

УДК 539.3

ИСПЫТАНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД В НЕОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ РАСТЯГИВАЮЩИХ НАПРЯЖЕНИЙ

В. П. Ефимов

Институт горного дела СО РАН, 630091 Новосибирск

E-mail: efimov-pedan@mail.ru

Приведены экспериментальные данные о прочности образцов, испытанных на изгиб, и образцов в виде керна с центральным отверстием, сжимаемых по диаметру. С использованием нелокальных критериев прочности проведено сравнение полученных значений прочности образцов с прочностью образцов в условиях одноосного растяжения. Показано, что при использовании единого подхода к оценке прочности с помощью интегрального критерия разрушения Нейбера — Новожилова вычисленные и измеренные значения прочности образцов горных пород хорошо согласуются.

Ключевые слова: прочность, растяжение, изгиб, бразильский метод, структурный параметр.

Необходимость разработки экспресс-методов испытаний горных пород обусловлена тем, что в пределах шахтного поля прочностные свойства таких сред меняются. Для проведения измерения прочности горных пород в условиях одноосного растяжения, являющегося трудоемким процессом, требуется использовать специальное оборудование. Приложить растягивающую силу без эксцентриситета достаточно сложно; кроме того, при этом имеют место вторичные напряжения, создаваемые, например, захватами. Поэтому на практике испытания при одноосном растяжении заменяются косвенными испытаниями, среди которых наиболее распространенным (вследствие простоты реализации) является бразильский метод. Значения прочности горных пород, определенные этим методом, близки к прочности горных пород в условиях одноосного растяжения [1]. Поскольку метод не является универсальным, возникает необходимость дополнительного использования других схем нагружения. Часто такие испытания требуется проводить с образцами, поле напряжений в которых является неоднородным. Значения прочности, полученные в результате обработки экспериментальных данных для таких условий с использованием традиционных локальных критериев разрушения, не совпадают со значениями прочности среды, образцы которой испытывались в однородном поле. Применение нелокальных критериев прочности для описания разрушения в неоднородных полях позволяет провести сравнение значений прочности, полученных при испытаниях в однородных и неоднородных полях напряжений.

В настоящей работе представлены результаты испытаний образцов горных пород, вырезанных из одной плиты, при двух видах напряженного состояния: четырехточечном изгибе балки и сжатии по диаметру дискового образца с центральным отверстием. Для обработки экспериментальных данных используются способы, основанные на известных нелокальных критериях прочности.

Испытания дисков с центральным отверстием бразильским методом. Проведенное в [1] исследование прочности дисков и колец по таким параметрам, как стабильность начала распространения трещины на границе внутреннего отверстия и наименьшая дисперсия значения прочности образцов, позволило сделать вывод, что более предпочтительными являются испытания колец. Для расширения границ области применимости бразильского метода для горных пород, имеющих пластические свойства (не раскалывающихся, а сплюсывающихся при проведении испытаний в такой геометрии), в [2] было предложено использовать концентратор напряжений в виде отверстия в центре керна. Для ряда сред введение такого концентратора позволило уменьшить разброс значений прочности образцов и стабилизировать начало распространения трещины на границе отверстия. В [2] показано, что при указанной геометрии испытаний использование традиционного критерия локальной прочности неправомерно. Для обработки результатов экспериментов по раскалыванию образцов из материалов, моделирующих горные породы, предложено использовать градиентный критерий прочности Новопашина — Сукнева [3], согласно которому прочность дискового образца с отверстием равна

$$\sigma_{cr} = \frac{F}{\pi R t} = \frac{\sigma_{tens}}{k_t} \left(1 + \sqrt{\frac{\delta}{L_e}} \right).$$

Здесь F — максимальная сила нагружения при испытании на разрушение; R, t — радиус и толщина образца; σ_{tens} — прочность на растяжение испытываемой среды; k_t — коэффициент концентрации напряжений в теории упругости, значение которого зависит от соотношения диаметров диска и отверстия [2]; δ — структурный параметр среды; $L_e = |\text{grad } \sigma_1 / \sigma_1|^{-1}$ — параметр, характеризующий неоднородность поля напряжений. В [4] из условия согласования градиентного критерия прочности с уравнениями линейной механики разрушения для параметра структуры δ получена формула

$$\delta = 2(K_{Ic} / \sigma_{tens})^2 / \pi, \quad (1)$$

где K_{Ic} — трещиностойкость среды. Следует отметить, что такая же оценка структурного параметра среды получается при использовании интегрального критерия Нейбера — Новожилова [5] для равновесного состояния трещины. В этом случае структурным параметром является один из размеров площадки осреднения напряжений перед трещиной. Использование асимптотики напряжений вблизи вершины трещины и условия, согласно которому в момент начала распространения трещины напряжения, осредненные по размеру данной площадки, равны прочности материала на растяжение, также дает формулу (1).

