

## РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД

УДК 539.375

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ ПОИНТЕРВАЛЬНОМ ГИДРОРАЗРЫВЕ ПЛАСТА ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

**И. В. Колыхалов, П. А. Мартынюк, Е. Н. Шер**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: ikolykhalov@mail.ru,  
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

В условиях плоской деформации численно исследован процесс последовательного развития трещин гидроразрыва. В качестве рабочего флюида рассматривалась идеальная и вязкая жидкости. Проанализировано влияние на параметры развивающихся трещин и их траектории расстояния между ними, внешнего поля сжатия, расхода жидкости, ее вязкости и утечек.

*Поинтервальный гидроразрыв пласта, трещина гидроразрыва, горное давление, вязкость жидкости, утечки*

Гидроразрыв пласта (ГРП) постоянно используется в нефтегазовой отрасли. Применение его позволяет в значительной мере увеличить продуктивность скважин, особенно на поздней стадии ее эксплуатации. С помощью ГРП появляется возможность добычи трудноизвлекаемых запасов нефти и газа [1], что характерно для слабопроницаемых пород с неразвитой системой трещин. Пробуренная в таких породах скважина быстро теряет свой дебит в результате низкой концентрации углеводородов и недостаточной проницаемости среды. Чтобы повысить дебит скважины и сохранить его в течение длительного промежутка времени, нужно создать дополнительные поверхности, через которые углеводороды будут поступать из массива в скважину. Решением этой проблемы является проведение большого количества трещин гидроразрыва.

Принятая практика работы в слабопроницаемых коллекторах состоит в том, что в продуктивном пласте проходится длинная горизонтальная скважина в направлении действия наименьшего сжатия внешнего поля. Затем через некоторые интервалы осуществляются гидроразрывы, перпендикулярные скважине. Одним из ключевых факторов, определяющих геометрию распространения трещин, является наличие искусственно созданных и естественных трещин. Каждая заполненная пропантом трещина формирует дополнительное поле напряжений в окружающей породе, которое влияет на траектории развития новых трещин, их раскрытие, продвижение жидкости и пропанта внутри развивающихся трещин [2–4]. Ранее рассматривалось

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 14-05-00156).

развитие одной прямолинейной трещины гидроразрыва или двух параллельных, растущих одновременно [5–7]. В данной работе на основе приближения А. М. Линькова [8] исследуется последовательный рост криволинейных трещин, когда в качестве рабочего флюида используется вязкая жидкость. Существенным фактором, обеспечивающим качественное проведение последовательного гидроразрыва, является управление не только формой получающихся трещин, но и их раскрытием, которое должно быть не меньше заданной величины, чтобы обеспечить транспортировку проппанта по длине трещины.

Цель работы — оценка влияния внешнего поля горного давления, расстояния между соседними трещинами, расхода жидкости, ее вязкости и утечек на параметры получаемой системы трещин при последовательном гидроразрыве.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задача исследуется в условиях плоской деформации. Имеется неограниченное упругое тело, сжатое на бесконечности напряжениями  $p$  и  $q$ . Максимальное сжатие  $p$  направлено вдоль оси  $Ox$ , на которой в интервале  $(-L, L)$  расположена первая плоская трещина гидроразрыва, заполненная проппантом, повышающим ее проницаемость, и имеющая в начале координат нормальное раскрытие  $2U_1(0)$  — рис. 1. Процесс поинтервального гидроразрыва состоит в том, что последующие  $N - 1$  трещины образуются перпендикулярно оси  $Oy$ , соосной со скважиной, последовательно одна за другой через интервал  $h$  друг от друга. Задача обладает симметрией относительно вертикальной оси  $Oy$ . Предполагается, что первая трещина и последующие, достигшие заданного размера, заполняются проппантом. В результате их длины и раскрытия в процессе дальнейшего проведения гидроразрывов остаются неизменными. Также сохраняются неизменными дополнительные поля напряжений, порожденные ими.

