

УДК 532.542.2

ТЕЧЕНИЕ И СОПРЯЖЕННЫЙ ТЕПЛООБМЕН В КАВЕРНЕ МЕЖДУ РОТОРОМ И СТАТОРОМ

К. Н. Волков

Университет Кингстона, SW15 3DW Лондон, Великобритания

E-mail: dsci@mail.ru

Проводится численное моделирование турбулентного течения и сопряженного теплообмена в каверне между ротором и статором. Для расчетов характеристик течения вязкого сжимаемого газа и теплообмена используются осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье — Стокса, замкнутые с помощью уравнений $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности, а для расчета температурного поля металла — нестационарное уравнение теплопроводности. Исследуется влияние массового расхода охладителя на структуру течения и эффективность охлаждения стенок ротора и статора. Результаты расчетов сравниваются с данными эксперимента.

Ключевые слова: турбулентность, сопряженный теплообмен, каверна, вращение, численное моделирование.

Введение. Интерес к исследованию течения и теплообмена при взаимодействии потока газа с ограниченным объемом обусловлен использованием полостей различного типа в качестве теплопередающих, теплоизолирующих и технологических элементов в газовых турбинах.

Между статором и ротором всегда имеется осевой зазор, через который горячий газ из межлопаточного канала проникает в каверну. Для защиты поверхности ротора от теплового воздействия горячего газа производится отбор холодного газа из компрессора и его инжекция в каверну, где он смешивается с горячим газом, поступающим из межлопаточного канала. Проникновение горячего газа из основного потока через зазор в каверну обуславливает уменьшение расхода рабочей среды в межлопаточном канале. Вследствие попадания холодного газа из каверны в основной поток происходит понижение температуры рабочей среды в межлопаточном канале, что приводит к уменьшению эффективности работы газовой турбины. В связи с этим возникает необходимость определения расхода охладителя, обеспечивающего надежную тепловую защиту конструктивных элементов газовой турбины.

Из межлопаточного канала газ проникает в каверну вследствие действия различных факторов, среди которых следует отметить вращение ротора [1], приводящее к понижению давления в каверне и дополнительной инжекции горячего газа из межлопаточного канала в каверну (в пограничном слое на роторе под действием центробежной силы газ выбрасывается наружу, а в пограничном слое на статоре движется к центру); несимметричность распределения статического давления в окружном направлении в межлопаточном канале [2, 3], обусловленную наличием следов за направляющими лопатками; нестационарные эффекты взаимодействия направляющих и роторных лопаток [4].

В работах [1–18] рассматриваются различные геометрические конфигурации каверны и зазора между ротором и статором, обеспечивающие оптимальные характеристики производительности газовой турбины, а также математические модели различного уров-

ня сложности (осесимметричные, трехмерные, стационарные, нестационарные) и модели турбулентности. Наиболее часто используемыми моделями турбулентности являются ($k-\varepsilon$)-модель, модель Спаларта — Аллмареса и модель Ментера.

Простейшей задачей, описывающей основные особенности течения в каверне газовой турбины, является задача о течении в открытой осесимметричной каверне, ограниченной вращающимися и неподвижным дисками [5]. При достаточно больших осевых зазорах пограничные слои на роторе и статоре разделены слоем газа, в котором влияние вязкости пренебрежимо мало, а сам газ вращается как твердое тело (диск) с угловой скоростью, равной $0,3\omega$ в ламинарном режиме и $0,43\omega$ в турбулентном.

С точки зрения эффективности работы турбины оптимальной формой каверны между ротором и статором является такая, при которой радиус статора больше радиуса ротора [1] (выбор проведен среди семи различных конфигураций каверны, наличие внешнего потока не учитывается). Дополнительно улучшить геометрию каверны и минимизировать тепловое воздействие горячего газа из межлопаточного канала на поверхности ротора и статора позволяет разделение каверны на секции за счет создания осевых зазоров.

На течение в каверне существенное влияние оказывает несимметричность распределения давления в межлопаточном канале. В зависимости от соотношения между линейным числом Рейнольдса Re_x и вращательным числом Рейнольдса Re_ω выделяются два характерных режима течения [1, 5]. При малых значениях Re_x / Re_ω структура течения определяется вращением диска, а при больших — условиями течения в межлопаточном канале. При больших значениях Re_x / Re_ω инжекция горячего газа из межлопаточного канала в каверну зависит от Re_ω и пропорциональна Re_x [5].

Для учета взаимодействия потока, поступающего в каверну из межлопаточного канала, с потоком охладителя используется ряд корреляционных зависимостей для характеристик теплообмена [1–3, 6–8], полученных на основе данных эксперимента. В работе [6] построена корреляционная зависимость, соответствующая минимальному расходу охладителя, предотвращающему инжекцию горячего газа из межлопаточного канала в каверну. Используются также интегральное уравнение сохранения количества движения и эмпирическая модель течения в осевом зазоре [7]. В работе [8] получены эмпирические соотношения для расходов газа, покидающего каверну и поступающего в нее из межлопаточного канала.

В [9, 10] приводятся экспериментальные и расчетные данные о характеристиках потока и теплообмена в двухступенчатой турбине, полученные с учетом влияния направляющих и роторных лопаток. Расчеты выполнены с помощью модели турбулентности Спаларта — Аллмареса в стационарной и нестационарной постановках на сетке, содержащей приблизительно $2 \cdot 10^6$ узлов. Несмотря на некоторое различие расчетных данных по эффективности охлаждения, полученных в стационарной и нестационарной постановках, характер изменения эффективности охлаждения при варьировании параметров задачи в этих моделях течения одинаков.

В работах [2, 3] рассмотрены различные геометрические модели ступени газовой турбины. Во всех случаях использовались каверна и межлопаточный канал одной и той же конфигурации. В моделях 1, 2 учитывалось влияние направляющих лопаток либо лопаток ротора, а расчеты проводились в стационарной постановке. В моделях 3, 4 учитывалось влияние как направляющих, так и роторных лопаток. Расчеты по модели 3 проведены в стационарной постановке, а по модели 4 — в нестационарной. Форма направляющих и роторных лопаток представляется в упрощенном виде, что позволяет учесть несимметричность распределения давления в следе за ними [2, 3]. Наилучшее соответствие данным измерений дают расчеты по модели 4, однако при этом требуются наибольшие вычислительные затраты. Несимметрия распределения давления в межлопаточном кана-

ле, создаваемая роторными лопатками (модель 2), оказывает более значительное влияние на степень охлаждения, чем следы за направляющими лопатками (модель 1). Эффекты, обусловленные вращением ротора, оказывают несущественное влияние на эффективность охлаждения [2, 3].

Данные [2, 3] подтверждаются результатами работ [11, 12], полученными в стационарной и нестационарной постановках с учетом взаимодействия направляющих и роторных лопаток. Наличие направляющих лопаток незначительно изменяет структуру течения в каверне, что приводит к некоторому уменьшению показателя эффективности [13].

