

УДК 532.59

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ УЕДИНЕННОЙ ВНУТРЕННЕЙ ВОЛНЫ НА ПОГРУЖЕННЫЙ КРУГОВОЙ ЦИЛИНДР

Е. В. Ерманюк, Н. В. Гаврилов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: ermanyuk@hydro.nsc.ru

Экспериментально исследована задача о гидродинамических нагрузках, возникающих при взаимодействии уединенной внутренней волны малой амплитуды с погруженным круговым цилиндром в двухслойной системе смешивающихся жидкостей. Получена зависимость коэффициента прохождения внутренней волны от положения центра цилиндра относительно пикноклина и отношения диаметра цилиндра к толщине слоев жидкости. Изучено влияние толщины пикноклина и заглубления центра цилиндра на величину гидродинамических нагрузок. Выполнена визуализация структуры течения.

Ключевые слова: стратифицированная жидкость, уединенная внутренняя волна, гидродинамическая нагрузка.

Введение. В первом приближении силовое воздействие свободных внутренних волн на погруженные тела может быть оценено с помощью линейной теории волн [1–3]. Экспериментальные исследования взаимодействия периодических внутренних волн с погруженными телами в условиях стратификации, близкой к двухслойной, представлены в [4, 5]. Однако натурные данные показывают, что вследствие малой глубины залегания главного термоклина в океане внутренние волны распространяются по нему в виде цугов солитоноподобных возмущений [6], оказывающих заметное динамическое воздействие на подводные аппараты и морские сооружения [7]. Теория уединенных внутренних волн наиболее развита для двухслойной жидкости со скачком плотности на границе раздела [8, 9]. Более общие случаи распределения плотности по глубине рассмотрены в [10–13]. Экспериментальные исследования параметров уединенных внутренних волн и их сравнение с теоретическими оценками для систем с плавным пикноклином приведены в [14, 15]. Однако данные о динамическом воздействии уединенных внутренних волн на погруженные препятствия в литературе отсутствуют.

В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования взаимодействия уединенной внутренней волны с погруженным круговым цилиндром. Уединенная волна генерировалась в нижнем тонком слое двухслойной системы смешивающихся жидкостей. Проведено сопоставление параметров волны с их теоретическими оценками [9] для двухслойной системы со скачком плотности на границе раздела. Выполнены измерения вертикальной и горизонтальной компонент гидродинамической нагрузки, а также коэффициента прохождения уединенной внутренней волны в зависимости от положения цилиндра относительно пикноклина. Визуализация течения показала, что при взаимодей-

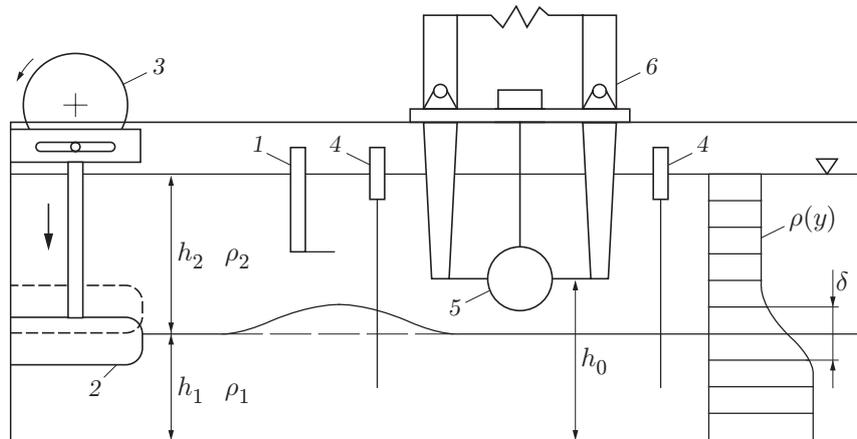


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — датчик; 2 — волнопродуктор; 3 — кулисный механизм; 4 — волномеры; 5 — круговой цилиндр; 6 — гидродинамические весы

ствии цилиндра с уединенной волной в его окрестности возникают высокоградиентные прослойки.