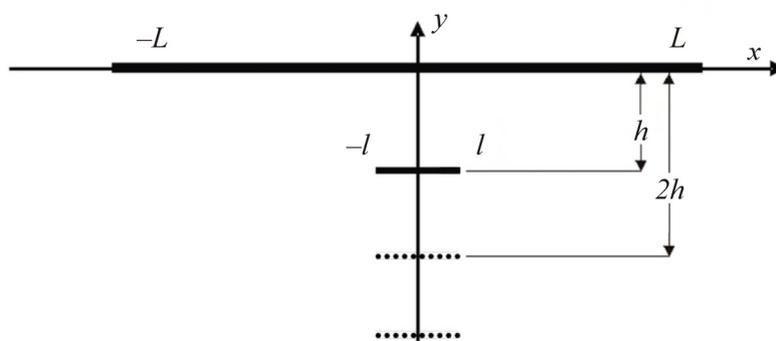


Рис. 1. Начальное расположение трещин

Форма  $k$ -й трещины в любой момент времени записывается в виде

$$z = l_k \xi + i y_k(l_k \xi) - i(k-1)h, \quad |\xi| \leq 1, \quad k = 1, 2, \dots, N,$$

где  $i = \sqrt{-1}$ ;  $l_k = l_k(t)$ ;  $l \leq l_k \leq L$ .

Граничные условия на берегах  $k$ -й трещины задаются следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_n &= -p_k(s, t) - \sigma_{n0}(s, t) - \sum_{m=1}^{k-1} \sigma_{nm}(s, t) = -p_k(s, t) - \sigma_k(s, t), \\ \tau_s &= -\tau_{s0}(s, t) - \sum_{m=1}^{k-1} \tau_{sm}(s, t) = -\tau_k(s, t), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $s$  — дуговая координата по длине крыла трещины;  $p_k(s, t)$  — давление внутри трещины;  $\sigma_{n0}$  и  $\tau_{s0}$  — нормальные и касательные напряжения от внешнего поля на границе трещины, соответствующие реальной и мнимой частям функции

$$f(z_k) = \frac{p+q}{2} - \frac{p-q}{2} \frac{d\bar{z}_k}{dz_k}$$

(на первой трещине  $\sigma_{n0} = q$ ,  $\tau_{s0} = 0$ ), а  $\sigma_{nm}$  и  $\tau_{sm}$  — дополнительные напряжения, вызванные уже образованной и раскрытой  $m$ -й трещиной.

Численное решение задачи (1) проводилось двумя способами — методом разрывных смещений [9, 10] и методом сингулярных интегральных уравнений [11, 12]. Использовался пошаговый алгоритм построения траектории развития трещины. На каждом шаге продвижения в зависимости от давления, действующего в растущей трещине, находились  $K_I$  и  $K_{II}$  — коэффициенты интенсивности напряжений в ее вершинах. В силу симметрии  $K_I = K_I^+ = K_I^-$ ;  $K_{II} = K_{II}^+ = -K_{II}^-$ , знаки (+) и (–) соответствуют правой и левой вершинам. Угол поворота  $\mathcal{G}$ , определяющий дальнейшее распространение трещины, и предельное давление, необходимое для ее равновесного развития, задаются выражениями [13]:

$$\mathcal{G} = 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{K_I - \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{4K_{II}} \right), \quad (2)$$

$$\cos(\mathcal{G}/2)^3 (K_I + 3\sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}) = 4K_{IC},$$

где  $K_{IC}$  — вязкость разрушения. Длина трещины увеличивается на величину  $\Delta l$  в направлении угла  $\mathcal{G}$ . Для измененной формы трещины процесс повторяется, пока  $l_k < L$ .