Эксперименты по разрушению образцов с центральным отверстием выполнены для уфалейского мрамора, долерита, гранита и габбро-диорита, а также для модельных материалов: гипса, сургуча и органического стекла. Также проводились испытания для сплошных образцов с целью определения прочности на растяжение бразильским методом. Для минимизации разброса значений прочности все образцы изготавливались в одних и тех же условиях и после обработки выдерживались в течение длительного времени. Для уменьшения разброса механических свойств образцы горных пород выбуривались из одной плиты. Разрушение образцов осуществлялось вдоль выделенного направления. Для стабилизации контактов образцов с нагрузочными плитами использовались прокладки из фторопласта толщиной 50 мкм. Все образцы горных пород имели один и тот же диаметр, равный 37,6 мм, и толщину 18 ÷ 20 мм. В образцах из долерита диаметр центрального отверстия составлял 3,4 мм, в образцах из габбро-диорита, гранита и мрамора — 6,5 мм. В образцах из модельных материалов диаметром 40 мм и толщиной приблизительно 20 мм диаметр центрального отверстия составлял 6 мм. Схема испытаний показана на рис. 1.

Все испытания проводились на стенде УМЭ-10ТМ при комнатной температуре и скорости подачи траверсы, равной 0,5 мм/мин, что соответствовало скорости нагружения,

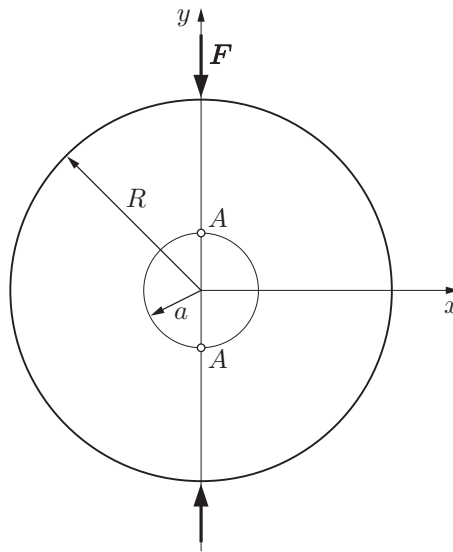


Рис. 1. Схема испытаний бразильским методом диска с центральным отверстием

Таблица 1

Средняя прочность образцов с центральным отверстием σ_{cr} и без него σ_{tens} ,
испытанных бразильским методом

Материал	σ_{tens} , МПа	K_{Ic} , МПа · м ^{1/2}	δ , мм	σ_{cr} , МПа	a , мм	δ/L_e	$\sigma_{tens}/\sigma_{cr}$	k_t
Долерит	25,00 ± 1,85	1,90	3,68	16,90 ± 0,28	1,70	7,94	1,48	6,05
Габбро-диорит	13,40 ± 1,05	1,10	4,29	7,82 ± 0,37	3,25	4,84	1,71	6,96
Гранит	11,20 ± 0,85	1,10	6,14	7,00 ± 0,84	3,25	6,93	1,60	6,96
Уфалейский мрамор	6,90 ± 0,30	0,80	8,56	5,15 ± 0,65	3,25	9,66	1,34	6,96
Искусственный гипс	2,60 ± 0,11	0,22	4,56	1,06 ± 0,05	3,00	5,57	2,45	6,62
Сургуч	2,20 ± 0,30	0,19	4,75	0,910 ± 0,075	3,00	5,81	2,42	6,62
Оргстекло	75,00	1,40	0,22	15,67 ± 1,57	3,00	0,27	4,78	6,62

приблизительно равной 1 МПа/с. Результаты экспериментов представлены в табл. 1 (K_{Ic} — трещиностойкость материала, a — радиус внутреннего отверстия, δ — параметр структуры, определенный по формуле (1)). Во второй и пятой графах приведены средние значения σ_{tens} и σ_{cr} для пяти образцов и указаны 95 %-ные доверительные интервалы. Для определения трещиностойкости материалов использовалась методика [6].