Методика эксперимента. Опыты проводились в гидродинамической лотке размером $400 \times 20 \times 15 \text{ см}^3$, заполненной двухслойной стратифицированной жидкостью (рис. 1). Сначала заливался нижний слой (раствор сахара в дистиллированной воде) глубиной h_1 и плотностью ρ_1 , а затем через плавающие плотники-растекатели медленно заливался верхний слой (дистиллированная вода) глубиной h_2 и плотностью ρ_2 . Через некоторое время после заливки из-за диффузии сахара в лотке создавалось вертикальное распределение плотности $\rho(y)$, которое в системе координат, связанной со свободной поверхностью (ось y направлена вверх, положительное направление оси x совпадает с направлением распространения уединенной волны), хорошо аппроксимировалось зависимостью

$$\rho(y) = \rho_0 - (\varepsilon \rho_2 / 2) \text{th} (2(y + h_2) / \delta), \quad (1)$$

где $\rho_0 = (\rho_1 + \rho_2) / 2$, $\varepsilon = (\rho_1 - \rho_2) / \rho_2$. Распределение плотности по вертикали измерялось датчиком с горизонтально расположенными чувствительными элементами. Ввиду малости коэффициента диффузии сахара толщина пикноклина δ за время проведения одной серии опытов менялась незначительно. Контрольные измерения, проведенные до и после опытов, показали увеличение δ не более чем на 0,2 см.

Уединенные волны генерировались волнопродуктором в виде толстой пластины длиной 20 см с закругленными краями, которая перемещалась с помощью кулисного механизма из его верхней мертвой точки в нижнюю. В исходном положении нижняя кромка пластины располагалась на расстоянии h_1 от дна лотка, а затем плавно перемещалась вниз на расстояние A за некоторое характерное время T . Возмущение, вносимое волнопродуктором, на некотором расстоянии от него трансформировалось в уединенную волну типа бугра. При правильном подборе A и T диспергирующий след за уединенной волной получается незначительным.

Волны регистрировались двумя волномерами резистивного типа с вертикально расположенными чувствительными элементами. Волномеры располагались на расстоянии $l_1 = 100 \text{ см}$ и $l_2 = 280 \text{ см}$ от волнопродуктора. Измерялись параметры падающей, отраженной и прошедшей волн. Следует отметить, что выходной сигнал волномеров с вертикальными чувствительными элементами пропорционален осредненному по толщине пикноклина вертикальному смещению жидких частиц, взятому с весом $d\rho/dy$ [16]. При ма-

лой толщине пикноклина и большой длине внутренних волн выходной сигнал волномера служил мерой вертикального смещения условной границы раздела сред (линии равной плотности ρ_0). Динамические характеристики волномера были определены по его отклику $R(t)$ на ступенчатое перемещение. Волномер является линейной системой, и его отклик $w(t)$ на произвольное воздействие $f(t)$ может быть представлен в виде свертки

$$w(t) = \int_0^{\infty} \left(\frac{dR(\tau)}{d\tau} \right) f(t - \tau) d\tau.$$

При выборе тестовой функции $f(t)$ использовалось решение [9], описывающее возвышение границы раздела двухслойной жидкости при прохождении внутренней волны с параметрами, близкими к экспериментальным. В исследованном диапазоне параметров уединенных волн искажение формы волны было пренебрежимо малым, задержка сигнала по времени прихода волны не превышала 0,7 с, амплитуда волны занижалась на 3 %, что учитывалось при обработке записей, сделанных в ходе экспериментов.

