

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЗЫ МЕРЗЛОТЫ В СЛАБОПРОВОДЯЩЕМ СЛОЕ ПО ДАННЫМ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗОНДИРОВАНИЙ

К.В. Ковбасов, М.И. Эпов, Э.П. Шурина

*Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,
630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия*

Исследуется возможность выделения непроводящего объекта известных размеров и формы в среде, состоящей из песчано-глинистых проводящих отложений, залегающих на вечномерзлых породах. Особенностью локализации неоднородности является его расположение в кровле слабопроводящего основания. Для выделения целевого объекта использовалась многоэлектродная система постоянного электрического тока. Для решения соответствующей краевой задачи разработан и реализован программный комплекс трехмерного моделирования электрического поля. Проведены расчеты и предложена процедура выделения и идентификации объекта.

Идентификация непроводящего объекта, постоянный ток, численное моделирование.

IDENTIFYING A LENS OF FROZEN GROUND IN A LOW-CONDUCTING LAYER, FROM DC RESISTIVITY SURVEYS

K.V. Kovbasov, M.I. Eпов, and E.P. Shurina

We explore the possibility to identify a nonconducting object of a known size and geometry buried in sand-clay conducting sediments lying over frozen ground. The anomaly, which is located on the surface of the low-conducting layer, is detected with a multi-electrode dc array. Its 3D electric field is simulated as a boundary-value problem using specially designed software. The new algorithm is tested with synthetic and field data, and the results are used to develop the procedure of object identification and location.

Nonconducting object identification, direct current, simulation

ВВЕДЕНИЕ

Исследование геоэлектрических неоднородностей, являющихся древними «замерзшими» захоронениями, для поиска и выявления наиболее перспективных из них до начала раскопок является важной задачей. Работы по диагностике малых объемов мерзлого грунта или льда под курганными насыпями проводились в 2003 г. на плато Укок (Республика Алтай) [Эпов и др., 2003, 2005]. Для создания эффективных алгоритмов инверсии, позволяющих диагностировать наличие объекта, требуются программные средства трехмерного моделирования пространственного распределения электрического поля.

Обычно применяется метод решения обратной задачи, основанный на использовании регуляризации по А.Н. Тихонову [Тихонов, Арсенин, 1979; Haber et al., 2000; van den Doel, Ascher, 2006], позволяющий определять наличие подобластей с проводимостью, варьируемой по отношению к базовой не более чем на два порядка. При увеличении контраста проводимостей между подобластями эффективность метода падает [Chen, Oldenburg, 2006]. Поскольку при поиске слабопроводящего объекта в проводящей среде контраст проводимостей близок к нулю, использование методов, основанных на минимизации функционала с регуляризирующим слагаемым, не приводит к однозначной интерпретации результатов измерений. Для решения задачи поиска непроводящего объекта в области с непроводящим основанием предлагается метод, основанный на соотношении глубин расположения мерзлоты с полученными измерениями и расположениями датчиков. Объект можно выделить, если его размеры превышают характерные размеры естественных изменений кровли мерзлоты.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим среду (рис. 1), состоящую из двух слоев с различной проводимостью σ_i : верхний слой $\sigma_1 = 0.01$ См/м, а нижний слой $\sigma_2 = 0$ См/м. На дневной поверхности расположена пара электродов A, B , к которым подведен постоянный ток. Необходимо по измеренным вдоль линий MN значениям компоненты электрического поля E (рис. 2) найти параллелепипедальный непроводящий объект (определенное искажение формы кровли мерзлых пород).

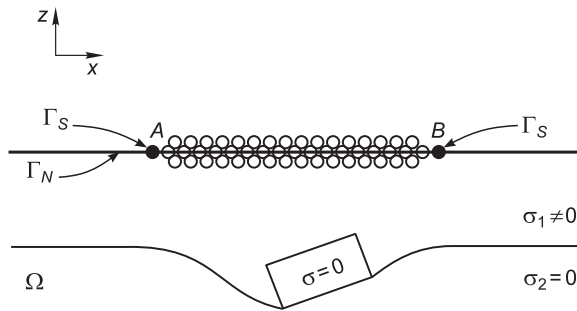


Рис. 1. Сечение расчетной области.