В работе [14] расчеты проведены в нестационарной постановке для полной геометрической модели без учета влияния направляющих и роторных лопаток (модель 1), а также для 1/15 модели с периодическими граничными условиями в окружном направлении с учетом (модель 2) и без учета (модель 3) влияния направляющих и роторных лопаток. Установлено, что удовлетворительное соответствие данным измерений дает лишь расчет по модели 2 при достаточно больших массовых расходах охладителя. При малых расходах охладителя результаты расчетов по моделям 2 и 3 не согласуются с экспериментальными данными. Результаты расчетов с использованием $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности и модели Ментера различаются незначительно [14, 15].

В [16] приведены данные о потерях полного давления в межлопаточном канале газовой турбины и влиянии на них расхода газа, вдуваемого из каверны. Численные расчеты проведены с помощью нескольких моделей турбулентности, исследованы их точность и эффективность.

В отличие от результатов расчетов, выполненных в работе [14], результаты расчетов [17] хорошо согласуются с данными измерений лишь при малых расходах охладителя.

Некоторые данные указывают на то, что в каверне между ротором и статором имеют место сложные нестационарные эффекты [18].

При проектировании современных высокотехнологичных изделий, к числу которых относятся газовые турбины, большое значение имеет совместное решение задач газовой динамики и теплообмена.

В данной работе исследуется влияние сопряженного теплообмена в каверне между ротором и статором на эффективность охлаждения. Приводятся данные о влиянии массового расхода охладителя на распределение температуры и эффективность охлаждения поверхностей ротора и статора.

1. Геометрия каверны. Рассмотрим каверну, образующуюся между ротором и статором (рис. 1). Форма осевого зазора между ротором и статором выбирается с учетом рекомендаций в работе [1]. (Эта форма использовалась также в численных расчетах, выполненных в работе [10].)

Расчеты с помощью метода конечных элементов проводятся в осесимметричной постановке, а расчеты поля течения газа — в трехмерной постановке с использованием периодических граничных условий в окружном направлении.

Область, занятая газом, показана на рис. 2. Внутренний и внешний радиусы каверны равны соответственно $r_{in} = 0,112$ м, $r_{out} = 0,142$ м. Течение характеризуется линейными и вращательными числами Рейнольдса $Re_x = \rho U D / \mu$, $Re_\omega = \rho r^2 \omega / \mu$, вычисленными по параметрам во входном сечении каверны. Для выбранных условий задачи значения чисел Рейнольдса равны $Re_x = 8,89 \cdot 10^4$ и $Re_\omega = 9,85 \cdot 10^5$, что соответствует турбулентному режиму течения.

Течение в межлопаточном канале не рассчитывается. Для уменьшения вычислительных затрат влияние направляющих и роторных лопаток не учитывается. Для учета неравномерности потока в межлопаточном канале к каверне пристыкуется дополнительный блок, меридиональное сечение которого имеет трапециевидную форму, а верхняя стенка

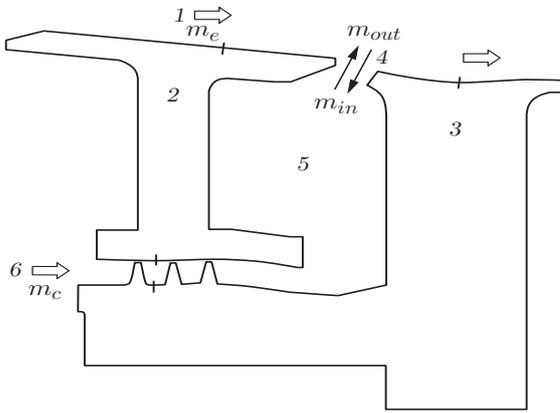


Рис. 1

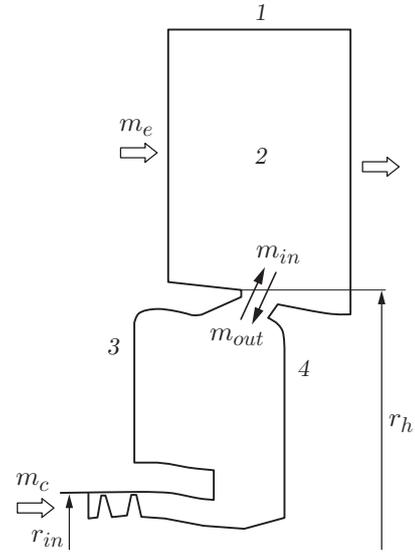


Рис. 2

Рис. 1. Геометрическая форма камеры:

1 — основной поток в межлопаточном канале; 2 — статор; 3 — ротор; 4 — осевой зазор; 5 — камера; 6 — поток холодного газа; засечки — граница контакта металла и газа (сопряженные поверхности теплообмена)

Рис. 2. Область, занятая газом:

1 — корпус; 2 — межлопаточный канал; 3 — статор; 4 — ротор

является неподвижной (корпус). Несимметричность распределения статического давления в межлопаточном канале учитывается с помощью соответствующей постановки граничных условий.

2. Основные уравнения. Изменение теплового равновесия в камере происходит за счет вдува холодного газа. Температура, обеспечивающая выполнение условия равенства тепловых потоков на границе раздела газа и твердого тела, определяется на основе итерационной процедуры.

2.1. *Распределение температуры металла.* В декартовой системе координат уравнение баланса энергии для твердого тела имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right). \quad (1)$$

Здесь ρ , c , λ — плотность, удельная теплоемкость и теплопроводность твердого тела; t — время; T — температура. Внутренние источники тепла не учитываются.

В качестве материала ротора (подвижная стенка) принимается титан, а в качестве материала статора (неподвижная стенка) — сталь. Теплофизические свойства титана и стали с учетом их зависимости от температуры взяты из справочника.

2.2. *Поле течения газа.* Нестационарное течение вязкого сжимаемого газа описывается с помощью осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье — Стокса и уравнений $(k-\varepsilon)$ -модели турбулентности, которые в декартовой системе координат (x, y, z) записываются в виде

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = H. \quad (2)$$

Уравнение (2) дополняется уравнением состояния совершенного газа

$$p = (\gamma - 1)\rho[e - (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - \omega^2 r^2)/2].$$

Вектор консервативных переменных \mathbf{Q} и векторы потоков \mathbf{F}_x , \mathbf{F}_y , \mathbf{F}_z имеют следующий вид:

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho v_x \\ \rho v_y \\ \rho v_z \\ \rho e \\ \rho k \\ \rho \varepsilon \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}_x = \begin{pmatrix} \rho v_x \\ \rho v_x v_x + p - \tau_{xx} \\ \rho v_x v_y - \tau_{xy} \\ \rho v_x v_z - \tau_{xz} \\ (\rho e + p)v_x - v_x \tau_{xx} - v_y \tau_{xy} - v_z \tau_{xz} + q_x \\ \rho v_x k - \alpha_x \\ \rho v_x \varepsilon - \beta_x \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_y = \begin{pmatrix} \rho v_y \\ \rho v_y v_x - \tau_{yx} \\ \rho v_y v_y + p - \tau_{yy} \\ \rho v_y v_z - \tau_{yz} \\ (\rho e + p)v_y - v_x \tau_{yx} - v_y \tau_{yy} - v_z \tau_{yz} + q_y \\ \rho v_y k - \alpha_y \\ \rho v_y \varepsilon - \beta_y \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{F}_z = \begin{pmatrix} \rho v_z \\ \rho v_z v_x - \tau_{zx} \\ \rho v_z v_y - \tau_{zy} \\ \rho v_z v_z + p - \tau_{zz} \\ (\rho e + p)v_z - v_x \tau_{zx} - v_y \tau_{zy} - v_z \tau_{zz} + q_z \\ \rho v_z k - \alpha_z \\ \rho v_z \varepsilon - \beta_z \end{pmatrix}.$$

Неинерциальность системы отсчета учитывается путем введения в источниковый член \mathbf{H} кориолисовой и центробежной сил:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \rho \omega (y \omega + 2v_z) \\ \rho \omega (z \omega - 2v_y) \\ 0 \\ P - \rho \varepsilon \\ c_{\varepsilon 1} \varepsilon (P - c_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) / k \end{pmatrix}.$$

В приведенных уравнениях r — радиус вращения; v_x , v_y , v_z — составляющие скорости в направлениях осей x , y , z ; ω — угловая скорость; p — давление; e — полная энергия единицы массы; k — кинетическая энергия турбулентности; ε — скорость диссипации; γ — отношение удельных теплоемкостей.

Компоненты тензора вязких напряжений и составляющие вектора теплового потока находятся из соотношений

$$\tau_{ij} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \quad q_i = -\lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial x_i}.$$

Эффективная вязкость μ_{eff} вычисляется в виде суммы молекулярной μ и турбулентной μ_t вязкостей, а эффективная теплопроводность λ_{eff} выражается через вязкость и число Прандтля:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t, \quad \lambda_{eff} = c_p \left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right)$$

(c_p — теплоемкость при постоянном давлении; для воздуха $Pr = 0,72$, $Pr_t = 0,9$). Для вычисления значений молекулярной вязкости в зависимости от температуры используется закон Сазерленда. Турбулентная вязкость рассчитывается по формуле Колмогорова — Прандтля $\mu_t = c_\mu \rho k^2 / \varepsilon$.

Диффузионные слагаемые в уравнениях (k - ε)-модели турбулентности находятся из соотношений

$$\alpha_i = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i}, \quad \beta_i = \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i}.$$

Для расчета члена производства турбулентности используется соотношение, записанное с учетом поправки Като — Лаундера:

$$P = \mu_t |S| |\Omega|, \quad |S| = (2S_{ij}S_{ij})^{1/2}, \quad |\Omega| = (2\Omega_{ij}\Omega_{ij})^{1/2}.$$

Компоненты тензора скоростей деформаций и тензора вращения представляются в виде

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right).$$

Постоянные модели турбулентности имеют следующие значения: $c_\mu = 0,09$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$, $c_{\varepsilon 1} = 1,44$, $c_{\varepsilon 2} = 1,92$.

2.3. Численный метод. Расчеты поля течения газа и температурного поля в твердом теле проводятся последовательно с итерационной увязкой граничных значений. Для передачи тепловых нагрузок между двумя расчетными областями используются условия на границе раздела сред. При решении сопряженных тепловых задач передаются плотность теплового потока от жидкости к твердому телу и температура на границе раздела. При несовпадении конечно-элементной и конечно-объемной сеток на границе раздела сред применяется интерполяция граничных значений [19].

Дискретизация уравнения (1) проводится с помощью метода конечных элементов и неявной схемы по времени. Для решения системы разностных уравнений применяется итерационный метод Ньютона. В качестве начального приближения решения используется линейная экстраполяция температуры с предыдущего шага по времени. Итерации заканчиваются, если невязка не превышает заданной погрешности, равной 10^{-3} . Для обновления решения используется метод нижней релаксации с показателем релаксации, равным 0,5. Для предобусловливания применяется метод сопряженных градиентов.

Уравнение (2) решается численно с помощью метода конечных объемов на основе явной схемы Рунге — Кутты пятого порядка по времени, схемы MUSCL для дискретизации невязких потоков и центрированной схемы второго порядка для дискретизации вязких потоков. Разностные уравнения решаются многосеточным методом (используются V-цикл и четыре уровня сетки). Подробнее дискретизация основных уравнений и граничных условий рассматривается в работах [19, 20].

2.4. Контроль точности и управление шагом по времени. Неявная схема, используемая при интегрировании уравнения (1), является безусловно устойчивой, поэтому шаг интегрирования по времени выбирается с учетом заданной точности расчета температуры.

Для управления шагом интегрирования уравнения (1) по времени вводится параметр точности по температуре ΔT (в расчетах $\Delta T \approx 1$ К).

Для изменения шага интегрирования по времени применяется алгоритм, основанный на линейной и параболической интерполяциях температуры во времени. Для каждого узла конечно-элементной сетки используются значения температуры в текущий момент времени и в два момента, предшествующих ему. Полученные три временные точки соединяются прямыми и параболой. Ошибка рассчитывается в точке $\theta \Delta t$ (параметр $\theta \approx 0,8$ определяет тип разностной схемы) по формуле

$$\delta T = \frac{(\theta \Delta t)^2}{t_3 - t_1} \left| \frac{T_3 - T_2}{t_3 - t_2} - \frac{T_2 - T_1}{t_2 - t_1} \right|,$$

где $\Delta t = t_3 - t_2$.

Температура вычисляется на двух последовательных слоях по времени с шагом Δt_{cur} (в качестве начального приближения принимается $\Delta t_{cur} = 0,25t_f$, где t_f — конечный момент времени). При отсутствии необходимости ограничения шага интегрирования по времени дальнейший расчет проводится с шагом Δt_{opt} , который оценивается с учетом сходимости итерационного процесса и погрешности расчета температуры. Ограничение шага интегрирования по времени обусловлено очень медленной сходимостью итераций (медленным уменьшением невязки) и невыполнением условия точности вычисления температуры на слое по времени.

Следующий шаг интегрирования по времени выбирается из условия

$$\Delta t_{opt} = \min \{ \Delta t_{opt1}, \Delta t_{opt2} \}.$$

Во избежание очень малого шага по времени проводится его выравнивание таким образом, чтобы в оставшемся интервале времени укладывалось целое число шагов.

Шаг по времени Δt_{opt1} зависит от погрешности расчета температуры на предыдущем шаге по времени и заданного значения параметра точности по температуре:

$$\Delta t_{opt1} = \Delta t^n (\Delta T / \delta T)^{1/2}.$$

При $\delta T > 2\Delta T$ (полученное изменение температуры на слое по времени находится за пределами заданной степени точности по температуре) шаг по времени уменьшается в два раза.