Для измерения мгновенных гидродинамических нагрузок, действующих на погруженный круговой цилиндр диаметром D , использовались двухкомпонентные гидродинамические весы. Центр цилиндра располагался на расстоянии h_0 от дна лотка и $l = (l_1 + l_2)/2$ от волнопродуктора. Обработка аналоговых сигналов, поступающих от датчиков гидродинамических нагрузок и волномеров, проводилась с помощью ЭВМ, снабженной 12-разрядным аналого-цифровым преобразователем. Картина гравитационного течения и его взаимодействия с погруженным цилиндром фотографировалась цифровым фотоаппаратом. Использовалась методика визуализации [17]: сквозь толщу воды фотографировался светящийся экран с нанесенной на нем сеткой наклонных линий. В зонах высокого градиента плотности наблюдалось характерное искажение линий, величина которого в первом приближении пропорциональна локальному градиенту плотности.

Результаты опытов. Простейшей теоретической идеализацией плавного распределения плотности типа (1) является модель двухслойной идеальной жидкости с границей раздела между слоями. Решение для уединенных волн в двухслойной идеальной жидкости было впервые получено Л. В. Овсянниковым [8]. В работе [9] в удобном для практических расчетов виде получено решение, весьма близкое к [8]. В соответствии с [9] при $\varepsilon \ll 1$ профиль уединенной внутренней волны с амплитудой a определяется выражением

$$\xi(x) = a \frac{\text{ch}^{-2}(kx/H)}{1 - \theta \text{th}^2(kx/H)}, \quad (2)$$

где ξ отсчитывается от невозмущенной границы раздела слоев; a — амплитуда уединенной волны; $k = 2\sqrt{3\eta_0(1 - 2\eta_\infty - \eta_0)}$; $\theta = \eta_0/(1 - 2\eta_\infty - \eta_0)$; $\eta_0 = a/H$; $\eta_\infty = h_1/H$. Уравнение для скорости распространения уединенной внутренней волны имеет вид

$$V_0 = (1 - 2(\eta_0 + \eta_\infty - 0,5)^2)\sqrt{\varepsilon g H} / 2 \quad (3)$$

(g — ускорение свободного падения). Изменение уровня свободной поверхности со временем t в некоторой фиксированной точке пространства описывается выражением (2) с заменой переменной $x = x_1 - V_0 t$.

Амплитуда a уединенных внутренних волн в опытах варьировалась в диапазоне от 0,2 до 0,9 см, характерная толщина пикноклина δ изменялась от 1,5 до 3,9 см. Среднее отношение экспериментально измеренной скорости V к оценке V_0 согласно (3) составило $V/V_0 = 0,85$ с погрешностью ± 1 %, что хорошо согласуется с [14]. В исследованном диапазоне экспериментальных параметров выражение (2) хорошо описывает изменение уровня границы раздела в зависимости от времени при замене переменной $x = x_1 - Vt$, что согласуется с выводами [14, 15].

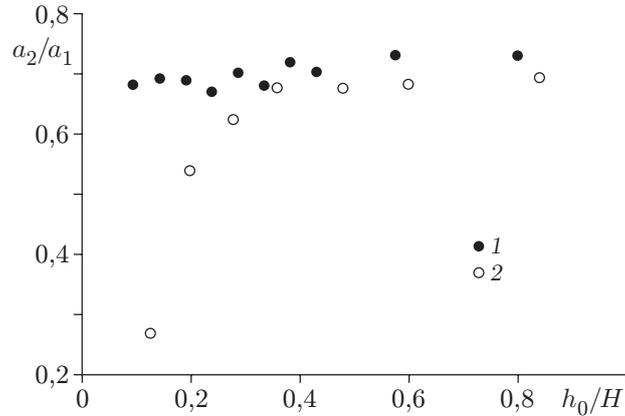


Рис. 2. Зависимость коэффициента прохождения уединенной волны от безразмерного расстояния между центром цилиндра и дном лотка. Точки 1 и 2 отвечают данным, полученным при $D = 1,5$ см и 3 см соответственно