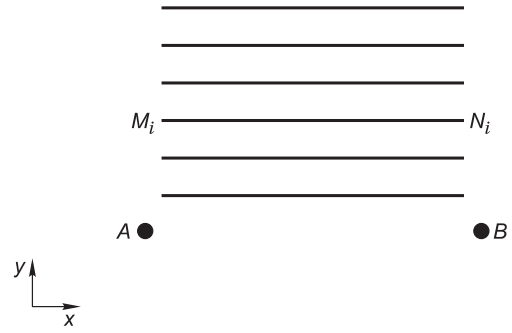


Рис. 2. Взаимное расположение AB и $M_i N_i$.

Математическая модель. Рассмотрим систему уравнений Максвелла (1) в стационарном случае.

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \sigma \mathbf{E} + \mathbf{J}^s, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Из первого уравнения в (1) следует, что

$$\mathbf{E} = -\nabla \varphi.$$

На границе Γ_{ij} , разделяющей две подобласти, условия сопряжения для поля \mathbf{E} имеют вид

$$\mathbf{n} \times (\mathbf{E}_i - \mathbf{E}_j) \Big|_{\Gamma_{ij}} = 0.$$

На границе земля—воздух Γ_N условия непротекания для нормальной компоненты тока примут вид

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} \Big|_{\Gamma_N} = \mathbf{n} \cdot \sigma \mathbf{E} \Big|_{\Gamma_N} = 0.$$

На границе электрод—среда Γ_S задано значение поверхностного тока, стекающего с электрода

$$\mathbf{n} \cdot \mathbf{J} \Big|_{\Gamma_S} = j_S.$$

Таким образом, распределение потенциала φ является решением следующей краевой задачи

$$\begin{aligned} -\operatorname{div} \sigma \nabla \varphi &= 0 \quad \text{в области } \Omega, \quad \partial \Omega = \Gamma_S \cup \Gamma_N, \\ \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_S} &= j_S, \\ \frac{\partial \varphi}{\partial n} \Big|_{\Gamma_N} &= 0, \\ [\varphi]_{\Gamma_{ij}} &= 0, \\ \left[\sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right]_{\Gamma_{ij}} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где j_S — поверхностная плотность тока, стекающего с электрода.

Вариационная формулировка. Введем пространства

$$\mathbf{H}^1 = \left\{ \varphi \in L^2(\Omega) \mid \nabla \varphi \in \mathbf{L}^2(\Omega) \right\},$$

$$\|u\|_{\mathbf{H}^1}^2 = \int_{\Omega} u^2 d\Omega + \int_{\Omega} (\nabla u)^2 d\Omega.$$

Вариационная постановка в форме Галеркина для задачи (2) имеет вид:
найти $\varphi \in \mathbf{H}^1(\Omega)$, такое что $\forall v \in \mathbf{H}^1(\Omega)$

$$-\int_{\Omega} \sigma \nabla \varphi \cdot \nabla v d\Omega + \int_{\Gamma_S} \sigma \frac{\partial \varphi}{\partial n} v d\Gamma = 0. \quad (3)$$

Для вариационного уравнения (3) был построен конечно-элементный аналог. Область моделирования была дискретизирована на тетраэдральные конечные элементы со сгущениями вблизи электродов и на границах. Полученная в результате дискретизации система линейных уравнений решалась методом сопряженных градиентов [Saad, 2003]. Ее размерность варьировалась от 200 000 до 500 000. Время решения на компьютере с процессором 2 ГГц не превышало трех минут (при уменьшении евклидовой нормы невязки в 10^{10} раз).

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ФОРМЫ ГРАНИЦЫ

Для приведенной системы измерений решается множество прямых задач в области Ω для различных вариантов проводимости σ вмещающей среды. Представим два варианта референтной среды.

Однородное полупространство. Рассмотрим в качестве референтной среды полупространство с проводимостью σ . Тогда обратной задачей будем считать задачу минимизации функционала

$$\Phi(\sigma) = \max_{i \in \mathbf{N}} \left| U_x^i(\sigma) - \overline{U}_x^i \right|, \quad (4)$$

где \mathbf{N} — множество результатов измерений, \overline{U}_x^i — измеренное в i -й точке значение электрического поля, $U_x^i(\sigma)$ — модельное значение электрического поля в i -й точке полупространства с проводимостью $\sigma, i \in \mathbf{N}$.