Когда рабочая жидкость является идеальной и процесс развития равновесным, давление в растущей трещине  $p_k(s, t)$  постоянно по ее длине и его критическое значение  $p_k^*(t)$  находится из уравнений (2). В общем случае величину  $p_k^*(t)$  нужно корректировать, чтобы выполнялись естественные требования — условие протекания (положительное раскрытие трещины на всем ее протяжении) и условие неубывания объема трещины при отсутствии утечек жидкости в пласт. В случае с вязкой жидкостью используется приближение А. М. Линькова — пропорциональность дополнительных нормальных напряжений, действующих на берегах трещины, их нормальным смещениям. С учетом этого приближения система уравнений для нахождения  $\Delta p_k(s, t)$ ,  $U_k(s, t)$  и  $L_k(t)$  имеет вид [8]:

$$\Delta p_k(s, t) = p_k(s, t) + \sigma_k(s, t) = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{U_k(s, t)}{L_k(t)},$$

$$\frac{\partial p_k(s, t)}{\partial t} = -\frac{3}{2} \frac{\mu_0 q_0}{U_k^3(s, t)}, \quad (3)$$

$$q_0 \approx \frac{dV_k}{dt} + 2C \int_0^t \frac{\dot{L}_k(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}},$$

здесь  $\mu_0$  — вязкость жидкости;  $q_0$  — расход жидкости в крыло трещины на единицу ее высоты;  $L_k(t)$  — длина крыла трещины;  $U_k(s,t)$  — полуоткрытие ее берегов;  $V_k$  — объем крыла трещины;  $C$  — коэффициент утечек;  $E$  — модуль упругости среды;  $\nu$  — коэффициент Пуассона.

Из первых двух уравнений (3) для нахождения  $\Delta p_k(s,t)$  получается дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial \Delta p_k(s,t)}{\partial s} - \frac{\partial \sigma_k(s,t)}{\partial s} = -\frac{3 \mu_0 q_0 E^3}{16 (1-\nu^2)^3} \frac{1}{\Delta p_k^3(s,t) L_k^3(t)}, \quad (4)$$

решение которого должно удовлетворять условию  $\Delta p_k(L_k,t) = 0$ . В частном случае, когда  $\frac{\partial \sigma_k}{\partial s} = 0$ , проинтегрировав уравнение (4), получаем аналитическое решение

$$\Delta p_k(s,t) = \left(\frac{3}{4} \mu_0 q_0\right)^{0.25} \left(\frac{E}{1-\nu^2}\right)^{0.75} \frac{(L_k(t)-s)^{0.25}}{L_k^{0.75}(t)}. \quad (5)$$

Численный расчет роста трещины с использованием вязкой жидкости строится по шагам во времени. Пусть в момент времени  $t$  форма  $k$ -й трещины известна, тогда  $\tau_k(s,t)$  — известная величина, а  $\sigma_n(s,t) = -\Delta p_k(s,t)$  находится как решение уравнения (4). Из решения задачи определения напряженного состояния плоскости с граничными условиями (1) на трещине находятся  $K_I$ ,  $K_{II}$ ,  $\mathcal{G}$ ,  $V_k$ . В этом случае приращение длины трещины будет  $\Delta L_k = \dot{L}_k(t) \Delta t$ , где  $\Delta t$  — шаг по времени, а  $\dot{L}_k(t)$  — скорость трещины, которая находится из третьего уравнения системы (3).

#### АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Введем в рассмотрение параметр  $\Delta_k = y_k(L)$ , характеризующий кривизну  $k$ -й трещины, равный ее отклонению от прямолинейного распространения при  $x = L$ . В общем случае [6–7] вязкая жидкость не заполняет всю длину трещины — имеется промежуток длиной  $\delta L_k = L_k - R_k$ , где  $R_k$  — длина заполненного участка. Величина  $\delta L_k$  зависит от  $\mu_0$ ,  $q_0$  и нормальных напряжений на контуре трещины от внешних полей сжатия. В большинстве работ по гидроразрыву вязкой жидкостью считается, что  $\delta L_k \ll L_k$ , и рассматривается предельный случай  $\delta L_k = 0$ . Методом разрывных смещений были проведены расчеты для оценки влияния величины  $q$  на форму траектории ее развития и значения  $\delta L_k$ . Для этого рассматривалось квазиравновесное развитие второй трещины в предположении, что в первой  $2U_1(0) = 4$  мм;  $h = 30$  м;  $K_{IC} = 2$  МПа·м<sup>0.5</sup>;  $E = 2.8 \cdot 10^4$  МПа;  $\nu = 0.3$ ;  $L = 60$  м;  $q_0 = 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с, а значения  $\mu_0$  варьировались в интервале  $(0 \div 2)$  Па·с. Сохранялась постоянная разность  $\delta p = |p - q| = 1$  МПа, а  $q$  принимало значения  $(0; -1; -2)$  МПа. На участке, заполненном вязкой жидкостью,  $\sigma_n = -\Delta p_2(s,t)$ , где  $\Delta p_2(s,t)$  — решение уравнения (4) при  $L_2 = R_2$ , а на незаполненных участках  $\sigma_n = -\sigma_2(s,t)$ . Длина  $R_2$  находилась из условия предельного равновесия (2).

Результаты расчетов отклонения  $\Delta = \Delta_2$  в зависимости от  $\mu_0$  представлены на рис. 2. Штриховые линии соответствуют значениям  $q$ : 0; -1; -2 МПа. Сплошная линия рассчитана при  $q = -38.5$  МПа и  $\delta L_2 = 0$ . Видно, что с увеличением  $|q|$  штриховые линии приближаются к сплошной. Отметим, что с увеличением  $|q|$   $\delta L_2$  уменьшается. Так, при  $\mu_0 = 1$  Па·с и  $q = 0$  вели-

чина заполненного участка  $R_2 \approx L_2/2$ , при  $q = -1$  МПа  $\delta L_2 = 1-2$  м, а при  $q = -2$  МПа  $\delta L_2 < 1$  м. С уменьшением  $\mu_0$  величина  $\delta L_2$  также уменьшается. Поэтому для значений  $|q| > 5$  МПа, которые имеют место при проведении гидроразрывов, с приемлемой точностью можно считать, что вязкая жидкость полностью заполняет всю длину трещины. В дальнейших расчетах всюду полагается  $\delta L_k = 0$ .

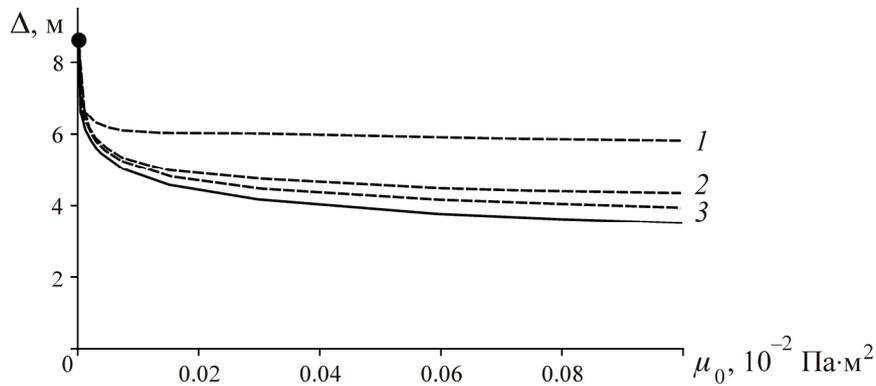


Рис. 2. Влияние  $\mu_0$  на отклонения растущей трещины вторичного гидроразрыва, кривые 1–3 соответствуют  $q = 0; -1; -2$  МПа, сплошная —  $q = -38,5$  МПа. Маркером отмечено отклонение, полученное с использованием идеальной жидкости

Из рис. 2 следует, что увеличение вязкости рабочей жидкости и удельного расхода приводит к уменьшению отклонения трещины вторичного гидроразрыва. При этом существенное (до двух раз) уменьшение происходит при увеличении произведения ( $\mu_0 q_0$ ) от 0 до 0,01 Па·м<sup>2</sup>. Дальнейшее увеличение этого произведения слабо влияет на уменьшение  $\Delta$ .