Затухание уединенных внутренних волн вследствие трения о дно и стенки лотка, а также интенсивность отражения внутренних волн от погруженного цилиндра характеризуются отношением a_2/a_1 , где a_1 и a_2 — амплитуды волн, измеренные первым и вторым волномерами соответственно. Результаты измерений a_2/a_1 в зависимости от h_0/H при $\delta = 2,8$ см, $H = 12,5$ см, $h_1 = 4$ см представлены на рис. 2 для $D = 1,5$ и 3 см. При $D = 1,5$ см цилиндр оказывает малое влияние на распространение уединенной внутренней волны. Характерные значения коэффициентов загромождения потока для верхнего и нижнего слоев жидкости при таком значении D составляют $D/h_1 = 0,375$ и $D/h_2 = 0,176$. Отношение $a_2/a_1 \approx 0,7$ при всех h_0/D . Контрольные измерения, проведенные в отсутствие цилиндра, дали такое же значение a_2/a_1 в пределах точности эксперимента.

При $D = 3$ см коэффициент загромождения потока, определенный по нижнему слою жидкости, приближается к единице ($D/h_1 = 0,75$). Соответственно, для цилиндра, находящегося в нижнем слое жидкости, т. е. при $h_0 < h_1$ ($h_0/H < 0,32$), отношение a_2/a_1 резко уменьшается по сравнению со случаем малого загромождения потока. Коэффициент прохождения внутренних волн a_2/a_1 принимает минимальное значение, когда цилиндр находится в нижнем слое жидкости при $h_0/D \rightarrow 0,5$. При $h_0/H > 0,32$ цилиндр находится в верхнем слое жидкости и результаты для a_2/a_1 , полученные в опытах при $D = 3$ и 1,5 см, практически совпадают.

Результаты измерений максимальных гидродинамических нагрузок представлены на рис. 3 и 4 для горизонтальной и вертикальной сил соответственно. Измерения гидродинамических нагрузок проводились при $H = 12,5$ см, $h_1 = 4$ см, $\varepsilon = 0,021$ в двух сериях опытов: при $a = 0,72$ см, $\delta = 2,8$ см и $a = 0,68$ см, $\delta = 3,9$ см. Безразмерные коэффициенты гидродинамических нагрузок на единицу длины цилиндра определяются выражениями

$$C_{x,y} = F_{x,y}/(\varepsilon\rho_2gS), \tag{4}$$

где S — площадь поперечного сечения цилиндра. Под амплитудами гидродинамических коэффициентов $C_{x,y}^m$ понимаются модули их максимальных значений в каждой серии опытов: $C_{x,y}^m = \max |C_{x,y}(t)|$. Как и следовало ожидать, горизонтальная нагрузка максимальна, когда цилиндр лежит на дне ($h_0/D \rightarrow 0,5$), и практически равна нулю при $h_0 \approx h_1 + a$. Минимизация C_x^m при $h_0 \approx h_1 + a$ связана с существованием тангенциального разрыва скоростей на границе раздела верхней и нижней жидкости. При $h_0/H > 0,6$ величина C_x^m приблизительно постоянна. Цилиндр при этом полностью находится в верхнем слое жидкости, причем загромождение потока в верхнем слое жидкости незначительное.

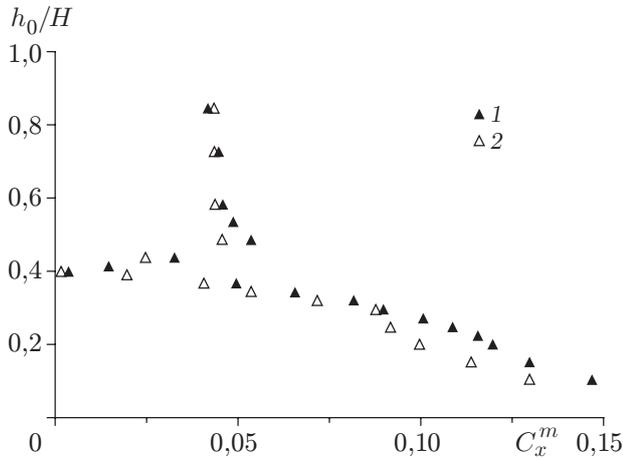


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость коэффициента амплитуды горизонтальной силы C_x^m от безразмерного расстояния между центром цилиндра и дном лотка h_0/H (данные получены при $D = 1,5$ см):

