

7. Уринцев А. Л. Нелинейная задача о возникновении автоколебаний в результате потери устойчивости спирального течения вязкой несжимаемой жидкости между соосными цилиндрами. — В кн.: Труды V всесоюзного семинара по численным методам механики вязкой жидкости. Ч. 1. Новосибирск, изд. ВЦ СО АН СССР, 1975.
8. Лихачев О. А., Штерн В. Н. Автоколебательное МГД-течение в канале при продольном магнитном поле. — «Магнитн. гидродинамика», 1975, № 3, с. 15—20.

УДК 535.411 : 551.463

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ МИКРОСТРУКТУРЫ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ОПТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Э. Г. Гончаров, Л. Г. Коваленко, Э. И. Красовский

(Ленинград)

При изучении структуры мелкомасштабной турбулентности с высокой интенсивностью в ряде случаев отмечается отклонение от гипотезы Тэйлора, что выражается в несоответствии значений временной и пространственной корреляции [1]. В связи с этим пространственная структура течения не может быть оценена путем измерения автокорреляции процессов, регистрируемых точечными датчиками, например, анемометрами различных видов, которые широко применяются для исследования турбулентности. В этом случае большее значение приобретает использование приборов с анализируемым объемом, превышающим микромасштаб изучаемого явления, и методов, позволяющих фиксировать состояние выделенного объема в некоторый момент времени с одновременной визуализацией течения. В частности, в работе [2] этот метод используется для количественных измерений некоторых характеристик турбулентности путем введения в среду меток с регистрацией их распределения в объеме путем фотографирования. В ряде случаев для визуализации оптических неоднородностей в прозрачных средах используют теневые оптические приборы [3, 4]. Их применение дает ряд преимуществ при изучении турбулентных течений перед методами визуализации с помощью мелкодисперсных или красящих веществ ввиду отсутствия инерционных явлений, неизбежных при введении меток.

Рассмотрим некоторые вопросы статистического анализа областей течения, размеры которых определяются диаметром светового пучка теневого прибора. При исследовании микроструктуры этих областей надо учитывать, что измеряемый параметр поля является многомерной величиной, в то время как для регистрации применяются в лучшем случае двухмерные регистраторы. В связи с этим необходимо установить, как влияет сокращение объема реализации в процессе измерений на характер измеряемых статистических данных поля. Одной из основных характеристик поля является энергетический спектр поля $g(k)$ по волновым числам, в некоторых случаях называемый спектром Винера и по аналогии с одномерными процессами имеющий смысл средней дисперсии спектральных составляющих с пространственными частотами, попадающими в небольшую область пространственных частот вокруг частоты k , отнесенной к величине этой области. Сокращение объема реализации многомерного поля эквивалентно действию спектральных окон, изменяющих свойства оценки спектра. Размерность спектрального окна соответствует размерности реализации поля [5]. Иначе говоря, ширина спектрального окна по одной из частотных координат обратно пропорциональна протя-

женности реализации по соответствующей пространственной или временной координате. Например, поле $\varepsilon(x, y, z, t)$, зафиксированное в момент времени t_0 , представляет собой пространственное сечение поля $\varepsilon_{t_0}(x, y, z)$. Сокращение размера реализации соответствует введению дельта-функции по временной координате. Тогда сечение поля имеет вид

$$\varepsilon(x, y, z, t_0) = \varepsilon(x, y, z, t) \delta(t - t_0) = \varepsilon_{t_0}(x, y, z).$$

При этом ширина спектрального окна по этой координате увеличивается, что соответствует интегрированию полного спектра по временной частоте. Таким образом, анализ спектра по сечению поля можно рассматривать как анализ проекции спектра на ось f :

$$g_f(p, q, r) = \int_{-\infty}^{\infty} g(p, q, r, f) df.$$

В качестве регистраторов в оптических приборах применяются либо фотоэлектрические приемники, либо двухразмерные регистраторы, основанные на фиксации распределения освещенности по поверхности фотоэля. В последнем случае имеем дело с проекцией пространственного сечения поля на плоскость, например, xz , которая может быть представлена как фурье-преобразование по координате y при нулевом значении частоты q :

$$(1) \quad \varepsilon_{yt_0}(x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{t_0}(x, y, z) e^{-j \cdot 2\pi \cdot 0 \cdot y} dy.$$