В однородной среде при одинаковом значении тока в источнике отношение измеренного и полученного в ходе моделирования значения электрического поля в i -й точке равно отношению проводимостей сред.

$$k = \frac{\overline{U}_x^i}{U_x^i(\sigma)} = \frac{\sigma}{\sigma_{ref}}. \quad (5)$$

Зафиксируем в качестве источника заданное значение тока и будем считать, что проводимость референтной среды (σ_{ref}) равна 1 См/м. Рассматривая отношение (5), для каждого измерения в i -й точке получим сопротивление среды и найдем искомое значение минимума функционала (4).

Двухслойная модель. Рассмотрим в качестве референтной среды двухслойную модель, где слой с проводимостью σ и мощностью h залегает на непроводящем основании.

Будем полагать, что величина h может изменяться в известных, достаточно узких пределах. Проведем прямое моделирование для некоторого множества \mathbf{H} значений h из заданного диапазона. Тогда обратной задачей будем считать задачу минимизации функционала (6) на множестве значений $h \in \mathbf{H}$

$$\Phi(\sigma, h) = \max_{i \in \mathbf{N}} \left| U_x^i(\sigma, h) - \overline{U}_x^i \right|, \quad (6)$$

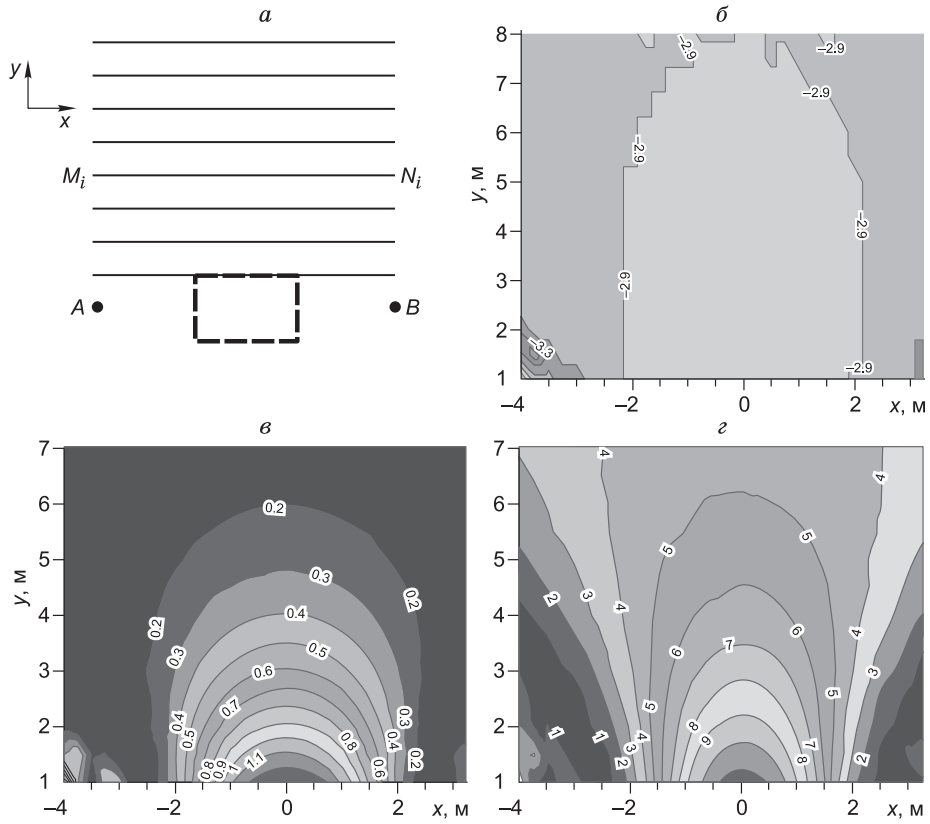
где $U_x^i(\sigma, h)$ — модельное значение электрического поля в i -й точке для верхнего слоя с мощностью h .

Последовательно сопоставляя значения, полученные для каждого значения $h \in \mathbf{H}$ и известной σ со значением \overline{U}_x^i , выберем наиболее близкие и получим искомый минимум функционала (6). Соотнося полученные глубины с соответствующими точками пространства, получим рельеф кровли мерзлоты для области Ω . Фиксируя вычисленную глубину и используя (5), можно получить приращение электрической проводимости σ для каждой точки, соответствующей измерению.

