.
4. В. М. Гендугов. ФГВ, 1978, 14, 2.
5. Г. Майрлс.— В сб.: Ударные трубы. М., ИЛ, 1962.
6. К. Регланд. Я. Николс. РТК, 1969, 7, 5.
7. С. А. Лесняк, М. А. Назаров и др. Докл. АН СССР, 1968, 182, 5.

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ГОРЕНИЯ ГАЗОВ

Н. А. Подлевских, В. А. Тарасюк

(Ленинград)

Природа акустической неустойчивости горения достаточно хорошо известна. В исследованиях [1—4] и других разработан ряд подходов к построению количественной теории явления. Однако теория эта далека от завершения. При эвристическом подходе, как, например, в работах [2, 4] и других, возникают трудности практического определения величин, схематизирующих процесс горения (показателя взаимодействия, стационарного профиля средней скорости и т. д.). При «точном» подходе, основанном на возможно полном математическом описании элементарных процессов, решение задачи находится на пределе возможностей современных ЭВМ [4]. В то же время описание ряда процессов, например турбулентного перемешивания в зоне обратных токов, является весьма проблематичным.

В настоящей работе при сохранении простоты математического описания, присущей эвристическому подходу, для замыкания задачи привлекается эмпирическая информация по распределению перепада