Таким образом, интегрирование реализации эквивалентно преобразованию Фурье пространственного сечения с нулевыми значениями пространственных частот, соответствующих координате интегрирования. Фурье-преобразование от проекции реализации $\varepsilon_{yt_0}(x, z)$ есть двумерный спектр Фурье проекции пространственного сечения полноразмерного поля и с учетом (1) записывается в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{yt_0}(x, z) e^{-j2\pi(px+rz)} dx dz = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon_{t_0}(x, y, z) e^{-j2\pi(px+0 \cdot y+rz)} dx dy dz = \\ = C(p, 0, r).$$

Отсюда спектр Винера

$$(2) \quad g_f(p, 0, r) = M \left\{ \lim_{XZ \rightarrow \infty} \frac{1}{XZ} |C(p, 0, r)|^2 \right\}.$$

Благодаря интегрированию движение спектрального окна в частотном пространстве возможно только в плоскости pr . При этом ширина Δq окна обратно пропорциональна длине интервала интегрирования, другими словами, интегрирование эквивалентно низкочастотной фильтрации в полосе Δq . В соответствии с терминологией [5] полоса частот Δq носит название зоны анализа. Измерение спектра в пределах зоны производится полосовым окном, форма которого определяется формой апертуры датчика. Сглаживание проекции поля апертурой датчика с передаточной характеристикой $W(p, r)$ эквивалентно взвешиванию сечения спектра $g_f(p, 0, r)$

$$g'_f(p, 0, r) = g_f(p, 0, r) W(p, r).$$

В общем случае статистическая структура турбулентного поля изменяется во времени и в пространстве, т. е. поле является движущимся. Если регистрация проекции поля производится в пределах временного интервала Δt (например, регистрация площадкой фотоэлементов), то ввиду ограниченности Δt принимается полоса временных частот ΔF , которая соответствует ограниченному диапазону модулей пространственных частот. Иными словами, спектральная плотность поля отлична от нуля только в пределах оболочки конечной толщины, и поле носит вырожденный характер.

Прибором с фотографической регистрацией можно оценить сечение спектра невырожденного поля. В результате при неподвижном датчике получается набор сечений для различных моментов времени, по которым нельзя восстановить полный спектр поля или определить направление движения поля, но можно судить о характере движения поля в некотором сечении.

В соответствии с (2) для определения сечения спектра необходимо вычислить спектры Фурье ряда реализаций, достаточно протяженных ($XZ \rightarrow \infty$), чтобы каждый полученный результат определялся множеством некоррелированных значений поля. Спектр Винера определяется операцией усреднения по ансамблю квадратов модулей спектров Фурье, чтобы сгладить различия спектров, обусловленные свойствами отдельных реализаций. Поскольку пространственное интегрирование (по y) ведется в конечных пределах, а усреднение производится по некоторой ограниченной совокупности реализаций N , в результате получается оценка текущего значения спектра

$$\hat{g}_f(p, 0, r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|C(p, 0, r)|^2}{XZ}.$$

Метод измерения $C(p, 0, r)$ с применением двумерных спектроанализаторов достаточно сложен и трудоемок. Поэтому в качестве измерителей спектра целесообразно использовать одноканальные приборы, для чего необходимо согласовать размерности регистраторов и проекции исследуемого поля уменьшением размера реализации по одной из координат путем использования узких длинных щелевых диафрагм, вырезающих участок двухразмерной реализации.