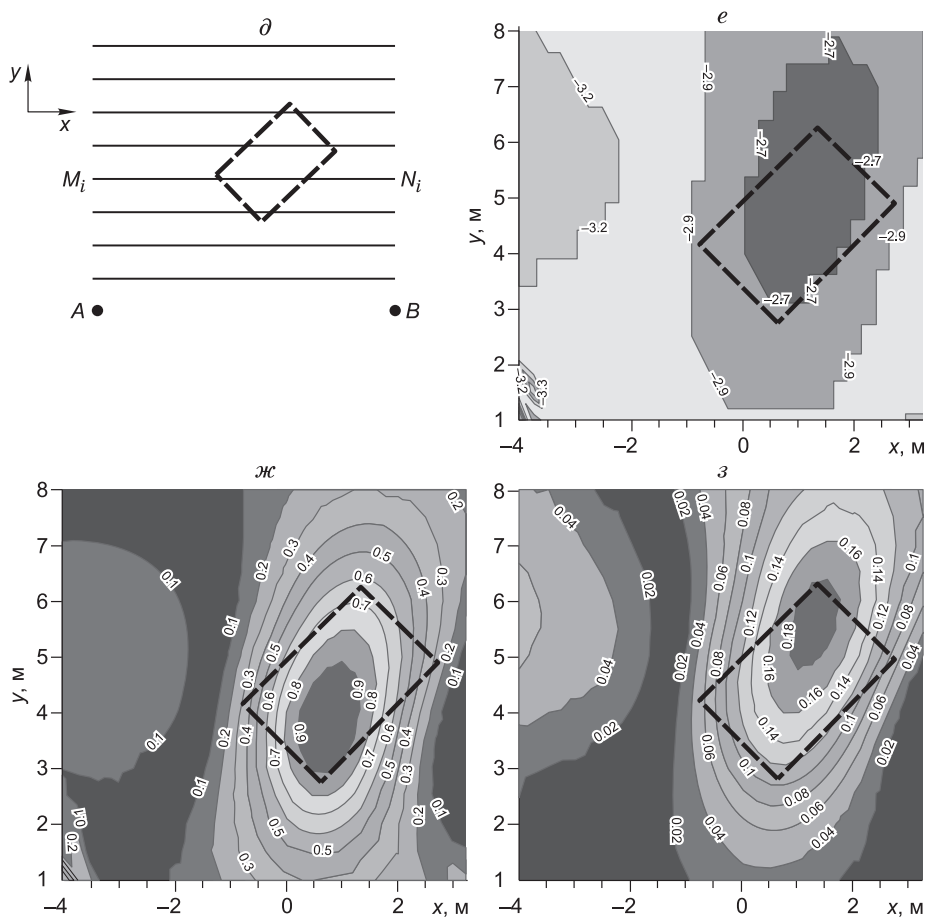
РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Будем предполагать, что длина электрической линии AB принята равной 9 м, а ток равен 1 А. Целевой объект представляет собой параллелепипед с размерами $3 \times 2 \times 1.5$ м. Глубина до непроводящего основания равна 3 м. В качестве критериев сравнения будем рассматривать распределение абсолютной (ΔE_x) и относительной (δE_x) разности горизонтальной компоненты электрического поля E_x для среды с объектом и без объекта. Абсолютная разность приведена в мВ, а относительная — в процентах.