1 — $\delta = 2,8$ см, $a_c = 0,72$ см; 2 — $\delta = 3,9$ см, $a_c = 0,68$ см

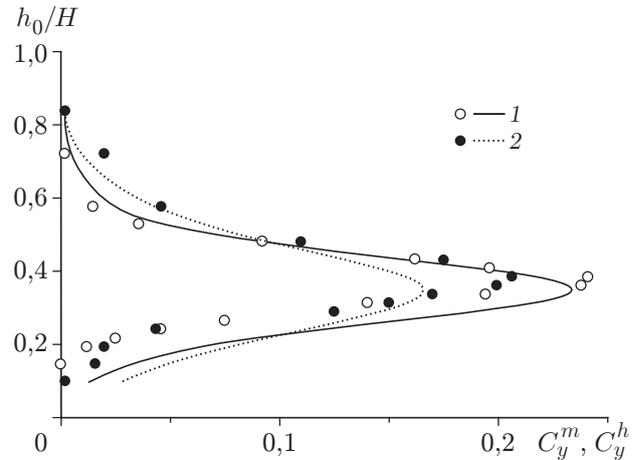


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость коэффициентов амплитуды вертикальной силы C_y^m (точки) и их квазигидростатических оценок C_y^h (линии) от безразмерного расстояния между центром цилиндра и дном лотка h_0/H (данные получены при $D = 1,5$ см):

линия и точки 1 — $\delta = 2,8$ см, $a_c = 0,72$ см; линия и точки 2 — $\delta = 3,9$ см, $a_c = 0,68$ см

Постоянство C_x при этом подтверждает часто используемое в теории длинных волн предположение, что распределение горизонтальных компонент скоростей частиц жидкости по вертикали можно считать равномерным. Это предположение подтверждается прямыми измерениями [15]. Вообще, следует отметить, что результаты измерений C_x^m в обеих сериях опытов весьма близки, хотя при практически неизменной амплитуде волн характерная толщина пикноклина изменялась довольно значительно: от 2,8 см в опытах первой серии до 3,9 см в опытах второй серии. Из этого можно сделать вывод, что величины горизонтального импульса уединенных внутренних волн, а также горизонтальных скоростей и ускорений жидких частиц в стратифицированной жидкости с распределением плотности вида (1) должны слабо зависеть от δ .

Коэффициент вертикальной силы C_y^m максимален, когда цилиндр находится в пикноклине (см. рис. 4). Была проведена оценка вертикальной гидростатической нагрузки в предположении о том, что цилиндр мало возмущает поле плотности, а временные вариации поля плотности получаются из (1) подстановкой $h_2 = h_2 - \xi(t)$. Оценки максимальной вертикальной нагрузки C_y^h , получаемые с помощью вышеупомянутых предположений, показаны на рис. 4 пунктирной и сплошной линиями. Видно, что квазигидростатический подход дает заниженную оценку максимальных значений амплитуд вертикальных нагрузок для цилиндра, находящегося в центральной области пикноклина (при $h_0 \approx h_1 + a$), и завышенную оценку амплитуд вертикальных нагрузок для цилиндра, находящегося в нижнем слое жидкости и частично погруженного в пикноклин.

Из закономерностей гидростатики следует, что в предельном случае $a \ll D$, $D < \delta$ максимальный масштаб переменной силы плавучести C_y^h при использовании нормировки (4) равен a/δ , а при $a \ll D$, $\delta \ll D - 4a/(\pi D)$. Условия проведения опытов отвечают первому случаю.