Поскольку одноканальные регистраторы работают в реальном масштабе времени, для оценки спектра необходимо осуществить временную развертку проекции поля. Зарегистрированный в результате сканирования энергетический спектр временного сигнала $g(\omega)$ определяет одномерное сечение спектра

$$(3) \quad g(\omega) = Ag'_f(p, 0, 0).$$

Для расчета коэффициента A записывается известное исходное выражение [6], связывающее при сканировании со скоростью v спектр выходного сигнала и спектр входного воздействия:

$$g(\omega) = \frac{1}{2\pi v} \int_{-\infty}^{\infty} g'_f(p, 0, r) K_{\xi}(p, 0, r) dr.$$

При этом $K_{\xi}(p, 0, r)$ есть фурье-преобразование функции вида

$$K_{\xi}(\theta_1, 0, \eta_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \int h(\theta, 0, \eta) h(\theta + \theta_1, 0, \eta + \eta_1) d\theta d\eta,$$

где $h(\theta, 0, \eta)$ — импульсная реакция сканирующей системы. При сканировании щелью прямоугольной формы имеем

$$(4) \quad g(\omega) = \frac{1}{2\pi v} \sin^2\left(\frac{pa}{2}\right) \left/ \left(\frac{pa}{2}\right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} g_f(p, 0, r) \cdot \sin^2\left(\frac{rb}{2}\right) \left/ \left(\frac{rb}{2}\right)^2 dr,\right.$$

где a, b — размеры щели.

Если масштаб проекции исследуемого поля значительно меньше размера щели по одной из координат, например $z(b \gg a)$, то выражение (4) записывается в виде [7]

$$g(\omega) = \frac{c^2}{vb} \sin^2\left(\frac{pa}{2}\right) \left/ \left(\frac{pa}{2}\right)^2 \cdot g_f(p, 0, 0),$$

где c — фотоэлектрическая постоянная. Тогда

$$A = \frac{c^2}{vb} \sin^2\left(\frac{pa}{2}\right) \left/ \left(\frac{pa}{2}\right)^2.$$

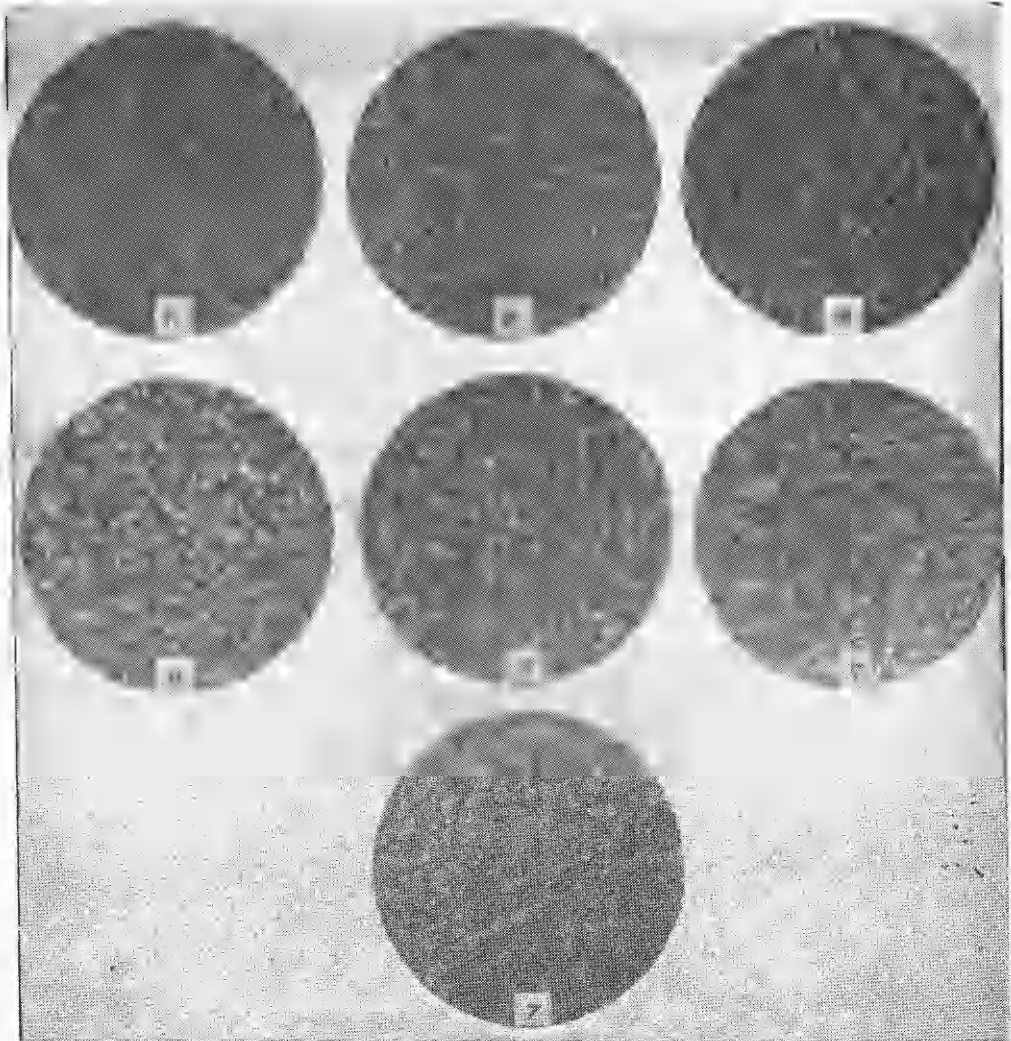
Исходя из этого, можно написать выражение для дисперсии двухразмерного поля в предположении $\sin^2\left(\frac{pa}{2}\right) \left/ \left(\frac{pa}{2}\right)^2 = 1$ в диапазоне исследуемых частот [7]