Расположение объекта в центре линии АВ



Расположение объекта под углом к линии АВ



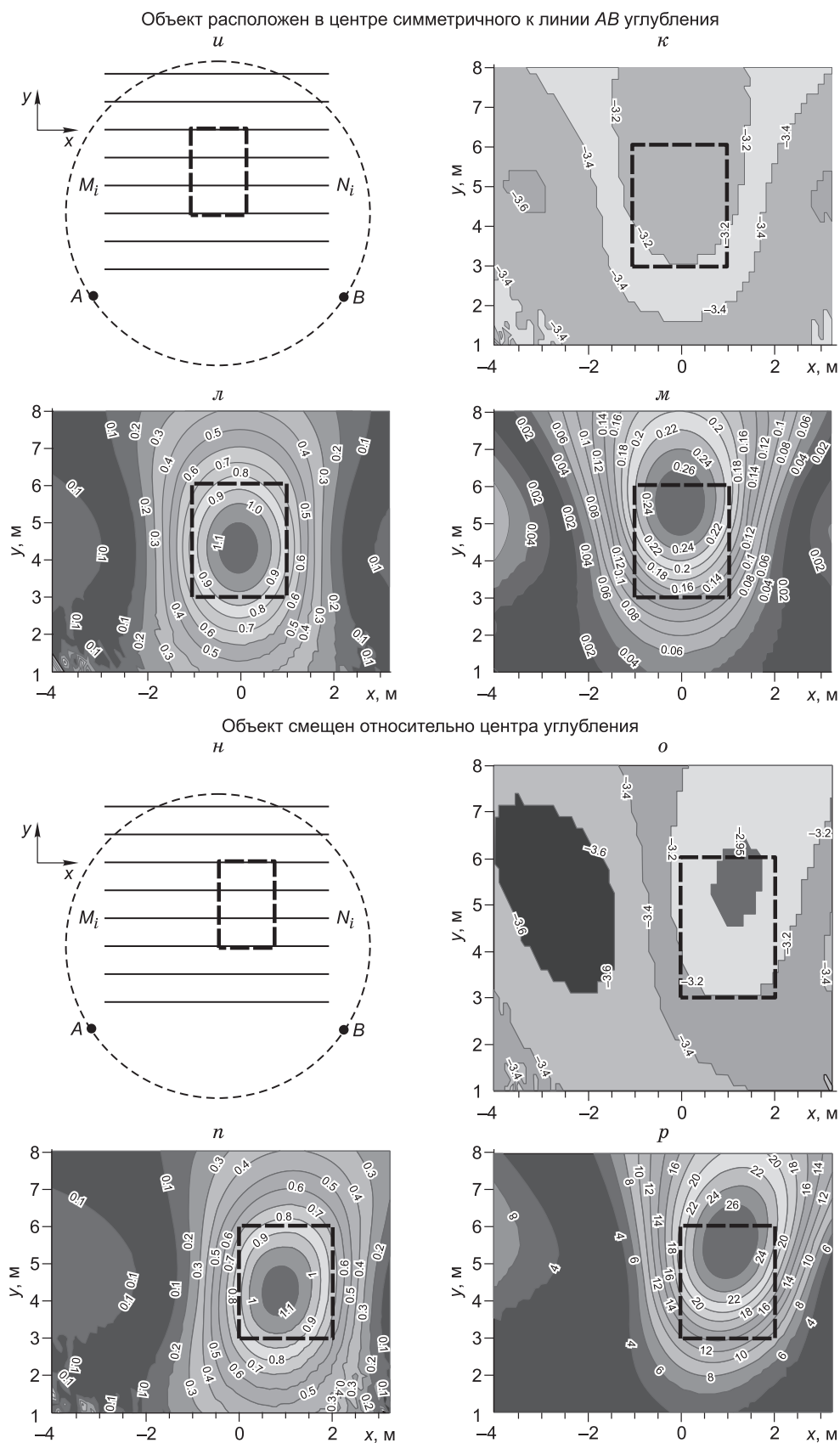


Рис. 3. Объект — система возбуждения-изменения (*а, д, и, н*); характеристика глубины залегания (*м*) мерзлоты (*б, е, к, о*); распределение абсолютной (*в, ж, л, п*) и относительной (*з, з, м, р*) разности E_x -компоненты.