При выборе следующего шага по времени учитывается также возможность его ограничения вследствие очень малой скорости итерационной процедуры, используемой для согласования значений температур металла и жидкости на границе раздела. Шаг по времени Δt_{opt2} находится из соотношения

$$\Delta t_{opt2} = (1/4) \Delta t^n (n_{\max} / n_i)^{1,3333},$$

где n_i — число итераций на слое по времени; n_{\max} — максимальное число итераций на каждом слое по времени (в расчетах $n_{\max} = 20$). При достижении максимального числа итераций ($n_i = n_{\max}$) шаг по времени уменьшается в два раза.

2.5. Условие сходимости. Уравнения (1), (2) решаются при граничных условиях первого рода, а температура поверхности определяется из равенства тепловых потоков и уточняется в результате итераций.

Согласование значений искоемых функций на шаге по времени обеспечивается с помощью простых итераций. При этом уточняются значения функций, зависящие от температуры, и значение температуры на границе раздела. Итерации заканчиваются, когда различие температур металла и жидкости на границе раздела становится меньше заданной величины, равной $0,25 \Delta T$.

3. Расчетные сетки. Конечно-элементная сетка содержит 4949 ячеек треугольной формы и 11 259 узлов (рис. 3). При построении конечно-элементной сетки задается отношение радиусов описанной и вписанной в треугольник окружностей, равное 5, а также ограничивается максимальный размер грани ячейки.

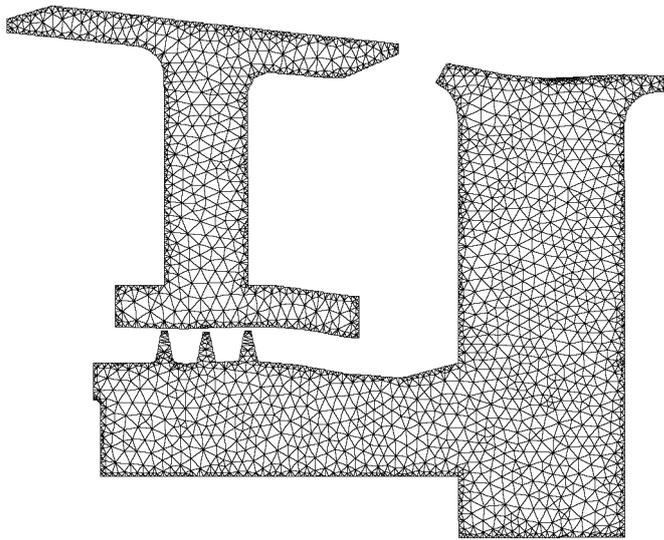


Рис. 3

Рис. 3. Конечно-элементная сетка

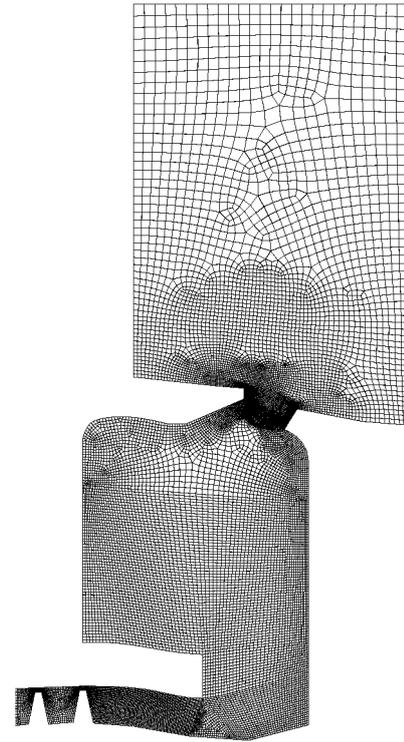


Рис. 4

Рис. 4. Конечно-разностная сетка в срединном сечении каверны

Для расчета поля течения газа в каверне используется трехмерная модель, представляющая собой сектор с углом раствора, равным $9,23^\circ$ ($1/39$ полной модели). Блочная структурированная сетка, используемая при расчете поля течения жидкости в каверне, содержит 312876 ячеек (сетка разбивается на 11 блоков), при этом в окружном направлении располагаются 18 ячеек (рис. 4). Поверхность ротора содержит 8820 граней, поверхность статора — 7560 граней.

На поверхности ротора координата y^+ изменяется в диапазоне $15 \leq y^+ \leq 100$, на поверхности статора — в диапазоне $20 \leq y^+ \leq 150$. Минимальные значения y^+ достигаются вблизи входного сечения каверны, а затем они плавно возрастают до максимальных значений вблизи выходного сечения.

4. Начальные и граничные условия. Уравнение (1) решается в интервале времени $t = 0 \div 10^3$ с. Уравнение (2) решается на каждой итерации, используемой для нахождения решения уравнения (1) на шаге по времени. При решении уравнений, описывающих течение газа, шаг по времени полагается равным $2 \cdot 10^{-6}$ с.

При решении сопряженной задачи теплообмена в качестве начального поля температуры газа принимается распределение, полученное для теплоизолированных стенок каверны. В начальный момент времени ротор и статор считаются равномерно прогретыми по толщине ($T_{m0} = 300$ К).

На внешних границах ротора и статора задаются коэффициент теплоотдачи $\alpha = 400$ Вт/(м²·К) и распределения температуры, полученные в результате решения задачи теплообмена для других элементов газовой турбины (рис. 5). В качестве пространственной координаты используется параметр l , изменяющийся в диапазоне $0 \leq l \leq 1$ и отсчиты-

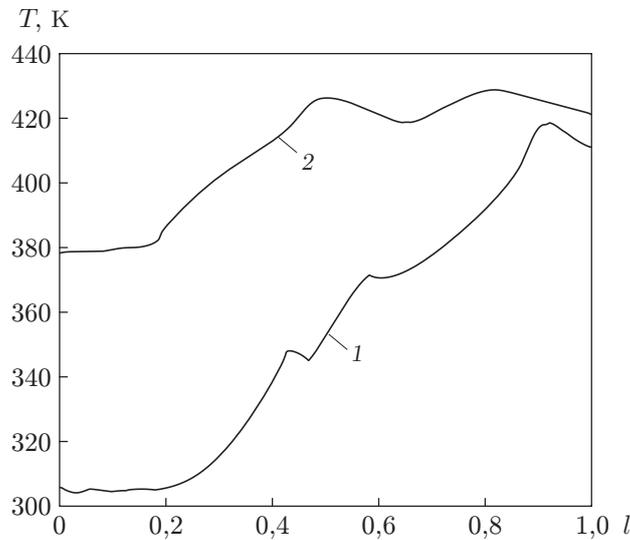


Рис. 5. Распределения температуры на внешних поверхностях ротора (1) и статора (2)

ваемый вдоль внешнего контура модели (значение $l = 0$ соответствует входной границе каверны, $l = 1$ — границе сопряжения каверны с межлопаточным каналом).