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} g_f(p, 0, 0) dp = \frac{b}{2\pi c^2} \sigma^2,$$

где σ^2 — дисперсия временного сигнала при сканировании.

Разработанная методика применялась при исследовании движения случайного поля плотности, образующегося при перемещении цилиндра в жидкости. Как известно [8], причиной возникновения турбулентного течения в этом случае является турбулентный пограничный слой, возникающий на цилиндре при обтекании его вязкой жидкостью. Вихревая структура движения в турбулентном потоке обуславливает пульсационное поле скоростей, которое порождает поле пульсаций давления, вызывающее изменение плотности жидкости. Для исследования поля плотности использовался прибор ИАБ-451, снабженный фотокамерой для регистрации картины распределения неоднородностей в приемной плоскости объектива. Прибор помещался в специальных боксах под водой на некоторой глубине от поверхности. В анализируемом объеме, заключенном между осветительной и фотографической частями прибора и просвечиваемым параллельным пучком света, перемещался цилиндр, и в последовательные моменты времени производилась фотосъемка картины распределения неоднородностей.

Следует заметить, что картина течения жидкости, полученная в приемной плоскости ИАБ-451, характеризуется типичной ячеистой структурой наличие которой подчеркивалось в ряде работ [2, 9]. (В частности, в работе [9] отмечено, что по форме и размерам ячеек можно судить о характере распределения скорости и температуры в отдельной вихревой ячейке.) В результате фотосъемки информация о движущемся поле задавалась рядом проекций поля, зафиксированных в последовательные моменты времени с интервалом в 10 с после пересечения цилиндром анализируемого объема прибора в виде флуктуаций коэффициента пропускания по поверхности фотослоя (позиции 1—7, фиг. 1). Затем с помощью аппаратуры



Ф и г. 1

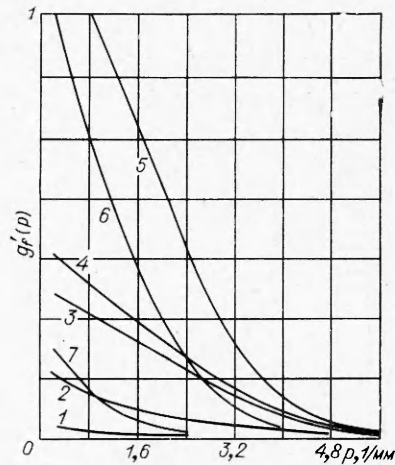
[7], в которой осуществлялось преобразование флуктуаций коэффициента пропускания в электрический сигнал, определялась спектральная плотность мощности этого сигнала. Ввиду изотропности распределения коэффициента пропускания по поверхности фотослоя производилось круговое сканирование изображения щелевой диафрагмой.