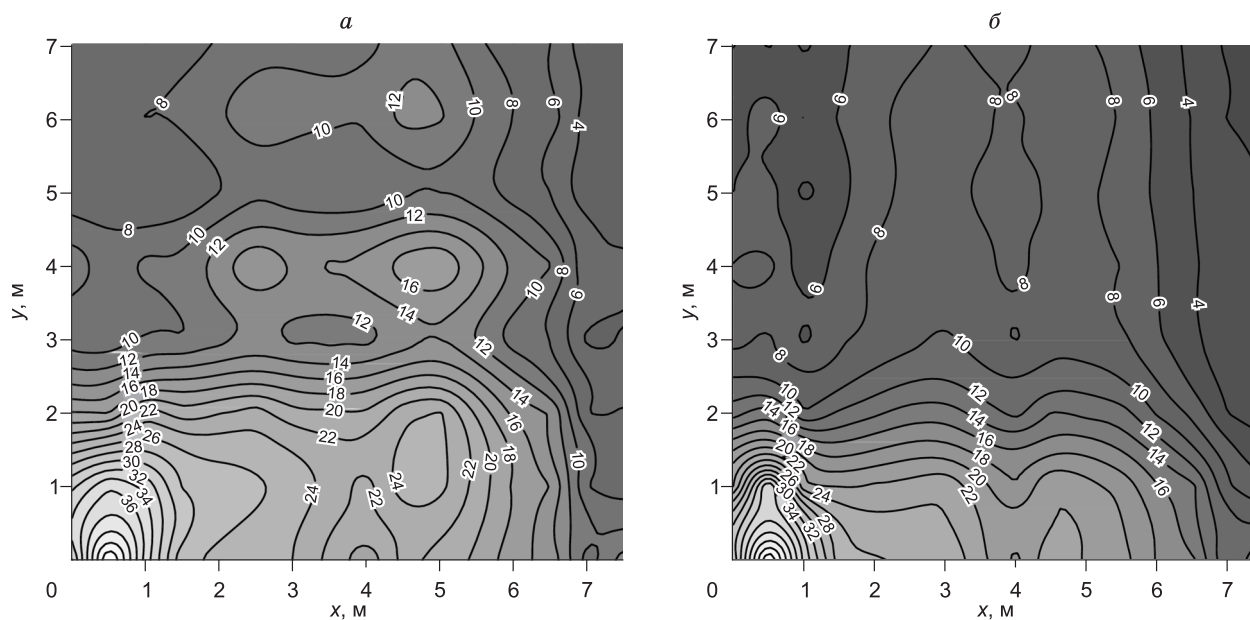


Рис. 4. Полевые данные: область без объекта (а), область с объектом (б), мВ.

В качестве исходной вмещающей среды возьмем полупространство.

Рассмотрим «вырожденный» случай, когда линия AB совпадает с проекцией средней линии объекта на дневную поверхность, а электроды находятся на одинаковом расстоянии от его центра (рис. 3, а—г). Несмотря на наибольшее значение абсолютной разности ΔE_x , определить положение объекта не удастся. Это объясняется тем, что в абсолютно симметричном случае происходят взаимокompенсации сигналов от различных частей объекта.

Рассмотрим вариант расположения объекта, при котором угол между средней линией объекта и питающей линией составляет 45° , а расстояние от центра объекта до центра питающей линии составляет 4 м (см. рис. 3, д—з). На рис. 3, ж, з приведено распределение остаточных сигналов, на которых явно виден аномалеобразующий объект. По этим данным можно определить не только положение центра неоднородности, но и оценить угол между ее ребром и линией AB .

