

УДК 539.25

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВДОЛЬ РЕБРА КЛИНА

Х. Б. Толипов

Южно-Уральский государственный университет, 454080 Челябинск
E-mail: thb@susu.ac.ru

Исследованы свойства поверхностной акустической волны, движущейся вдоль ребра в упругом клине. Получены уравнения, позволяющие определить характер рассматриваемого волнового движения. Предложена методика определения с учетом особенностей волновых процессов в клиновидной области параметров поля, адекватно описывающих экспериментально подтверждаемые акустические явления. Проведено сравнение результатов теоретического исследования с экспериментальными данными, полученными на оригинальной установке, позволяющей определять величину смещений на небольших участках поверхности.

Ключевые слова: упругий клин, волновое поле, теория упругости, стоячие волны, линии задержки.

Введение. В 70-х гг. XX в. получены экспериментальные данные, свидетельствующие о возможности существования в клине волн, распространяющихся параллельно ребру, с энергией, локализованной в направлении, перпендикулярном ему [1]. Такие важные характеристики этих волн, как отсутствие уширения пучка, низкая скорость распространения, возможность искривления звукопровода, представляют интерес при разработке волноводов, используемых для создания линий задержек. Однако идея использования рассматриваемых волн в клиновидных волноводах не получила развития, что обусловлено прежде всего недостаточной ясностью структуры этих волн, а также механизма устойчивости их траекторий. Поскольку согласно законам акустики скорости частиц среды на фронте волны должны быть различными из-за различия локальной (в окрестности траектории волны) толщины клина, траектория волны, движущейся вдоль ребра клина, не может быть устойчивой и вследствие рефракции должна смещаться к нему.

В отсутствие математической модели, объясняющей особенности волн, распространяющихся вдоль ребра клина, исследования ограничивались либо проведением численных расчетов, либо получением эмпирических зависимостей (см. работу [2] и библиографию к ней). В настоящей работе проведен детальный теоретический анализ процесса распространения колебаний вдоль ребра клина.

1. Локализация упругих волн. Исследование проводится в связанной с клином цилиндрической системе координат (ρ, θ, z) , ось z которой направлена вдоль ребра клина (угол θ отсчитывается от биссектрисы угла клина). В терминах волновых потенциалов Φ , Ψ малые возмущения частиц среды описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Phi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + k_t^2 \Phi &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \Psi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + k_t^2 \Psi &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

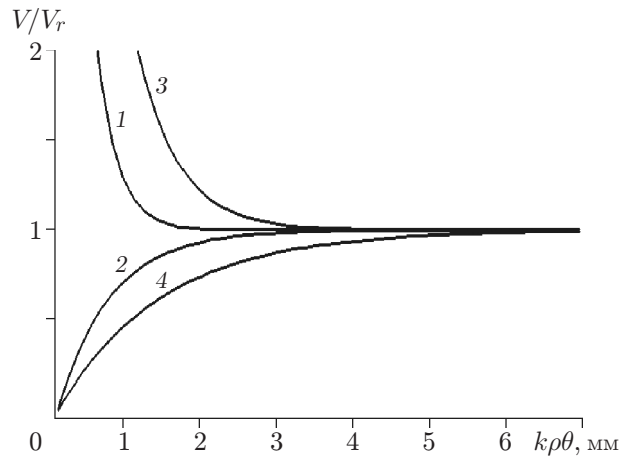


Рис. 1. Зависимость относительной скорости распространения антисимметричных (1, 2) и симметричных (3, 4) волн вдоль оси ρ от расстояния до ребра клина при $f = 2,5$ МГц:

1, 3 — $\theta_0 = 30^\circ$; 2, 4 — $\theta_0 = 45^\circ$ (V_r — скорость рэлеевской волны)

зависящими от трех пространственных координат. В формулах (1) $k_l = \omega/V_l$; $k_t = \omega/V_t$; V_l , V_t — скорости распространения объемных продольных и поперечных волн соответственно; ω — круговая частота.

Исследуем процесс распространения волны параллельно ребру клина, т. е. вдоль оси z . В этом случае скорость волны зависит также от поперечной координаты ρ . Различие скоростей на фронте волны приводит к отклонению волновой нормали и обуславливает приток энергии к ребру клина. Поэтому, как отмечено выше, рассматриваемая волна должна иметь неустойчивую траекторию, что противоречит известным экспериментальным данным [1].