Изменение коэффициента теплоотдачи, задаваемого на внешних границах статора и ротора, до значения $\alpha = 10^5$ Вт/(м²·К) оказывает слабое влияние на распределение температуры по границе контакта газа и металла (различие температур не превышает 5 К).

На входной границе блока, представляющего собой часть межлопаточного канала, задаются массовый расход $m_e = 4,89$ кг/с, направление потока, характеризующееся углами $\alpha = \arctg(v_r/v_x)$ и $\beta = \arctg(v_\theta/v_x)$, температура торможения $T_0 = 432$ К, а также характеристики турбулентности (степень турбулентности составляет 10 %, гидравлический диаметр — 0,064 м).

Для учета несимметричности потока во входном сечении расчетной области, обусловленной влиянием направляющих лопаток, которые имеются в реальной конструкции, но не учитываются в геометрической модели, используется подход [3], основанный на обработке экспериментальных и расчетных данных.

На средние значения давления $\langle p \rangle$, осевой $\langle v_x \rangle$ и тангенциальной $\langle v_\theta \rangle$ скоростей, рассчитанные без учета симметрии потока в межлопаточном канале, накладываются возмущения

$$p = \langle p \rangle + \frac{1}{2} \Delta p \cos(N\theta) \exp\left(-N \frac{x}{r}\right),$$

$$v_x = \langle v_x \rangle - \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\rho q} \cos(N\theta + A) \exp\left(-N \frac{x}{r}\right),$$

$$v_\theta = \langle v_\theta \rangle - \frac{1}{2} \frac{\Delta p}{\rho q} \sin(N\theta + A) \exp\left(-N \frac{x}{r}\right).$$

Предполагается, что при движении газа от входного сечения межлопаточного канала к задней кромке лопатки давление уменьшается по экспоненциальному закону

$$\Delta p_i = \Delta p_e \exp[(N/r)(x_e - x_i)].$$

Здесь индекс i соответствует межлопаточному каналу, e — задней кромке лопатки. Под Δp_e понимается амплитуда изменения давления в окружном направлении во входном

сечении, которая выбирается на основе данных эксперимента. В отсутствие этих данных обычно полагается, что значение Δp_e составляет приблизительно 20–30 % значения давления на задней кромке лопатки [3] (в расчетах $\Delta p_e = 1,143 \cdot 10^4$ Па). Средняя скорость потока вычисляется по формуле

$$q = (\langle v_x \rangle^2 + \langle v_r \rangle^2 + \langle v_\theta \rangle^2)^{1/2}.$$

Здесь $A = 70^\circ$ — угол установки лопатки; $N = 39$ — число направляющих лопаток.

В расчетах при массовом расходе $m_e = 4,89$ кг/с принимаются значения $\langle v_x \rangle = 123,5$ м/с, $\langle v_\theta \rangle = 252,7$ м/с, а среднее значение радиальной скорости полагается равным нулю: $\langle v_r \rangle = 0$. На входе в межлопаточный канал число Маха равно $M = 0,67$.

При постановке граничных условий на входной границе каверны считается, что газ из межлопаточного канала не поступает к входному сечению каверны или не успевает обмениваться теплом с холодным газом, проникающим в каверну. При этом задаются массовый расход, который является параметром расчета, направление потока (углы α и β определяются составляющими скорости), температура торможения ($T_0 = 300$ К) и характеристики турбулентности (степень турбулентности составляет 3 %, гидравлический диаметр — 0,0072 м). В случае $m_c = 3,06 \cdot 10^{-6}$ кг/с вдув холодного газа отсутствует (случай 1), в случае $m_c = 7,34 \cdot 10^{-3}$ кг/с газ из межлопаточного канала не проникает в каверну (случай 2). Осевая скорость изменяется в соответствии с заданным массовым расходом во входном сечении каверны ($v_x = 0$ в случае 1 и $v_x = 5,61$ м/с в случае 2). Тангенциальная скорость полагается равной среднему значению $\omega r_i/2$ ($\omega = 1110$ с $^{-1}$ — угловая скорость вращения ротора), следовательно, в обоих случаях $v_\theta = 62,94$ м/с.

Градиент давления на выходной границе находится из соотношения $\partial p/\partial r = \rho v_\theta^2/r$ (вкладом производной $\partial v_r/\partial r$ пренебрегается). В качестве точки отсчета используется давление в нижней точке выходной границы ($p = 1,12 \cdot 10^5$ Па).

На неподвижной стенке, ограничивающей пристыкованный к каверне блок, моделирующий течение в межлопаточном канале, задаются граничные условия прилипания и непротекания. Верхняя стенка корпуса считается теплоизолированной.

5. Результаты расчетов. В качестве начального приближения выбирается поле течения газа в каверне в случае теплоизолированных поверхностей ротора и статора, а затем температурное поле металла и газа с итерационной увязкой температуры на границе раздела сред.

5.1. *Течение в каверне.* Расчеты поля течения газа проводятся при $t_f = 10^3$ с. Результаты расчетов для случая 2, приведенные на рис. 6, показывают, что течение в каверне имеет нестационарный характер. Точка 1 расположена за пределами каверны в межлопаточном канале вблизи поверхности статора ($x = 1,848$ 06 м, $r = 0,141$ 94 м, $\theta = -0,008$ 48°), точка 2 — в выходном сечении каверны, точка 3 — приблизительно в середине каверны вблизи поверхности статора ($x = 1,833$ 63 м, $r = 0,129$ 16 м, $\theta = -0,008$ 96°). На рис. 6 точкам 1–3 соответствуют кривые 1–3.

Во всех трех точках имеют место осцилляции давления около среднего значения. В точке 2, расположенной в выходном сечении каверны, амплитуда осцилляций давления является наибольшей ($\Delta p = 684$ Па). В точках 1 и 3 амплитуды осцилляций давления имеют существенно меньшие значения (в точке 1 $\Delta p = 242$ Па, в точке 3 $\Delta p = 25$ Па). При этом частоты колебаний давления принимают приблизительно одинаковые значения (в точке 1 $f = 7010$ Гц, в точке 2 $f = 6995$ Гц, в точке 3 $f = 6970$ Гц). Это свидетельствует о том, что осцилляции появляются в выходном сечении каверны и распространяются в окружающей жидкости, постепенно затухая по мере удаления от него.