В [2] отмечалось, что согласно теории упругости для малого отверстия ($a/R < 0,1$) отношение коэффициента концентрации напряжений в опасных точках (точка A на рис. 1) к растягивающему напряжению вдали от отверстия равен шести, там же определена мера неоднородности поля напряжений

$$L_e = 3a/11. \quad (2)$$

Из табл. 1 следует, что отношение прочности сплошных образцов к прочности образцов с отверстием значительно отличается от коэффициента концентрации напряжений, вычисленного согласно теории упругости. Кроме того, отношение прочности сплошных образцов к прочности образцов с отверстием зависит от свойств испытываемого материала. На рис. 2 представлена зависимость отношения прочности на растяжение к прочности образцов с центральным отверстием от параметра структуры. Прочность на растяжение

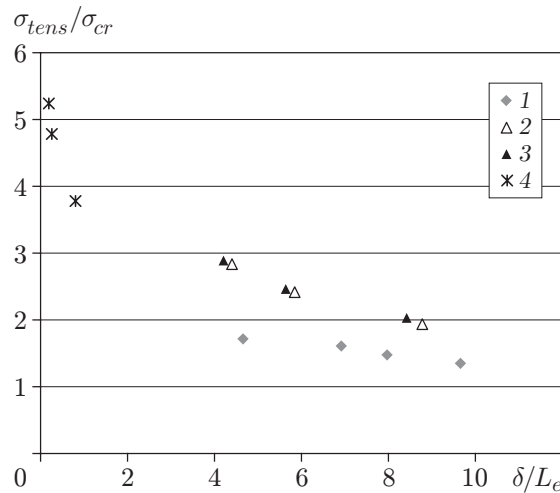


Рис. 2. Зависимость отношения предела прочности на растяжение к прочности образцов с центральным отверстием от параметра структуры для горных пород и модельных сред:

1 — горные породы; 2 — сургуч; 3 — гипс; 4 — оргстекло

для горных пород и гипса определена бразильским методом. Для сургуча прочность на растяжение определена как при одноосном растяжении, так и бразильским методом. Несмотря на то что напряженное состояние при использовании бразильского метода испытаний отличается от напряженного состояния при одноосном растяжении, значения прочности для сургуча в обоих случаях оказались близки, в частности при одноосном растяжении пяти образцов прочность была равна $(2,17 \pm 0,40)$ МПа. Такая же ситуация наблюдается для ряда горных пород. Для органического стекла прочность на растяжение была определена при одноосном растяжении образцов. На рис. 2 приведены также данные о прочности образцов из модельных материалов с центральным отверстием различного диаметра: в образцах из оргстекла имелись отверстия диаметром 2,6 или 8 мм, а в образцах из сургуча и гипса — отверстия диаметром 4, 6 или 8 мм.

Расчет прочности дисковых образцов с центральным отверстием с использованием нелокальных критериев прочности. Для расчета прочности образцов горных пород используем приведенное в [2] распределение растягивающего напряжения в направлении движения трещины вблизи опасной точки A :

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{2} \left(2 - \frac{2a^2}{r^2} + \frac{12a^4}{r^4} \right) \quad (3)$$

(в момент разрушения напряжение $\sigma = F/(\pi R t)$ достигает максимального значения σ_{cr}).

Рассмотрим четыре варианта нелокального критерия разрушения для данного случая.

1. Интегральный критерий Нейбера — Новожилова [5]:

$$\sigma_{tens} = \frac{1}{\delta} \int_a^{a+\delta} \sigma_x(r) dr.$$

Применяя этот критерий для определения прочности образцов с отверстием σ_{cr} , после интегрирования соотношения (3) получаем выражение

$$\sigma_{cr}^{(1)} = \sigma_{tens} \left(1 + \frac{5a^3 + 4a^2\delta + a\delta^2}{(a + \delta)^3} \right)^{-1}, \quad (4)$$

где δ — площадка осреднения, определенная по формуле (1).