Основная часть расчетов проводилась для параметров задачи, соответствующих типичным газовым и нефтяным месторождениям с низкопроницаемыми коллекторами:  $E = 2,8 \cdot 10^4$  МПа;  $\nu = 0,3$ ;  $K_{IC} = 2$  МПа·м<sup>0,5</sup>. На рис. 3 приведены сравнительные результаты численных расчетов траекторий последовательно создаваемых трещин гидроразрыва при  $L = 60$  м,  $2U_1(0) = 4$  мм,  $\delta p = 1$  МПа,  $q = -38,5$  МПа. Сплошные линии — расчеты трещин, развивающихся в квазиравновесном режиме с использованием в качестве рабочего флюида идеальной жидкости. Отметим, что профили раскрытия последовательно образующихся трещин сильно “сужены” в центральной части. Так, раскрытие в центре второй трещины  $2U_2(0) = 0,3 \div 1$  мм при  $h = 20 - 80$  м. Малые раскрытия препятствуют транспортировке проппанта. При расчете последующей трещины давление в трещине, полученной на предыдущем этапе, повышалось, пока ее раскрытие в центре не становилось равным 4 мм. На практике для гидроразрыва используется вязкая жидкость, что приводит к увеличению давления в трещине, переходу на неравновесный режим развития и уменьшению кривизны траекторий. Штриховыми линиями на рис. 3 отображены траектории, рассчитанные для вязкой жидкости с  $\mu_0 = 18 \cdot 10^{-2}$  Па·с и  $q_0 = 10^{-3}$  м<sup>2</sup>/с, которые соответствуют  $2U_1(0) = 4$  мм.

Видно, что использование для гидроразрыва вязкой жидкости уменьшает искривление трещин по сравнению с идеальным флюидом. В данной постановке задачи каждая следующая трещина имеет раскрытие меньше, чем предыдущая, что иллюстрируют зависимости  $2U_k(0)$  от  $h$  ( $k \geq 2$ ), представленные на рис. 3а. При последовательном создании серии трещин с оди-

наковыми  $\mu_0$  и  $q_0$  раскрытия могут достигнуть такого значения, что продвижение проппанта станет затруднительным. Использование вязкой жидкости позволяет значительно повысить давление в растущей трещине, что способствует увеличению ее раскрытия. Сохраняя неизменным расход и варьируя значение вязкости для каждой последующей трещины, можно рассчитать их траектории, когда выполняется условие – раскрытие в центре каждой трещины равно заданному числу.