Пульсации давления не являются следствием нестационарных явлений, возникающих при запуске турбины, а обусловлены сложным характером взаимодействия потока газа,

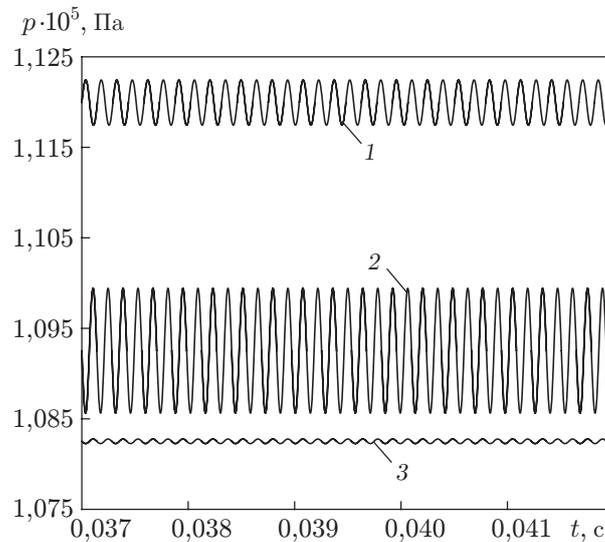


Рис. 6. Зависимость давления от времени:

1 — давление в точке 1; 2 — давление в точке 2; 3 — давление в точке 3

поступающего из каверны в межлопаточный канал, с потоком газа, поступающим из канала в каверну. Пульсации давления в выходном сечении каверны не исчезают в течение большого периода времени, превышающего характерное время процесса, что является особенностью задач данного типа.

Появление периодических осцилляций давления может служить одним из критериев сходимости итерационного процесса.

На рис. 7 показаны линии тока в каверне при $m_c = 0,01$ кг/с. Газ из входного сечения каверны проникает в пограничный слой на роторе и течет вдоль радиуса, покидая каверну через ее выходное сечение и поступая в межлопаточный канал. Основной вихрь занимает практически весь объем каверны. Вторичный вихрь образуется в нижней части каверны вблизи “излома” поверхности статора. При данном расходе охладителя газ из межлопаточного канала практически не поступает в каверну.

При уменьшении массового расхода охладителя до значения $m_c = 10^{-6}$ кг/с вихревая картина течения в каверне изменяется незначительно. Интенсивность основного вихря уменьшается, но его положение остается практически неизменным: наблюдается лишь незначительное смещение вихря в нижнюю часть каверны. Основное различие вихревых картин течения в случаях 1 (отсутствие охлаждения) и 2 (большой массовый расход охладителя) состоит в том, что в случае 1 в выходном сечении каверны отсутствует рециркуляционная зона.

На рис. 8 приведены результаты расчетов коэффициента давления на поверхности статора в сравнении с данными эксперимента. Коэффициент давления рассчитывается по формуле

$$C_p = \frac{2[\langle p(r) \rangle - \langle p(r_*) \rangle]}{\langle \rho(r_*) \rangle (r_h \omega)^2},$$

где $r_* = 0,96r_h$ — радиальная координата точки, принятой в качестве точки отсчета; r_h — внешний радиус каверны. Значение безразмерной координаты $r/r_h = 1$ соответствует положению выходного сечения каверны. По мере приближения к входному сечению каверны, через которое производится вдув охладителя, соответствие расчетных и экспериментальных данных несколько ухудшается, что объясняется влиянием условий во входном сечении.

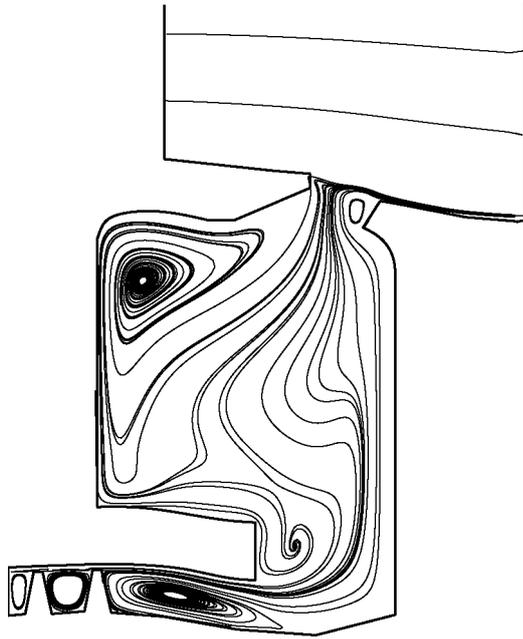


Рис. 7

Рис. 7. Линии тока в камере

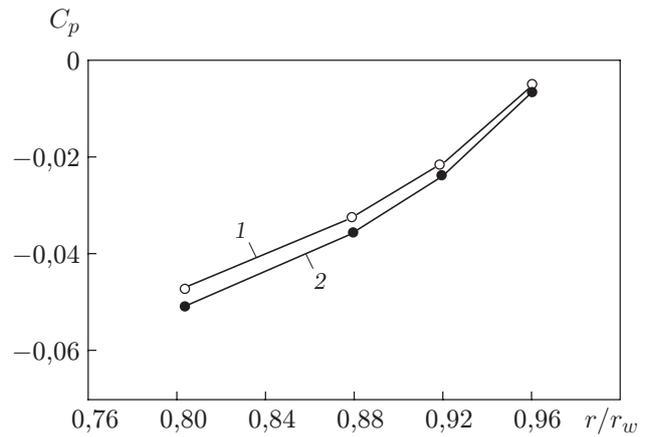


Рис. 8

Рис. 8. Распределение коэффициента давления на поверхности статора:
1 — результаты расчета; 2 — данные эксперимента

При обработке данных эксперимента для расчета локальной эффективности охлаждения обычно используется формула [9]

$$\varphi = \frac{c(r) - c_\infty}{c_c - c_\infty}$$

(индексы “ ∞ ” и c соответствуют межлопаточному каналу и потоку охладителя).

В случае если невозможно получить решение уравнения переноса для функции $c(r)$, для вычисления эффективности охлаждения используются массовые расходы газа через осевой зазор между ротором и статором [18]:

$$\eta = \frac{\langle m_c \rangle}{\langle m_{out} \rangle + \langle m_{in} \rangle}.$$

Здесь $\langle m_c \rangle$ — средний расход охладителя во входном сечении камеры; $\langle m_{in} \rangle$ — средний расход рабочей среды, проникающей в камеру из межлопаточного канала; $\langle m_{out} \rangle$ — средний расход рабочей среды, покидающей камеру и поступающей в межлопаточный канал; угловые скобки соответствуют среднему значению массового расхода во времени:

$$\langle m \rangle = \int_0^\tau m dt,$$

τ — период осреднения. Учитывая условие сохранения расхода $\langle m_{out} \rangle = \langle m_{in} \rangle + \langle m_c \rangle$, получаем

$$\eta = 1 - \langle m_{in} \rangle / \langle m_{out} \rangle.$$

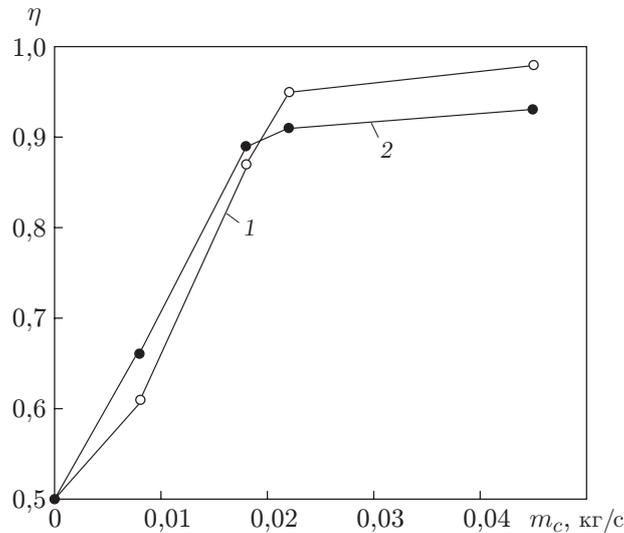


Рис. 9. Зависимость эффективности охлаждения от массового расхода охладителя:
1 — результаты расчета; 2 — данные измерений [3]