2. Градиентный критерий Новопашина — Сукнева, предложенный для описания возникновения текучести [3] и использованный затем для случая хрупкого разрушения [7]:

$$\sigma_e = \sigma_{tens} \left(1 + \sqrt{\frac{\delta}{L_e}} \right)$$

(σ_e — локальное напряжение в опасной точке). Применение этого критерия дает оценку прочности образцов

$$\sigma_{cr}^{(2)} = \sigma_{tens} \frac{1 + \sqrt{\delta/L_e}}{k_t}, \quad (5)$$

где k_t — коэффициент концентрации напряжений, рассчитанный с помощью теории упругости. Мера неоднородности поля L_e определяется из (2), структурный параметр среды δ — из (1).

3. Формула Нейбера для эффективного коэффициента концентрации напряжений [8]:

$$k_{eff} = 1 + \frac{k_t - 1}{1 + \sqrt{\rho_0/\rho}}$$

(ρ_0 — радиус неупругой частицы среды; ρ — радиус кривизны вершины концентратора напряжений). После замены в формуле Нейбера ρ на L_e получаем выражение для прочности испытанных образцов

$$\sigma_{cr}^{(3)} = \sigma_{tens} \frac{1 + \sqrt{\delta/L_e}}{k_t + \sqrt{\delta/L_e}}, \quad (6)$$

в котором в качестве ρ_0 предлагается использовать δ .

4. Градиентный критерий Легана [9]:

$$\sigma_{tens} = \sigma_1 \left(1 - \beta + \sqrt{\beta^2 + \frac{\delta}{L_e}} \right)^{-1}$$

(σ_1 — главное напряжение в опасной точке; β — параметр аппроксимации). С использованием этого критерия в случае разрушения кольца получаем следующее выражение для прочности образцов:

$$\sigma_{cr}^{(4)} = \sigma_{tens} \frac{1}{k_t} \left(1 - \frac{\delta}{2a} + \sqrt{\left(\frac{\delta}{2a} \right)^2 + \frac{\delta}{L_e}} \right). \quad (7)$$

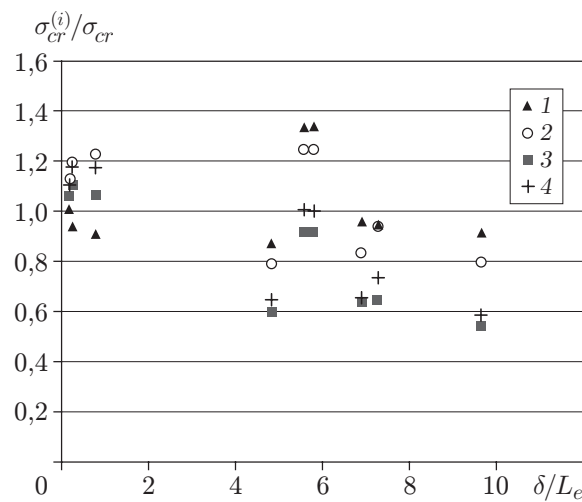
Результаты обработки данных, полученных при испытаниях кернов с осевым отверстием, на основе перечисленных выше критериев прочности, а также результаты их сравнения с экспериментальными данными приведены в табл. 2. Представляет интерес сравнение расчетных значений напряжения $\sigma_{cr}^{(i)}$ с экспериментальным значением растягивающего напряжения $\sigma_{cr} = F/(\pi R t)$. Из табл. 2 следует, что значения прочности образцов, полученные с использованием нелокальных критериев разрушения, близки к измеренным значениям. Чтобы получить ответ на вопрос, какой критерий является более достоверным, проведем статистическую обработку данных, представленных в табл. 2 и на рис. 3.

В табл. 3 приведены расчетные значения прочности образцов, определенные с помощью указанных выше критериев. В предположении, что величина относительной прочности образцов удовлетворяет нормальному закону распределения вероятности разрушения, определены среднее значение прочности образцов и величина случайной погрешности. Эти данные приведены в последней строке табл. 3, там же указаны границы 95 %-го доверительного интервала. Лучшее соответствие расчетной прочности образцов с данными испытаний (максимальное сгущение точек вблизи значения $\sigma_{cr}^{(i)}/\sigma_{cr} = 1$ на рис. 3) достигается

Таблица 2

Прочность образцов с отверстием, рассчитанная с использованием нелокальных критериев разрушения