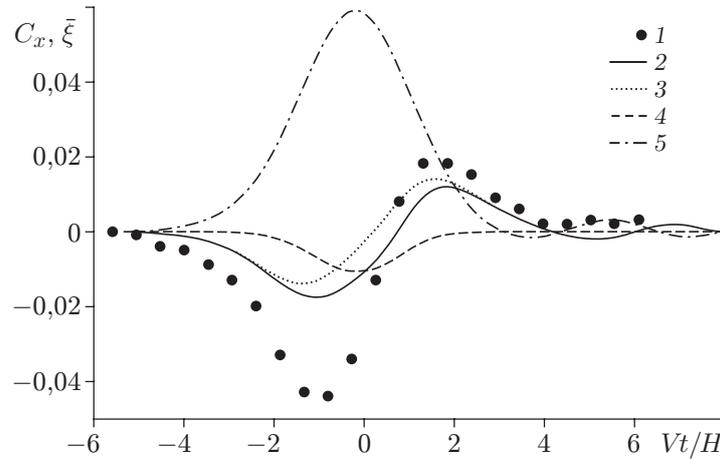


Рис. 5. Зависимость коэффициента горизонтальной силы C_x от безразмерного времени для цилиндра, расположенного в верхнем слое жидкости: 1 — экспериментальные точки; линия 2 — оценка с помощью уравнения (5); линии 3, 4 — инерционная и демпфирующая составляющие; линия 5 — колебания уровня границы раздела $\bar{\xi}$

Для цилиндра, находящегося в верхнем слое жидкости, при $h_0/H > 0,6$ можно оценить гидродинамическую нагрузку исходя из кинематических параметров движения жидких частиц в волне с помощью уравнения Морисона [18]. В соответствии с уравнением Морисона горизонтальная гидродинамическая нагрузка представляется в виде суммы инерционной и демпфирующей сил:

$$F_x(t) = C_x^{in} \rho S \frac{\partial u_x}{\partial t} + \frac{1}{2} C_x^d \rho D u_x |u_x|, \quad (5)$$

где u_x — горизонтальная компонента скорости жидких частиц в волне; C_x^{in} — коэффициент инерционной нагрузки; C_x^d — коэффициент демпфирующей нагрузки. Горизонтальная компонента скорости жидких частиц в верхнем слое жидкости может быть оценена как $u_x = -V\xi(t)/h_2$. В [14, 15] с помощью прямых измерений было показано, что эта оценка выполняется с хорошей точностью для уединенных волн малой амплитуды при умеренных значениях h_2/h_1 . При $h_0/H > 0,6$ цилиндр слабо искажает профиль набегающей уединенной волны. Для оценки скорости u_x и локального ускорения $\partial u_x/\partial t$ движения жидких частиц использовался профиль волны, записанный в точке измерений гидродинамических нагрузок в отсутствие цилиндра. На рис. 5 показаны профиль волны $\bar{\xi}(\tau) = \xi(\tau)/H$ (здесь $\tau = Vt/H$), экспериментальные данные для $C_x(\tau)$, оценка $C_x(\tau)$, вычисленная по уравнению Морисона, а также инерционная и демпфирующая компоненты нагрузки для следующего сочетания параметров задачи: $h_1 = 4$ см, $h_2 = 8,5$ см, $\varepsilon = 0,021$, $a = 0,77$ см, $h_0 = 9,5$ см, $\delta = 2,8$ см. Скорость распространения уединенной волны составила $V = 6,79$ см/с. При $h_0 = 9,5$ см цилиндр находится достаточно далеко от дна, свободной поверхности и границы раздела, так что можно принять $C_x^{in} \approx 2$. Максимальное значение числа Рейнольдса, определенное как $Re = Du_x^m/\nu$ (здесь ν — кинематическая вязкость, $u_x^m = |-Va/h_2|$ — максимальное значение скорости жидких частиц в верхнем слое), составляет $Re = 92$. Для такого значения числа Рейнольдса коэффициент сопротивления при стационарном обтекании цилиндра (см., например, данные [19]) $C_x^d \approx 1,5$. Из рис. 5 видно, что при указанных выше значениях коэффициентов гидродинамических нагрузок расчет по уравнению (5) дает существенно заниженную оценку $C_x(t)$ по сравнению с экспериментальными данными. В частности, значение максимальной нагрузки