При этом $\eta = 0$ в отсутствие охлаждения ($m_c = 0$), $\eta \rightarrow 1$ при увеличении расхода охладителя ($m_c \rightarrow \infty$). Расходы газа, проникающего в камеру из межлопаточного канала и покидающего ее, находятся из соотношений

$$m_{in} = \frac{1}{2} \int_S \rho(|\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| - \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS, \quad m_{out} = \frac{1}{2} \int_S \rho(|\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}| + \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS.$$

Здесь \mathbf{n} — внешняя единичная нормаль; S — площадь выходного сечения камеры, имеющего форму круга радиусом 0,15 м.

Результаты расчетов эффективности охлаждения достаточно хорошо согласуются с данными эксперимента [3] (рис. 9). На рис. 9 приведена зависимость $\eta(m_c)$ в диапазоне значений массового расхода охладителя, соответствующем данным измерений. Максимальное различие расчетных и экспериментальных данных составляет 7,56 %.

В подходе, используемом для расчета эффективности охлаждения, не учитывается возможность повторной инъекции охладителя в камеру, что обуславливает меньшие значения эффективности охлаждения η по сравнению с полученными по данным эксперимента при использовании величины φ [18]. Изменение величин φ и η имеет один и тот же характер, однако количественное сравнение расчетных и экспериментальных значений представляется затруднительным.

5.2. *Сопряженный теплообмен.* Нестационарность течения, имеющая место в выходном сечении камеры, оказывает незначительное влияние на результаты расчетов характеристик сопряженного теплообмена и эффективности охлаждения.

Выполнение условия сходимости определяется разностью температур на границе раздела $\Delta T = 0,5$ К [20].

На рис. 10 приведены результаты расчетов, соответствующие конечному моменту времени ($t_f = 10^3$ с). Видно, что массовый расход охладителя оказывает существенное влияние на распределение температуры как по поверхностям ротора и статора, так и в объеме камеры.

При увеличении массового расхода температуры ротора и статора уменьшаются. Изменение температуры поверхности ротора составляет от 21 до 38 К, статора — от 19 до

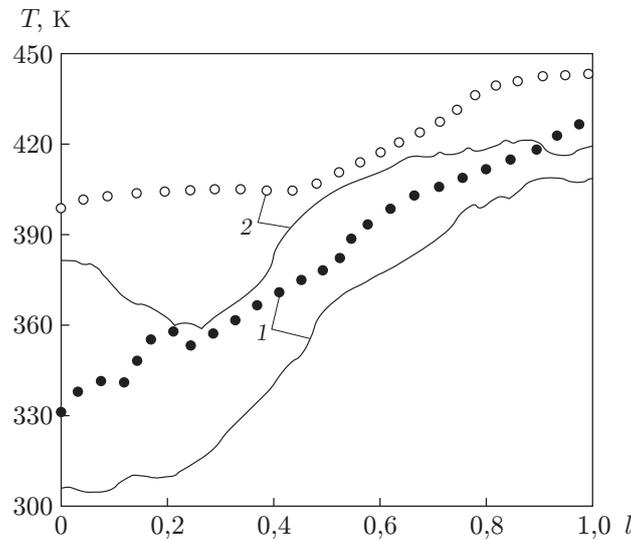


Рис. 10. Распределения температуры вдоль поверхностей ротора (1) и статора (2): точки — случай 1 ($m_c = 10^{-6}$ кг/с), линии — случай 2 ($m_c = 0,01$ кг/с)

33 К. В срединной точке каверны температура уменьшается с 419 К в случае 1 до 385 К в случае 2.

На рис. 11 представлены результаты расчетов для случая 2 в виде изолиний температуры. Видно, что при уменьшении массового расхода охладителя неравномерность распределения температуры по толщине ротора и статора возрастает.

Учет сопряженного теплообмена между газом и металлом приводит к тому, что максимальное отличие значений температуры на границе раздела от результатов решения задачи в несопряженной постановке составляет 9 К для статора и 7 К для ротора.

Показатель тепловой эффективности рассчитывается по температуре стенки каверны в некоторой точке:

$$\xi = \frac{T_e - T(r)}{T_e - T_c}$$

(T_e — температура газа во входном сечении межлопаточного канала; T_c — температура охладителя во входном сечении каверны).

На рис. 12 приведены результаты расчетов показателя тепловой эффективности (значение температуры T вычислялось в точке $r/r_h = 0,9767$). Полученные данные показывают, что эффективность охлаждения поверхности статора меньше эффективности охлаждения поверхности ротора и при увеличении массового расхода охладителя это различие возрастает в диапазоне $0 \div 3$ % величины m_c .

Закключение. Проведено моделирование течения и сопряженного теплообмена в каверне между ротором и статором. Анализ результатов численных расчетов показал, что массовый расход холодного газа через входное сечение каверны оказывает существенное влияние на распределение температуры по поверхностям ротора и статора и в объеме каверны, а также на эффективность охлаждения стенок каверны. Установлено, что результаты расчетов эффективности охлаждения хорошо согласуются с имеющимися данными эксперимента. Эффективность охлаждения поверхности статора меньше эффективности охлаждения поверхности ротора, и при увеличении массового расхода охладителя это различие возрастает.