Для выяснения причин устойчивости траектории волны рассмотрим более подробно процесс возникновения акустических колебаний вдоль ребра упругого клина. Сначала определим изменение скорости волны в направлении, перпендикулярном ребру клина. В этом случае уравнение (1) зависит от продольной координаты ρ и угла θ . Это уравнение не имеет решения в аналитическом виде. Однако, как показано в [3], можно получить приближенное решение уравнения (1), если допустить, что неоднородность поля не только мала, но и плавно меняется.

На рис. 1 представлена эволюция рэлеевской волны при приближении ее к ребру клина [3]. Следует отметить, что при движении этой волны в ней происходят структурные изменения вплоть до расщепления на две самостоятельные моды. Однако ребра клина достигает только антисимметричная мода поверхностной волны, скорость которой монотонно уменьшается до нуля.

Известно, что акустическое волновое сопротивление пропорционально скорости распространения волны [4]. В соответствии с принципом наименьшего действия при распространении упругой энергии в анизотропной среде происходит перераспределение энергии из области с большим волновым сопротивлением в область с меньшим волновым сопротивлением.

Следовательно, на начальном этапе генерируемая поверхностная волна движется в сторону более низкого пространственного градиента скорости, т. е. к ребру клина, вдоль оси ρ в область с уменьшающимся в направлении движения волновым сопротивлением. Потоки энергий падающей и отраженной от ребра волн накладываются, что приводит

к пространственному перераспределению интенсивности колебаний и возникновению чередующихся максимумов и минимумов.

В данном случае переноса энергии волны по направлению к ребру не наблюдается, а происходит переориентация потока энергии волны, который начинает двигаться вдоль оси z .

Таким образом, сначала возникает волновое движение, направленное перпендикулярно ребру клина и существующее только в начальный период времени до момента образования стоячей волны, а затем формируется интерференционный поток энергии, направленный вдоль ребра клина. Следует отметить, что траектория этой волны является устойчивой и параллельна ребру клина.

Согласно акустическим законам скорость волны должна зависеть от локальной (волновой) толщины клина. Однако из физических представлений следует, что скорость вдоль фронта волны должна быть пространственно неизменной. Выясним причины, обуславливающие неизменность скорости волны вдоль ее фронта. Для этого рассмотрим процессы, возникающие при движении поверхностной волны Рэлея. Скорость этой волны определяется граничными условиями на свободной поверхности [5], где амплитуды колебаний принимают максимальные значения. В прилегающем к ребру слое условия распространения волны существенно изменяются. Согласно законам акустики скорость волны должна стремиться к скорости объемной волны, имеющей большее значение. В этом случае траектории волн в приповерхностном слое неустойчивы и смещаются к поверхности, при этом происходит локализация волнового поля в поперечном направлении. Очевидно также, что скорость частиц среды, уменьшающаяся вследствие наличия колебаний на поверхности, должна быть неизменной во всей области существования волны. Поэтому поперечная неоднородность акустического поля волны Рэлея характеризуется быстрым уменьшением амплитуды, определяемым экспоненциальным множителем, появление которого обусловлено не диссипацией энергии, а ее перераспределением.

В силу сходства акустических явлений такие же процессы имеют место при распространении исследуемых волн. Скорость частиц среды является постоянной вдоль фронта, и вследствие резонансного характера волны ее значение определяется условием наилучшего возбуждения, соответствующим скорости волны при максимальной амплитуде стоячей волны. Как и в случае рэлеевской волны, поперечная неоднородность поля характеризуется уменьшением амплитуды в направлении ребра.

Для того чтобы вычислить скорость рассматриваемой волны, запишем соотношения (1) в виде

$$\frac{1}{\rho_p^2} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + k_l^2 \Phi_1 = 0, \quad \frac{1}{\rho_p^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + k_t^2 \psi_1 = 0,$$

где ρ_p — координата интерференционного максимума. Решение данной задачи соответствует распространяющимся по поверхности вдоль ребра клина плоским периодическим волнам:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (A_1 \operatorname{ch} \nu_1 \theta + C_1 \operatorname{sh} \nu_1 \theta) \exp [i(pz - \omega t)], \\ \Psi_1 &= (A_2 \operatorname{ch} \nu_2 \theta + C_2 \operatorname{sh} \nu_2 \theta) \exp [i(pz - \omega t)]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\nu_1 = \sqrt{p^2 - k_l^2} \rho$, $\nu_2 = \sqrt{p^2 - k_t^2} \rho$ — угловые волновые числа; p — волновое число искомой волны. Далее множитель $\exp(-i\omega t)$ опускается.