Параметры аппаратуры устанавливали, исходя из допустимого значения ошибки [10]. Для реализации с экспоненциальной корреляционной функцией смещение оценки составляет величину порядка 0,01 уже при значениях полосы пропускания фильтра B , составляющих около половины полосы частот исследуемого процесса. Поэтому выбор полосы фильтра определялся допустимым значением дисперсии оценки при заданной длительности реализации T_p . С целью уменьшения ошибки при ограниченном значении BT_p проводилось сглаживание по ансамблю N реализаций для различных участков изображения. Поскольку при RC -среднении ошибка смещения менее 0,02 достигается через время $4RC$,

скорость развертки определяется как $R_s \leq B/4T_p$. В частности, при скорости развертки 0,1 Гц/с дисперсия оценки составила $\gamma = 0,3$ при $B = 40$ Гц и $T_p = 0,25$ с. Сглаживание по ансамблю девяти реализаций позволило уменьшить дисперсию оценки до 0,1.

На фиг. 2 представлены сечения спектра сглаженной проекции движущегося поля, рассчитанные по формуле (3) на основании спектрального анализа картин течений, зафиксированных в последовательные моменты времени t_i . Скорость перемещения цилиндра 1,5 м/с, соответствующее этому режиму число Рейнольдса составляет величину порядка $5 \cdot 10^6$. На фиг. 2 отмечены также значения дисперсии поля $\sigma_T^2 = 430; 670; 960; 1150; 1430; 1250$ и 740 мм (кривые 1—7 соответственно, номера кривых соответствуют последовательным моментам времени $i=1-7$).

На основании данных об изменении спектра можно сделать заключение о том, что по мере развития турбулентности происходит увеличение удельного веса низкочастотных составляющих, что объясняется увеличением масштабов плотностных неоднородностей. Начиная с некоторого момента, общее уменьшение амплитуд спектра соответствует рассеянию энергии турбулентности в окружающую среду на заключительных этапах существования течения. Весьма показательным сравнение кривых для моментов времени t_3 и t_7 . В эти моменты значения дисперсии весьма близки, но различия в характере кривых свидетельствуют о «перекачке» энергии в более низкочастотную область в случае развитой турбулентности. Эти выводы подтверждаются общими представлениями о развитии турбулентного течения [8]. Таким образом, использование оптических приборов с фоторегистрацией для исследования микроструктуры движущегося поля и спектральный анализ проекций поля, зарегистрированных в последовательные моменты времени, позволяют произвести количественную оценку изменения поля в процессе движения.



Ф и г. 2

Поступила 25 V 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Брэдшоу П. Введение в турбулентность и ее измерение. М., «Мир», 1974.
2. Кутателадзе С. С. Пристенная турбулентность. Новосибирск, «Наука», 1973.
3. Стасенко В. И. Применение теневого прибора для определения характеристик турбулентности. — ПМТФ, 1970, № 3.
4. Саламандра Г. Д. Фотографические методы исследования быстротекающих процессов. М., «Наука», 1974.
5. Коняев К. В. Спектральный анализ случайных процессов и полей. М., «Наука», 1973.
6. Шестов И. С. Выделение оптических сигналов на фоне случайных помех. М., «Сов. радио», 1967.
7. Захаренков В. Ф., Филимонов Р. П., Павлючук А. С. Микрофотометрический метод анализа фотографических шумов. — «Оптико-механ. промышленность», 1973, № 3.
8. Хинце И. О. Турбулентность. М., Физматгиз, 1963.
9. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford, 1961.
10. Бендат Д., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. М., «Мир», 1971.