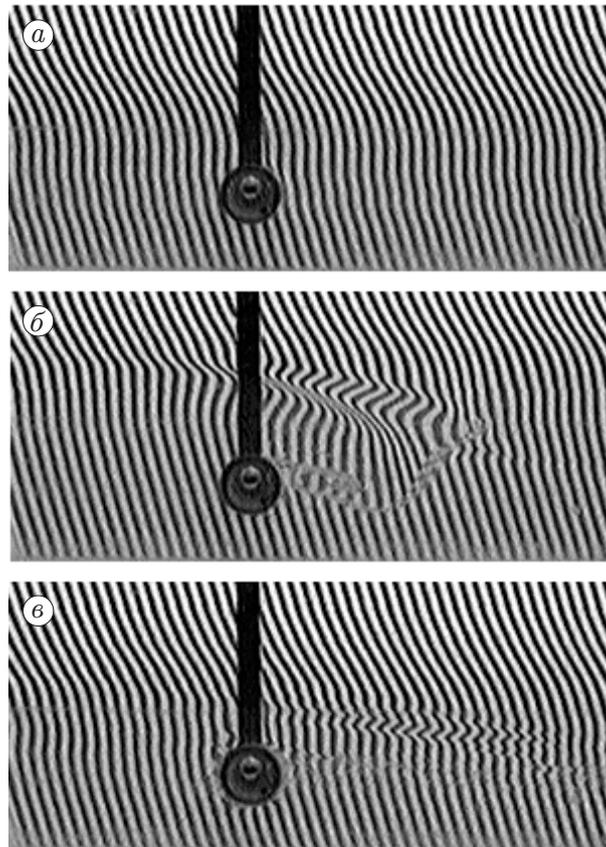


Рис. 6. Картина течения в окрестности цилиндра, находящегося в нижнем слое жидкости, в разные моменты времени ($h_1 = 4$ см, $H = 12,5$ см, $h_0 = 2$ см, $\delta = 2,8$ см):

a — перед прохождением волны, *б* — при прохождении вершины волны, *в* — после прохождения волны

занижается приблизительно в 2,5 раза. Причиной этого является то, что в уравнении Морисона отсутствует член, учитывающий эффект “памяти”. Для сферы важность учета силы, связанной с предысторией движения (в англоязычной литературе — *history force*), при $Re \approx 100$ может быть показана на решении Буссинеска. Одно из последних экспериментальных исследований эффектов “памяти” для сферы, движущейся в вязкой жидкости, обзор литературы и обсуждение решения Буссинеска приведены в [20]. Однако в плоской задаче решение, аналогичное решению Буссинеска, получить затруднительно в силу тех же причин, по которым конечная величина гидродинамического сопротивления кругового цилиндра при малых числах Рейнольдса получается лишь в приближении Озеена [21]. Заметим, что при характерных для натуральных течений больших числах Рейнольдса следует ожидать улучшения точности оценок типа (5).

Пример визуализации картины течения в окрестности цилиндра представлен на рис. 6. Видно, что в окрестности цилиндра при прохождении уединенной волны формируется тонкая слоистая структура стратификации, причем высокоградиентные прослойки могут быть как присоединенными (связанными с отрывом потока от поверхности цилиндра), так и висящими (не имеющими начала на твердой поверхности). Изучению висящих прослоек при равномерном горизонтальном движении двумерных препятствий в линейно стратифицированной жидкости посвящен ряд работ (см., например, [22]). В настоящей работе показано, что висящие высокоградиентные прослойки могут формироваться при

взаимодействии уединенных внутренних волн с препятствиями в непрерывно стратифицированной жидкости. В природе аналогичный механизм формирования тонкой структуры стратификации может проявляться при взаимодействии уединенных внутренних волн с неровностями дна.