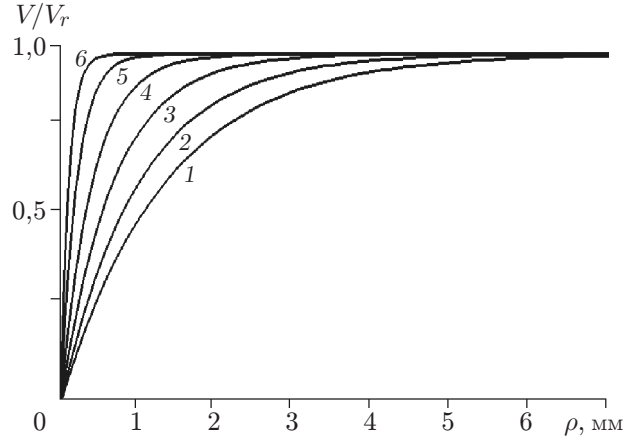


Рис. 2. Зависимость относительной скорости распространения антисимметричных волн вдоль оси z от расстояния до ребра клина при различных значениях угла клина:
 1 — $\varphi = 15^\circ$; 2 — $\varphi = 30^\circ$; 3 — $\varphi = 40^\circ$; 4 — $\varphi = 50^\circ$; 5 — $\varphi = 65^\circ$; 6 — $\varphi = 80^\circ$

Акустическое поле удовлетворяет граничным условиям (условиям отсутствия сдвиговых и нормальных напряжений) при $\theta = \pm\theta_0$:

$$\sigma_{\rho\theta} = \frac{2}{\rho_p} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z \partial \theta} + \frac{1}{\rho_p} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(2 \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + k_t^2 \psi_1 \right) = 0,$$

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{k_t^2}{2} \Phi_1 - \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial z^2} + \frac{1}{\rho_p} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{\rho_p} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z \partial \theta} \right) = 0.$$

Для того чтобы решение было единственным, должно выполняться условие излучения и конечности энергии в замкнутом объеме.

Если распределение потенциалов задается функциями (2), то из указанных выше условий следует алгебраическая система четырех однородных уравнений для амплитуд A_1, A_2, C_1, C_2 . Условием существования нетривиального решения этой системы уравнений является равенство нулю ее детерминанта. С учетом новых обозначений $\alpha = \sqrt{p^2 - k_t^2}$, $\beta = \sqrt{p^2 - k_t^2}$ это равенство принимает вид

$$\frac{(p^2 + \beta^2)^2}{4p^2\alpha\beta} - \frac{\text{th } \alpha\theta\rho_p}{\text{th } \beta\theta\rho_p} = 0$$

и имеет смысл дисперсионного соотношения для антисимметричной волны.

На рис. 2 представлены расчетные кривые пространственной дисперсии фазовой скорости антисимметричной волны $V = \omega/p$ при различных значениях угла клина φ . Как и следовало ожидать, при больших значениях пространственных координат ρ, θ скорости волн стремятся к скорости волны Рэлея.

2. Волновые процессы и дискретный спектр поля. Из сказанного выше следует, что характер изучаемого движения определяется двумя процессами: движением, направленным перпендикулярно ребру клина и существующим только в начальный период времени до момента возникновения интерференционной картины, и движением волны вдоль кромки клина. Влияние этих процессов приводит к установлению стационарного режима распространения возмущений параллельно ребру клина.

Сходная картина акустического поля возникает при возбуждении волн Лэмба высших мод [5]. Сначала волна Лэмба формируется как стоячая, но с увеличением частоты возникает сложная пространственная картина: поперек пластины эта волна имеет вид стоячей волны, а вдоль пластины — бегущей.

Заметим, что интерференционная картина возникает в узком диапазоне значений скорости антисимметричной волны (см. рис. 2).

Таким образом, вблизи ребра в пределах области изменения скорости волны решения дисперсионного уравнения соответствуют дискретному спектру поля, что свидетельствует о возникновении волн с поперечной локализацией поля. Вне этой области решения имеют сплошной спектр, что указывает на делокализацию поля.