Материал	σ_{cr} , МПа	$\sigma_{cr}^{(1)}$, МПа	$\sigma_{cr}^{(2)}$, МПа	$\sigma_{cr}^{(3)}$, МПа	$\sigma_{cr}^{(4)}$, МПа	δ/L_e
Долерит	16,90	15,83	15,77	10,760	12,13	7,94
Габбро-диорит	7,82	6,83	6,16	4,680	5,08	4,84
Гранит	7,00	6,71	5,85	4,240	4,59	6,93
Уфалейский мрамор	5,15	4,70	4,07	2,820	3,03	9,66
Искусственный гипс	1,06	1,42	1,32	0,973	1,07	5,57
Сургуч	0,91	1,22	1,13	0,831	0,912	5,81
Оргстекло	15,67	14,2	17,23	15,970	16,83	0,27

Рис. 3. Зависимость отношения прочности образцов $\sigma_{cr}^{(i)}$, вычисленной с использованием нелокальных критериев разрушения, к прочности образцов с центральным отверстием σ_{cr} от параметра структуры:

1 — интегральный критерий; 2 — градиентный критерий Новопашина — Сукнева; 3 — критерий Нейбера; 4 — градиентный критерий Легана

Таблица 3

Относительная расчетная прочность образцов с центральным отверстием, полученная в результате обработки экспериментальных данных с использованием нелокальных критериев разрушения

Материал	$\sigma_{cr}^{(1)}/\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}^{(2)}/\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}^{(3)}/\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}^{(4)}/\sigma_{cr}$
Долерит	0,937	0,933	0,637	0,718
Габбро-диорит	0,873	0,790	0,606	0,649
Гранит	0,959	0,835	0,607	0,656
Уфалейский мрамор	0,912	0,791	0,547	0,589
Гипс	1,335	1,245	0,918	1,008
Сургуч	1,341	1,245	0,913	1,002
Оргстекло	0,906	1,100	1,020	1,074
Среднее значение	$1,038 \pm 0,190$	$0,991 \pm 0,190$	$0,75 \pm 0,18$	$0,813 \pm 0,190$

при использовании градиентного критерия прочности (5). Также хорошее соответствие получается при использовании интегрального критерия разрушения.

Испытания образцов горных пород на изгиб. При проведении испытаний была применена стандартная схема четырехточечного изгиба. Образцы горных пород размером $120 \times 20 \times 20$ мм опирались на стальные ролики диаметром 8 мм, расположенные на полированном основании. Расстояние между роликами составляло $L = 100$ мм. Нагружение было приложено через шаровую опору к роликам такого же диаметра, расстояние между которыми равно $g = 40$ мм. Образцы выпиливались из плит толщиной приблизительно 20 мм в одном направлении, так чтобы плоскость разрушения совпадала с плоскостью разрушения кернов, описанных выше. Испытаниям были подвергнуты образцы горных пород, указанных в табл. 4 (σ_{tens} — временная прочность на растяжение, определенная бразильским методом; σ_{bend} — прочность на четырехточечный изгиб; E_{tens} , E_{comp} — модули Юнга при растяжении и сжатии соответственно; K_{Ic} — критический коэффициент интенсивности напряжений; δ — структурный параметр среды, определенный по формуле (1); t — толщина балки). Кроме того, проведена серия экспериментов с балками из гранита толщиной $10 \div 60$ мм. Испытывалось $7 \div 10$ образцов каждого материала. В случае гранита испытывалось $7 \div 10$ образцов различной толщины. Испытания проводились при комнатной температуре и одной и той же скорости подачи траверсы, равной 0,5 мм/мин.

В предположении, что эпюры напряжений являются линейными и модули упругости при сжатии и растяжении равны, определены максимальные напряжения в нижнем волокне балки:

$$\sigma_{bend} = \frac{6M}{Bt^2} = \frac{3F(L-g)}{2Bt^2}. \quad (8)$$

Здесь F , M — максимальные значения усилия и момента соответственно; t , B — толщина и ширина образца.