Заключение. В работе исследованы гидродинамические нагрузки, возникающие на погруженном круговом цилиндре при взаимодействии с уединенной внутренней волной, распространяющейся по нижнему тонкому слою двухслойной системы смешивающихся жидкостей. Показано, что горизонтальная нагрузка максимальна, когда цилиндр находится на дне канала, и минимальна, когда он находится вблизи границы раздела сред. Величина горизонтальной нагрузки при неизменной амплитуде уединенной волны слабо зависит от толщины пикноклина. Вертикальная гидродинамическая нагрузка, действующая на цилиндр, расположенный в пикноклине, заметно отличается от оценки, сделанной на основе гидростатики. Визуализация течения показала, что при набегании уединенной внутренней волны на круговой цилиндр в его окрестности возникает тонкая структура стратификации в виде системы высокоградиентных прослоек.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Стурова И. В.** Плоская задача о гидродинамической качке погруженного тела без хода в двухслойной жидкости // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 3. С. 144–155.
2. **Стурова И. В.** Плоская задача о гидродинамической качке погруженного тела при наличии хода в двухслойной жидкости // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 5. С. 32–44.
3. **Хабахпашева Т. И.** Дифракция внутренних волн на цилиндре в двухслойной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29, № 4. С. 559–564.
4. **Ерманюк Е. В.** Экспериментальное изучение силового воздействия внутренних волн на неподвижную сферу // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 103–107.
5. **Гаврилов Н. В., Ерманюк Е. В.** О влиянии пикноклина на силы, действующие на неподвижный эллиптический цилиндр при набегании внутренних волн // ПМТФ. 1996. Т. 37, № 6. С. 61–69.
6. **Филлипс О. М.** Динамика верхнего слоя океана. М.: Мир, 1969.
7. **Osborne A. R., Burch T. L., Scarlet R. I.** The influence of internal waves on deep-water drilling // J. Petrol. Technology. 1978. P. 1497–1504.
8. **Нелинейные** проблемы теории поверхностных и внутренних волн / Овсянников Л. В., Макаренко Н. И., Налимов В. И. и др. Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1985.
9. **Funakoshi M., Oikawa M.** Long internal waves of large amplitude in a two-layer fluid // J. Phys. Soc. Japan. 1986. V. 55, N 1. P. 128–144.
10. **Benjamin T. B.** Internal waves of finite amplitude and permanent form // J. Fluid Mech. 1966. V. 25. P. 241–270.
11. **Benney D. J., Ko D. R. S.** The propagation of long large amplitude internal waves // Stud. Appl. Mech. 1978. V. 59. P. 187–199.
12. **Макаренко Н. И.** Сопряженные течения и плавные боры в слабостратифицированной жидкости // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 2. С. 69–78.
13. **Maltseva J. L.** Limiting forms of internal solitary waves // J. Offshore Mech. Arctic Engng. 2003. V. 125(1). P. 76–79.
14. **Kao T. W., Pan F.-S., Renouard D.** Internal solitons on the pycnocline: generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope // J. Fluid Mech. 1985. V. 159. P. 19–53.
15. **Grue J., Jensen A., Rusas P.-O., Sveen J. K.** Properties of large amplitude internal waves // J. Fluid Mech. 1999. V. 380. P. 257–278.

16. **Гаврилов Н. В., Ерманюк Е. В.** Дифракция внутренних волн на круговом цилиндре, расположенном вблизи пикноклина // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 2. С. 79–85.
17. **Букреев В. И., Гаврилов Н. В.** Экспериментальное изучение возмущений впереди крыла, движущегося в стратифицированной жидкости // ПМТФ. 1990. № 2. С. 102–105.
18. **Lighthill M. J.** Fundamentals concerning wave loading on offshore structures // J. Fluid Mech. 1986. V. 173. P. 667–682.
19. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1969.
20. **Abbad M., Souhar M.** Effects of the history force on an oscillating rigid sphere // Experiments in Fluids. 2004. V. 36. P. 775–782.
21. **Биркгоф Г.** Гидродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
22. **Миткин В. В., Чашечкин Ю. Д.** Висящие разрывы в поле двумерных присоединенных внутренних волн // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 5. С. 40–50.

Поступила в редакцию 21/1 2005 г.