3. Экспериментальные исследования. Теоретические исследования показали, что движение волны вдоль ребра клина сопровождается сильной локализацией энергии акустического поля. Например, согласно расчетам для образца из дюралюминия при частоте, равной 2,5 МГц, ширина волнового канала составляет порядка нескольких миллиметров. Актуальной является задача экспериментального определения границ таких каналов, поскольку традиционные контактные пьезодатчики имеют размеры, существенно превышающие размеры зон локализации энергии исследуемых волн.

Создана установка, основным элементом которой является электромагнитно-акустический (ЭМА) приемник, состоящий из электромагнита и индуктора, выполненного в виде прямого проводника [6]. Принцип работы ЭМА-приемника заключается в следующем. Возникновение волн вследствие наличия колебаний частиц среды в образце, находящемся в магнитном поле ЭМА-приемника, сопровождается появлением сил Лоренца, действующих на электроны проводимости. В металлическом образце возникают магнитоакустические токи, которые излучают электромагнитную волну в окружающее пространство и затем принимаются индуктором (рис. 3). Индуктор представляет собой прямой тонкий проводник диаметром 0,015 мм, расположенный на подложке из фольгированного гетинакса.

Исследуемый образец клиновидной формы с размерами 100 × 50 мм и углом раствора клина, равным 26°, был изготовлен из дюралюминия марки D16. Волна Рэлея возбуждалась импульсом длительностью 5 мкс с частотой заполнения 2,5 МГц в направлении,

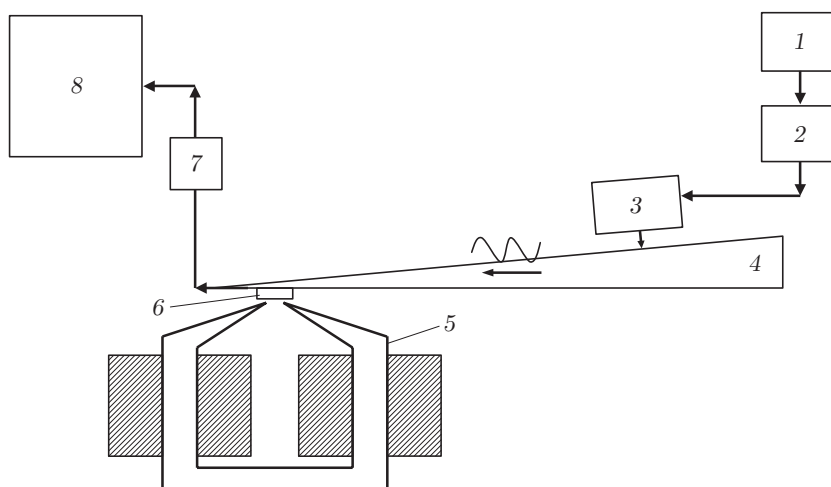


Рис. 3. Схема лабораторной установки:

1 — генератор импульсов АНР 1001; 2 — высоковольтный усилитель; 3 — пьезодатчик; 4 — образец; 5 — электромагнит; 6 — индуктор; 7 — предусилитель; 8 — осциллограф GDS-2202

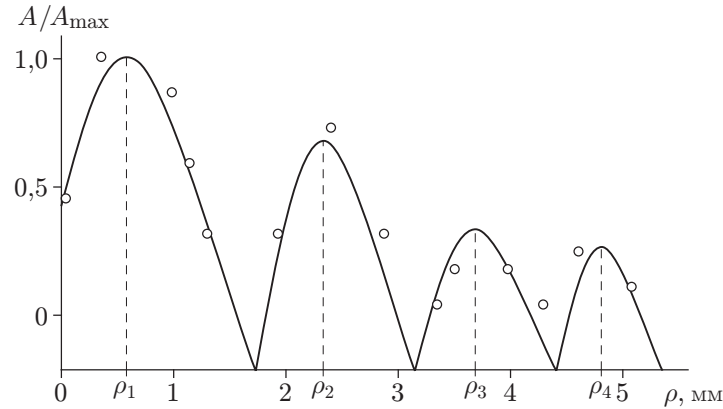


Рис. 4. Расчетная (линия) и экспериментальная (точки) зависимости амплитуды стоячей волны от расстояния до ребра при $\varphi = 26^\circ$