Из табл. 4 следует, что определенная таким образом прочность на изгиб значительно превышает пределы прочности, найденные при одноосном растяжении и с использованием бразильского метода. Различие значений прочности может быть обусловлено влиянием следующих факторов: 1) эпюра напряжений имеет нелинейный характер, поэтому при расчете по формуле (8) получается завышенное максимальное значение напряжения, особенно в том случае, если материал обладает пластическими свойствами; 2) модули Юнга при сжатии и растяжении имеют разные значения. Если испытываемый материал является хрупким, то на максимальное напряжение оказывает влияние градиент напряжений. Прежде всего оценим влияние разномодульности материала на примере долерита. Согласно [10] максимальное напряжение в крайнем слое балки определяется следующей

Таблица 4

Значения прочности испытанных горных пород

Материал	E_{tens} , ГПа	E_{comp} , ГПа	K_{Ic} , МПа · м ^{1/2}	σ_{tens} , МПа	σ_{bend} , МПа	$\frac{\sigma_{bend}}{\sigma_{tens}}$	δ , мм	t , мм
Биотитовый гранит	23,0	40	0,7	10,40 ± 0,81	11,10 ± 0,50	1,06	2,9	20
Лейкократовый гранит	27,7	52	0,8	10,60 ± 1,01	13,40 ± 0,81	1,25	3,60	20
Долерит	76,0	112	1,9	25,00 ± 1,85	33,40 ± 0,80	1,34	3,68	19
Габбро-диорит	50,0	62	1,1	13,40 ± 1,05	19,40 ± 0,98	1,45	4,29	20
Габброид	72,0	88	2,0	21,00 ± 2,23	33,60 ± 1,20	1,65	5,78	21,45
Гранит	—	—	1,1	11,20 ± 0,85	15,40 ± 1,33	1,46	6,14	20
Уфалейский мрамор	44,0	72	0,8	6,90 ± 0,35	15,50 ± 0,80	2,24	8,56	18,30

формулой:

$$\sigma_{bend}^* = \frac{6M}{Bt^2} \frac{1 + \sqrt{E_{tens}/E_{comp}}}{2}. \quad (9)$$

Различие значений прочности балки, вычисленных по формулам (8) и (9), в данном случае составляет менее 10 %.

В [11] показано, что для ряда горных пород максимальные значения напряжения в крайнем слое, полученные в результате расчета балки с учетом участка предельного деформирования, близки к значениям прочности на растяжение. Там же отмечено, что с увеличением структурного параметра δ относительная прочность балки $\sigma_{bend}/\sigma_{tens}$ возрастает (см. также табл. 4). Это свидетельствует о неприменимости локальных критериев прочности для данных испытаний. Поэтому проведем обработку полученных данных с помощью нелокальных критериев разрушения.

Отношение прочности на растяжение к прочности горных пород на изгиб, вычисленное с использованием нелокальных критериев разрушения. Применение интегрального критерия разрушения Нейбера — Новожилова при испытаниях на изгиб позволяет получить следующее выражение для осредненного напряжения в окрестности крайнего слоя балки:

$$\sigma_b^{(1)} = \frac{6M}{Bt^2} \left(1 - \frac{\delta}{t}\right). \quad (10)$$

В случае изгиба балки с использованием градиентного критерия разрушения можно получить оценку для прочности материала на растяжение

$$\sigma_b^{(2)} = \frac{6M}{Bt^2} \left(1 + \sqrt{\frac{2\delta}{t}}\right)^{-1}. \quad (11)$$

Так как рассчитанные значения максимального напряжения в крайнем слое балки, находящейся в предельном состоянии, для ряда горных пород, на диаграмме деформирования которых имеется четко выраженный участок пластичности, хорошо согласуются с пределом прочности на растяжение, а размер зоны пластичности практически равен значению структурного параметра δ , для хрупких пород предлагается нелинейную эпюру напряжений заменить на упругопластическую. Будем считать, что на расстоянии δ от края балки напряжения постоянны, а далее распределены по линейному закону. Такое распределение является не реальной эпюрой напряжений, а эквивалентной ей по изгибающему моменту. Максимальные значения напряжения, соответствующие этой модели (будем называть ее моделью с участком пластичности), вычисляются по формуле [10]

$$\sigma_b^{(5)} = \frac{6M}{Bt^2} \left(1 + \frac{2\delta}{t} \left(1 - \frac{\delta}{t}\right)\right)^{-1}. \quad (12)$$