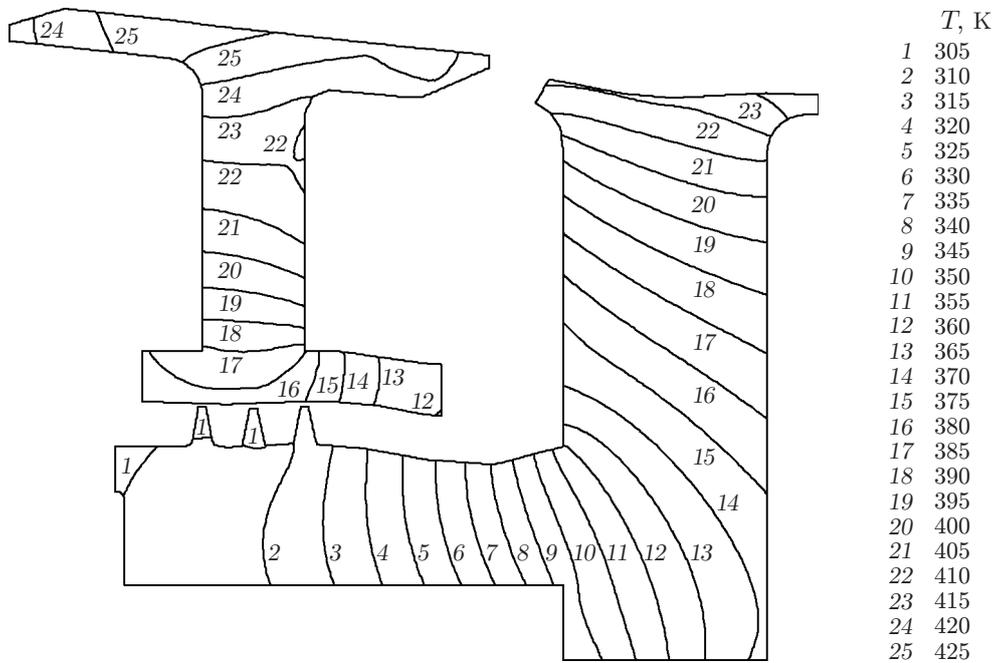


Рис. 11. Изолинии температуры металла в случае 2

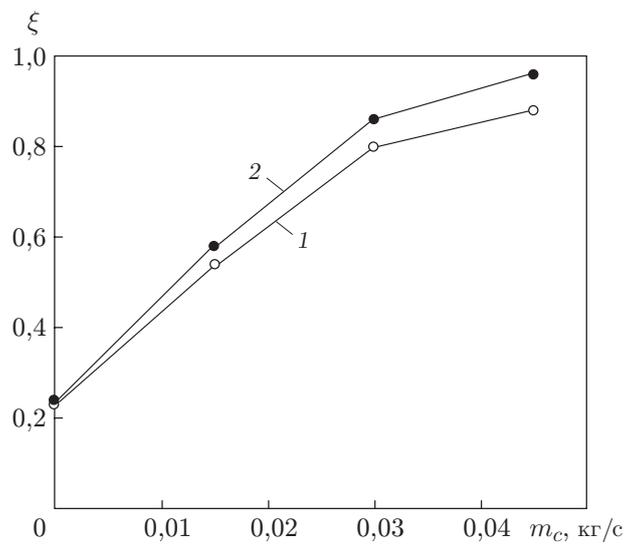


Рис. 12. Зависимость показателя тепловой эффективности от массового расхода охладителя:

1 — поверхность статора; 2 — поверхность ротора

Полученные результаты могут быть использованы при моделировании течения и теплообмена с помощью полной геометрической модели, в которой учитывается наличие направляющих и роторных лопаток.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Phadke U. P., Owen J. M.** Aerodynamics aspects of the sealing of gas turbine rotor-stator systems // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1988. V. 9, N 2. P. 98–112.
2. **Chew J. W., Dadkhah S., Turner A. B.** Rim sealing of rotor-stator wheelspace in the absence of external flow. N. Y., 1991. (Paper / ASME; N 91-GT-33).
3. **Chew J. W., Green T., Turner A. B.** Rim sealing of rotor-stator wheelspace in the presence of external flow. N. Y., 1994. (Paper / ASME; N 94-GT-126).
4. **Green T., Turner A. B.** Ingestion into the upstream wheelspace of an axial turbine stage // Trans. ASME. J. Turbomachinery. 1994. V. 116, N 2. P. 327–332.
5. **Owen J. M.** Flow and heat transfer in rotating-disc systems. Rotor-stator systems / J. M. Owen, R. H. Rogers. Taunton (UK): Res. Studies Press Ltd, 1989.
6. **Bayley F. J., Owen J. M.** The fluid dynamics of a shrouded disk system with a radial outflow of coolant // J. Engng Power. 1970. V. 92. P. 335–341.
7. **Chew J. W.** A theoretical study of ingress for shrouded rotating disc systems with radial outflow // Trans. ASME. J. Turbomachinery. 1989. V. 113, N 1. P. 91–97.
8. **Scanlon T., Wilkes J., Bohn D., Gentilhomme O.** A simple method for estimating ingestion of annulus gas into a turbine rotor-stator cavity in the presence of external pressure variations. N. Y., 2004. (Paper / ASME; N GT2004-53097).
9. **Dixon J., Brunton I. L., Scanlon T. J., et al.** Turbine stator well heat transfer and cooling flow optimisation. N. Y., 2006. (Paper / ASME; N GT2006-90306).
10. **Autef V. N. D., Chew J. W., Hills N. J., Brunton I. L.** Turbine stator-well flow modelling // Proc. of the 8th Intern. symp. on experimental and computational aerothermodynamics of internal flows, Lyon (France), July 2007. S. 1., 2007. N ISAIF8-008.
11. **Roy R. P., Xu G., Feng J.** Study of main-stream gas ingestion in a rotor-stator disk cavity. N. Y., 2000. (Paper / AIAA; N 2000-3372).
12. **Bohn D., Rudzinski B., Sturken N., Gartner W.** Experimental and numerical investigation of the influence of rotor blades on hot gas ingestion into the upstream cavity of an axial turbine stage. N. Y., 2000. (Paper / ASME; N 2000-GT-284).
13. **Teramachi K., Hamabe M., Manabe T., Yanagidani N.** Experimental and numerical investigation of sealing performance of turbine rim seals // Proc. of the Intern. gas turbine congress, Tokyo (Japan), 2–7 Nov. 2003. S. 1., 2003. Paper N TS-025.
14. **Zierer R. J., DeVito L., Lindblad K., et al.** Numerical simulation of the unsteady flow field in an axial gas turbine rim seal configuration. N. Y., 2004. (Paper / ASME; N GT2004-53829).
15. **Andreini A., Da Soghe R., Facchini B., Zecchi S.** Turbine stator well CFD studies: effects of cavity cooling air flow. N. Y., 2008. (Paper / ASME; N GT2008-51067).
16. **Волков К. Н.** Влияние поперечного потока вдуваемого газа на формирование и структуру вторичных течений в межлопаточном канале газовой турбины // Инж.-физ. журн. 2008. Т. 81, № 4. С. 84–95.
17. **Hills N. J., Green T., Turner A. B., Chew J. W.** Aerodynamics of turbine rim-seal ingestion. N. Y., 1997. (Paper / ASME; N 97-GT-268).
18. **Boudet J., Hills N. J., Chew J. W.** Numerical simulation of the flow interaction between turbine main annulus and disc cavities. N. Y., 2006. (Paper / ASME; N GT2006-90307).

19. **Волков К. Н.** Решение задач сопряженного теплообмена и передача тепловых нагрузок между жидкостью и твердым телом // Вычисл. методы и программирование. 2007. Т. 8, № 1. С. 265–274.
20. **Волков К. Н.** Дискретизация уравнений Навье — Стокса на неструктурированной сетке при помощи метода контрольного объема и разностных схем повышенной разрешающей способности // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2008. Т. 48, № 7. С. 1250–1273.

*Поступила в редакцию 15/II 2010 г.,
в окончательном варианте — 5/V 2010 г.*