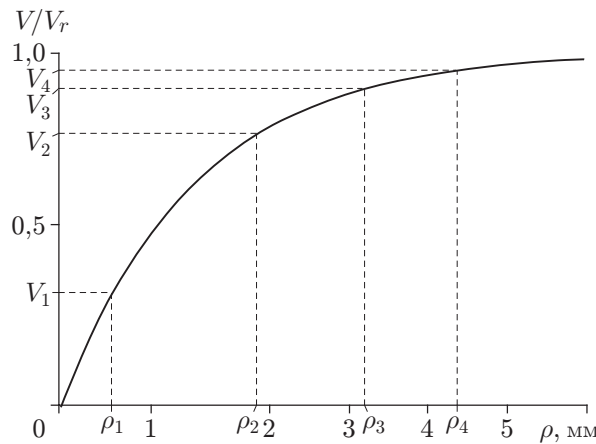


Рис. 5. Зависимость скорости волноводных мод от волновой толщины при $\varphi = 26^\circ$

перпендикулярном ребру клина, на утолщенной части образца с помощью пьезодатчика, расположенного под некоторым углом (см. рис. 3). Электрические сигналы с индуктора, пропорциональные величине смещения волны, через предусилитель поступали на цифровой осциллограф. С помощью микровинта (на рис. 3 не показан) образец перемещался в направлении, перпендикулярном ребру, с шагом 0,5 мм.

На рис. 4 приведены расчетная и экспериментальная зависимости нормированных амплитуд стоячей волны от расстояния до ребра при $\varphi = 26^\circ$.

Небольшое количество интерференционных максимумов обусловлено малостью диапазона значений скорости. По мере приближения к ребру расстояния между пучностями стоячей волны увеличиваются, что свидетельствует об уменьшении скорости моды поверхностной волны.

Скорость первой моды волны вычисляется следующим образом: сначала по рис. 4 определяется локальная толщина клина, соответствующая координате ρ_1 , а затем — скорость в этой точке (рис. 5). Возбуждение частиц среды в окрестности следующих максимумов приводит к распространению мод более высокого порядка и соответственно с большими скоростями.

Скорости волн, распространяющихся вдоль ребра клина, измерялись клиновыми преобразователями с использованием импульсного метода [5]. Базой измерений являлась длина образца. Определялись групповые скорости цуга волн, а затем с помощью расчетной зависимости $V(\lambda)$ вычислялись их фазовые скорости.

В эксперименте одновременно возбуждались несколько волн с различными модами, амплитуды которых резко отличались от амплитуды рэлеевской волны. Такое различие объясняется тем, что фронт рэлеевской волны широкий и возбуждается всей поверхностью пьезодатчика, а мода поверхностной волны имеет узкий фронт и возбуждается поверхностью небольшой площади, определяемой шириной волнового канала.

Амплитуды волн различных мод зависели от угла раствора клинового преобразователя, что объясняется резонансным характером колебаний.

Ниже приведены расчетные V_p и измеренные V_s значения относительных фазовых скоростей различных мод волны: $V_p = 0,45; 0,74; 0,91; 0,97$, $V_s = 0,33; 0,77; 0,89; 0,96$.

Заключение. Таким образом, при распространении колебаний вдоль ребра клина формируется акустическое поле, имеющее две взаимно перпендикулярные составляющие. Одна из этих составляющих, являющаяся осциллирующей функцией координаты, представляет собой профиль волны в поперечном направлении, а другая составляющая — распространяющуюся вдоль ребра антисимметричную волну. Значения скорости волн различных мод определяются волновой толщиной клина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Moss S. L., Maradudin A. A., Cunningham S. L. Vibrational edge modes for wedges with arbitrary interior angles // Phys. Rev. B. 1973. V. 8. P. 2999–3008.
2. Бирюков С. В. Поверхностные акустические волны в неоднородных средах / С. В. Бирюков, Ю. В. Гуляев, В. В. Крылов и др. М.: Наука, 1991.
3. Толипов Х. Б. Решение задачи о взаимодействии рэлеевских волн с ребром клина при малых углах раствора // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 1. С. 29–38.
4. Дьелесан Э. Упругие волны в твердых телах / Э. Дьелесан, Д. Руайе. М.: Наука, 1968.
5. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэля и Лэмба в технике. М.: Наука, 1966.
6. Пат. 115492 РФ, МПК G 01 N 29/00. Устройство для измерения скорости поверхностных акустических волн / Х. Б. Толипов, Ю. Х. Толипова. Оpubл. 27.04.12, Бюл. № 12.

Поступила в редакцию 27/III 2012 г.