Для гладких полей в [12] предложен еще один градиентный критерий прочности

$$\sigma_3 = \sigma_{tens} \left(1 + \frac{\delta}{L_e}\right),$$

где σ_3 — локальная прочность градиентно напряженного материала. Этот критерий отличается от критерия, предложенного в [4]. Согласно данному критерию в случае изгиба балки предел прочности среды на растяжение определяется формулой

$$\sigma_b^{(6)} = \frac{6M}{Bt^2} \left(1 + \frac{2\delta}{t}\right)^{-1}. \quad (13)$$

Оценки прочности горных пород на растяжение при изгибе $\sigma_b^{(i)}$, вычисленные с использованием нелокальных критериев прочности, приведены в табл. 5 и на рис. 4. В табл. 5

Таблица 5

Оценки прочности на растяжение, вычисленные по формулам (10)–(13)

Материал	σ_{tens} , МПа	$\sigma_b^{(1)}$, МПа	$\sigma_b^{(2)}$, МПа	$\sigma_b^{(5)}$, МПа	$\sigma_b^{(6)}$, МПа	$\frac{2\delta}{t}$	$\frac{\sigma_b^{(1)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(2)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(5)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(6)}}{\sigma_{tens}}$
Биотитовый гранит	10,4	9,498	7,221	8,902	8,614	0,290	0,913	0,694	0,856	0,828
Лейкократовый гранит	10,6	10,970	8,363	10,330	9,833	0,360	1,035	0,789	0,975	0,928
Долерит	25,0	26,930	20,590	25,380	24,080	0,387	1,077	0,823	1,015	0,963
Габбро-диорит	13,4	15,240	11,720	14,510	13,570	0,429	1,137	0,874	1,083	1,013
Габброид	21,0	24,550	19,380	24,290	21,840	0,539	1,169	0,923	1,157	1,040
Гранит	11,2	10,670	8,633	10,800	9,540	0,614	0,950	0,771	0,964	0,852
Уфалейский мрамор	6,9	8,250	7,879	10,100	8,010	0,936	1,200	1,140	1,463	1,160
Среднее значение	—	—	—	—	—	—	1,068± 0,100	0,86± 0,13	1,073± 0,180	0,97± 0,11

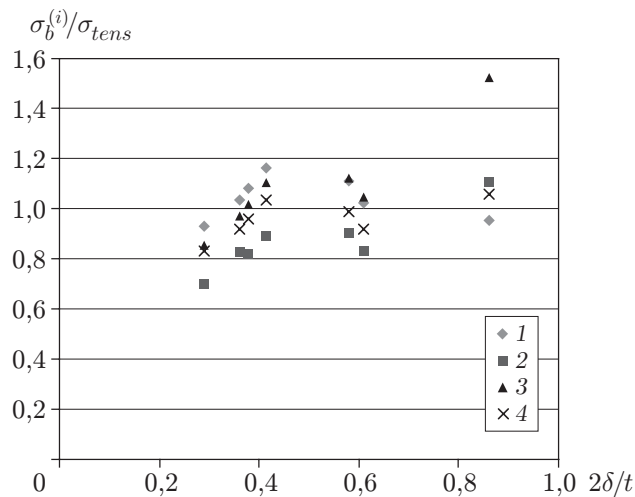


Рис. 4. Зависимость отношения изгибной прочности образцов к прочности на растяжение, вычисленной с использованием нелокальных критериев прочности, от параметра структуры:

1 — интегральный критерий; 2 — градиентный критерий; 3 — модель с участком пластичности; 4 — критерий Харлаба

приведены также значения отношений прочности на растяжение в случае изгиба $\sigma_b^{(i)}$, вычисленные с использованием нелокальных критериев разрушения, к прочности на растяжение σ_{tens} , измеренной бразильским методом, и средние значения относительной прочности с 95 %-ми доверительными интервалами. Из табл. 5 следует, что применение нелокальных критериев разрушения позволяет провести сравнение значений прочности на растяжение при изгибе балок и при разрушении колец для ряда горных пород. Следует отметить, что лучший результат достигается при использовании критерия Харлаба [12]. Интегральный критерий Нейбера — Новожилова также дает хорошее соответствие между оценками прочности и экспериментальными данными.