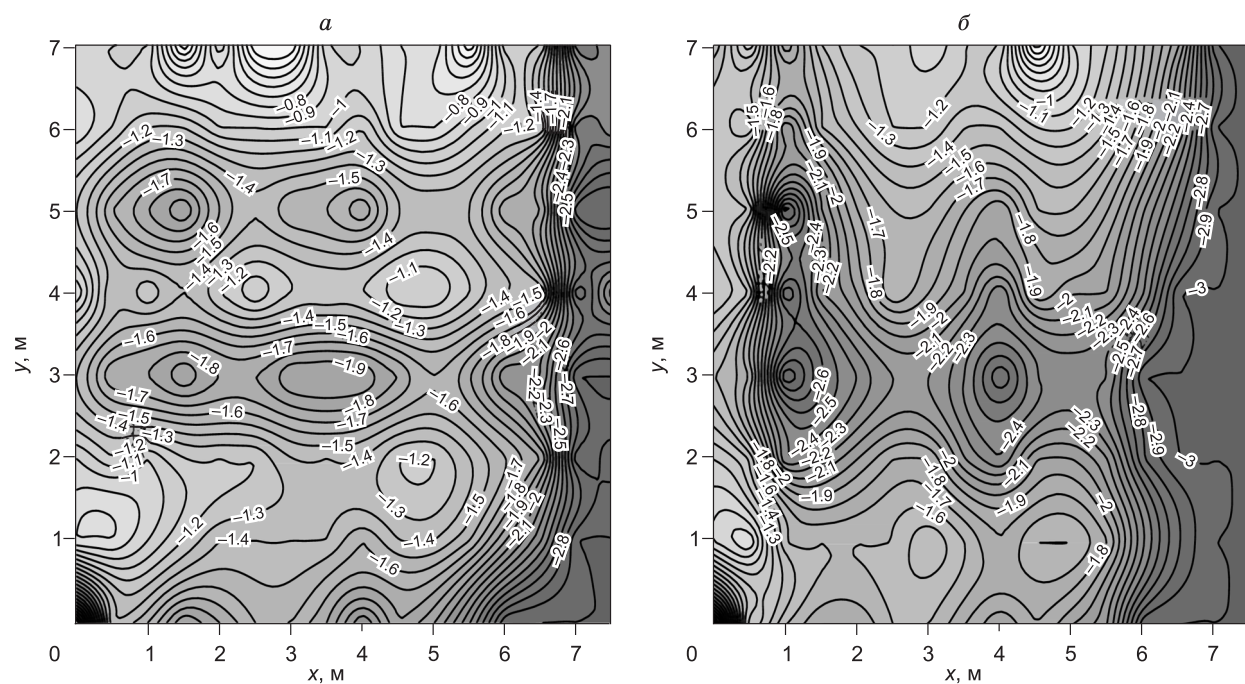


Рис. 5. Линии уровня, характеризующие глубину залегания мерзлоты (м): область без объекта (а), область с объектом (б).

Рассмотрим более реалистичную модель, когда углубление имеет эллиптическую форму. Будем считать, что максимальная глубина до мерзлоты достигается в центре углубления и составляет 5.5 м.

Если неоднородность находится в центре симметрично расположенного к линии AB углубления (см. рис. 3, $u—m$), то ее положение может быть определено лишь приблизительно: по уменьшению глубины до кровли.

При несимметрии объекта и углубления (см. рис. 3, $n—p$) его положение может быть определено по уменьшению глубины до основания. Такое определение будет более точным, чем в предыдущем случае. Также можно отметить появление области, характеризующей большее углубление в мерзлоте.

Результаты численного моделирования показывают, что во всех этих моделях всегда может быть установлено наличие неоднородности, а для несимметричного расположения электродов и объекта, можно примерно определить его положение. Необходимо отметить, что полученные оценки глубины залегания объекта носят тем более сглаженный характер, чем глубже он расположен.

ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Помимо приведенных результатов синтетических тестов проводилась обработка данных измерений, полученных в 2005 г. на плато Укок [Эпов и др., 2005] (рис. 4). Рассчитанное расстояние до мерзлоты для рассматриваемых областей для значения проводимости $\sigma = 0.0004$ См/м приведено на рис. 5.

Анализируя результаты (см. рис. 5, б), можно отметить наличие характерного углубления в центре области. В верхней части углубления присутствует выпуклость прямоугольной формы $1.5 \times 2 \times 1$ м, которая предположительно является искомым объектом.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты численного моделирования для рассмотренных данных измерений позволяют сделать вывод о том, что предложенная схема измерений и реализованный программный комплекс моделирования могут быть эффективно использованы для идентификации пространственного положения объекта, а именно: приближенная глубина и очертание.

ЛИТЕРАТУРА

- Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М., Наука, 1979, 288 с.
- Эпов М.И., Манштейн А.К., Молодин В.И., Парцингер М.А., Чемякина М.А., Манштейн Ю.А., Балков Е.В. В поисках мерзлоты (результаты геофизических исследований курганных могильников на плато Укок) // Проблемы археологии, этнографии, антропологии Сибири и сопредельных территорий (Материалы годовой сессии Института археологии и этнографии СО РАН 2003 г.). Новосибирск, Изд-во ИАЭТ СО РАН, 2003, с. 528—534.
- Эпов М.И., Молодин В.И., Манштейн А.К., Манштейн Ю.А., Балков Е.В., Чемякина М.А., Шурина Э.П., Ковбасов К.В. Геофизические исследования археологических памятников в Северо-Западной Монголии в 2005 г. // Проблемы археологии, этнографии, антропологии Сибири и сопредельных территорий (Материалы годовой сессии Института археологии и этнографии СО РАН 2005 г.). Новосибирск, Изд-во ИАЭТ СО РАН, 2005, т. XI, ч. I, с. 503—508.
- Chen J., Oldenburg D.W. 3D inversion of magnetic induced polarization data // Explor. Geophys., 2006, v. 37, № 3, p. 245—253. <http://www.publish.csiro.au/paper/EG06245>.
- van den Doel K., Ascher U.M. On level set regularization for highly ill-posed distributed parameter estimation problems // J. Comput. Phys., 2006, v. 216, № 2, p. 707—723.
- Haber E., Asher U.M., Oldenburg D. On optimization techniques for solving nonlinear inverse problems // Inverse Problems., 2000, v. 16, p. 1263—1280.
- Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems, second edition. Philadelphia, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2003, 528 p.