В табл. 6 приведены значения прочности на растяжение, полученные при изгибе гранитных балок различной толщины, а также оценки прочности, вычисленные с помощью нелокальных критериев разрушения. Там же приведены отношения этих оценок к прочности гранита, определенной методом раскалывания керна по диаметру. Из табл. 6 следует,

Таблица 6

Прочность гранита на растяжение, рассчитанная с использованием нелокальных критериев прочности, по значениям разрушающих напряжений при изгибе балок различной толщины

t , мм	σ_{bend} , МПа	$\frac{2\delta}{t}$	$\sigma_b^{(1)}$, МПа	$\sigma_b^{(2)}$, МПа	$\sigma_b^{(5)}$, МПа	$\sigma_b^{(6)}$, МПа	$\frac{\sigma_b^{(1)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(2)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(5)}}{\sigma_{tens}}$	$\frac{\sigma_b^{(6)}}{\sigma_{tens}}$
10	16,15	1,228	6,234	7,661	10,956	7,25	0,557	0,684	0,98	0,647
20	15,38	0,614	10,658	8,623	10,789	9,53	0,952	0,770	0,96	0,851
30	15,04	0,409	11,964	9,173	11,348	10,67	1,068	0,819	1,01	0,953
40	14,35	0,307	12,161	9,244	11,402	11,00	1,086	0,824	1,02	0,980
60	14,18	0,205	12,727	9,761	11,976	11,77	1,136	0,871	1,07	1,051
Среднее значение	—	—	—	—	—	—	0,96± 0,29	0,794± 0,090	1,01± 0,05	0,896± 0,190

что наилучшее соответствие вычисленных и измеренных значений прочности достигается при использовании модели с участком пластичности, а также критериев Нейбера — Новожилова и Харлаба.

Выводы. В работе исследовано разрушение образцов горных пород при двух видах неоднородного напряженного состояния: в случае раздавливания дискового образца с центральным отверстием (поле с концентрацией напряжений вблизи опасных точек на контуре отверстия) и в случае изгиба балки. Показано, что прочность материала при растяжении в неоднородном поле, определенная с помощью нелокальных критериев разрушения, сопоставима с прочностью на растяжение, измеренной при однородном растяжении или бразильским методом для горных пород. В проведенных трех сериях экспериментов (см. табл. 3, 5, 6) наиболее стабильный результат наблюдается при использовании интегрального критерия прочности Нейбера — Новожилова независимо от характера неоднородности поля напряжений. Следует отметить, что при использовании любого рассмотренного в работе критерия нелокальной прочности для некоторых сред наблюдается различие измеренных и вычисленных значений прочности образцов порядка 20 %. Это свидетельствует о необходимости совершенствования нелокального подхода к оценке разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wellor M., Hawkes I. Measurement of tensile strength by diametral compression of disks and annuli // Engng Geol. 1971. V. 5. P. 173–222.
2. Ефимов В. П. Применение градиентного подхода к определению прочности горных пород на растяжение // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2002. № 5. С. 49–53.
3. Новопашин М. Д. Уругопластическое деформирование и предельное состояние элементов конструкций с концентраторами напряжений / М. Д. Новопашин, С. В. Сукнев, А. М. Иванов. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 1995.
4. Леган М. А. О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 4. С. 146–154.
5. Новожилов В. В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. 1969. Т. 33, вып. 2. С. 212–220.
6. Сроули Д. Е. Вязкость разрушения при плоской деформации. Т. 4. Разрушение. М.: Машиностроение, 1977.
7. Сукнев С. В., Новопашин М. Д. Применение градиентного подхода для оценки прочности горных пород // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1999. № 4. С. 54–60.

8. **Нейбер Г.** Концентрация напряжений. М.: Гостехтеоретиздат, 1947.
9. **Леган М. А.** Градиентный критерий разрушения в зоне концентрации напряжений: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО РАН, 2006.
10. **Тимошенко С. П.** Сопротивление материалов. Т. 2. М.: Наука, 1965.
11. **Ефимов В. П.** Прочностные свойства горных пород при растяжении в разных условиях нагружения // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2009. № 6. С. 61–68.
12. **Харлаб В. Д., Минин В. А.** Критерий прочности, учитывающий влияние градиента напряженного состояния // Исследования по механике строительных конструкций и материалов. Л.: Ленингр. инж.-строит. ин-т, 1989.

*Поступила в редакцию 4/VII 2011 г.,
в окончательном варианте — 13/II 2013 г.*