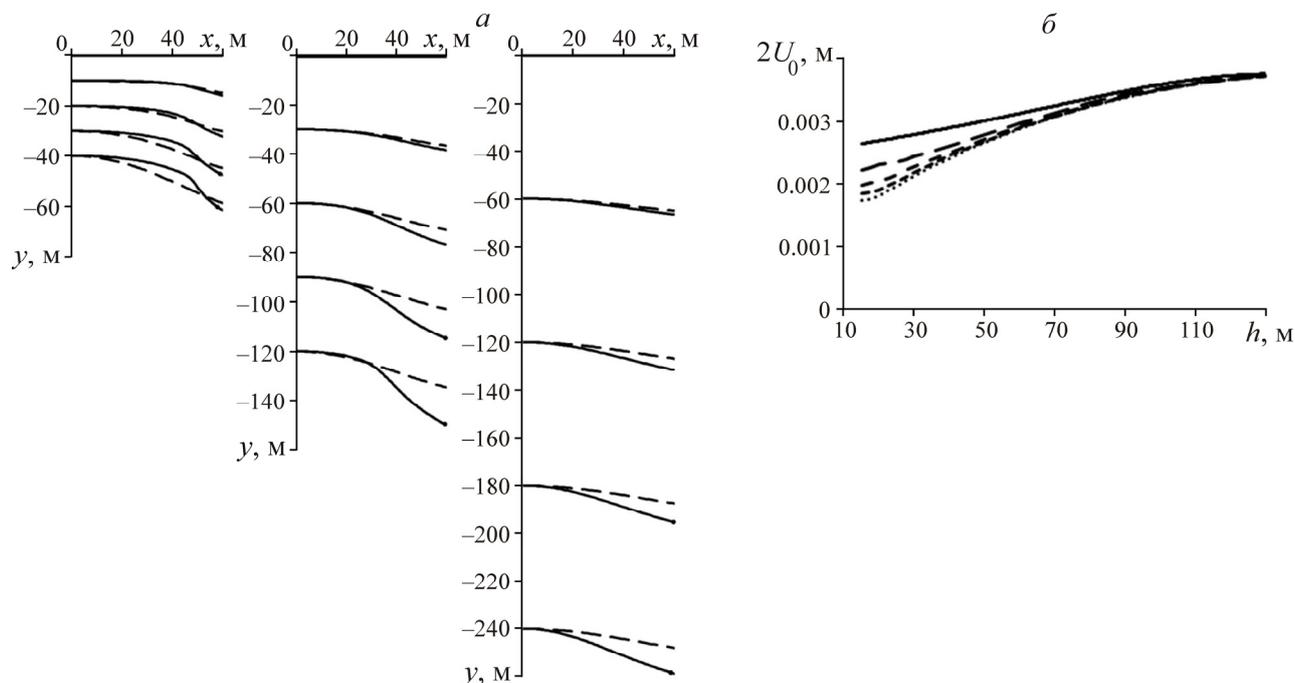


Рис. 3. Результаты численных расчетов: *a* — траектории последовательно создаваемых шести трещин гидроразрыва, расположенных на расстояниях 10, 30, 60 м (сплошные линии — идеальная рабочая жидкость  $2U_k(0) = 4$  мм, штриховые — вязкая жидкость  $\mu_0 = 1.8 \cdot 10^{-2}$  Па·с,  $q_0 = 0.001$  м<sup>2</sup>/с); *б* — раскрытия в центре последовательно развивающихся трещин при  $q_0 = 0.001$  м<sup>2</sup>/с,  $\mu_0 = 1.8 \cdot 10^{-2}$  Па·с в зависимости от расстояния  $h$  (верхняя линия соответствует 2-й последовательно создаваемой трещине, нижняя — 6-й)

На рис. 4*a* для сравнения представлены расчетные траектории с постоянным  $\mu_0 = 1.8 \cdot 10^{-2}$  Па·с (штриховые линии из рис. 3*a*) и сплошные линии, когда  $\mu_0$  меняется и  $2U_k(0) = 4$  мм ( $k \geq 1$ ). Для последнего варианта на рис. 4*б* приведены расчетные значения  $\mu_0(k)$  для каждой трещины в зависимости от расстояния между ними, необходимые для выполнения условия  $2U_k(0) = 4$  мм. Отметим, что с увеличением  $h$  отношение  $\mu_0(6)/\mu_0(1)$  уменьшается. Так, для  $h = 30$  м  $\mu_0(6)/\mu_0(1) \approx 22$ , а для  $h = 60$  м  $\mu_0(6)/\mu_0(1) \approx 5.3$ .

Из сравнения траекторий на рис. 4*a* видно, что вторая, третья трещины с вязкостями  $\mu_0(2)$  и  $\mu_0(3)$  имеют отклонение несколько меньшее, чем с постоянной вязкостью  $\mu_0 = 1.8 \cdot 10^{-2}$  Па·с. Действительно, увеличение вязкости приводит к увеличению давления в этих трещинах и, следовательно, ее траектория будет идти выше соответствующих  $\mu_0$ . Для трещин с  $k > 3$  траектории идут ниже, чем соответствующие постоянной вязкости  $\mu_0$ . Это объясняется тем обстоятельством, что уровень накопленных дополнительных нормальных напряжений будет больше, чем при  $\mu_0$ .

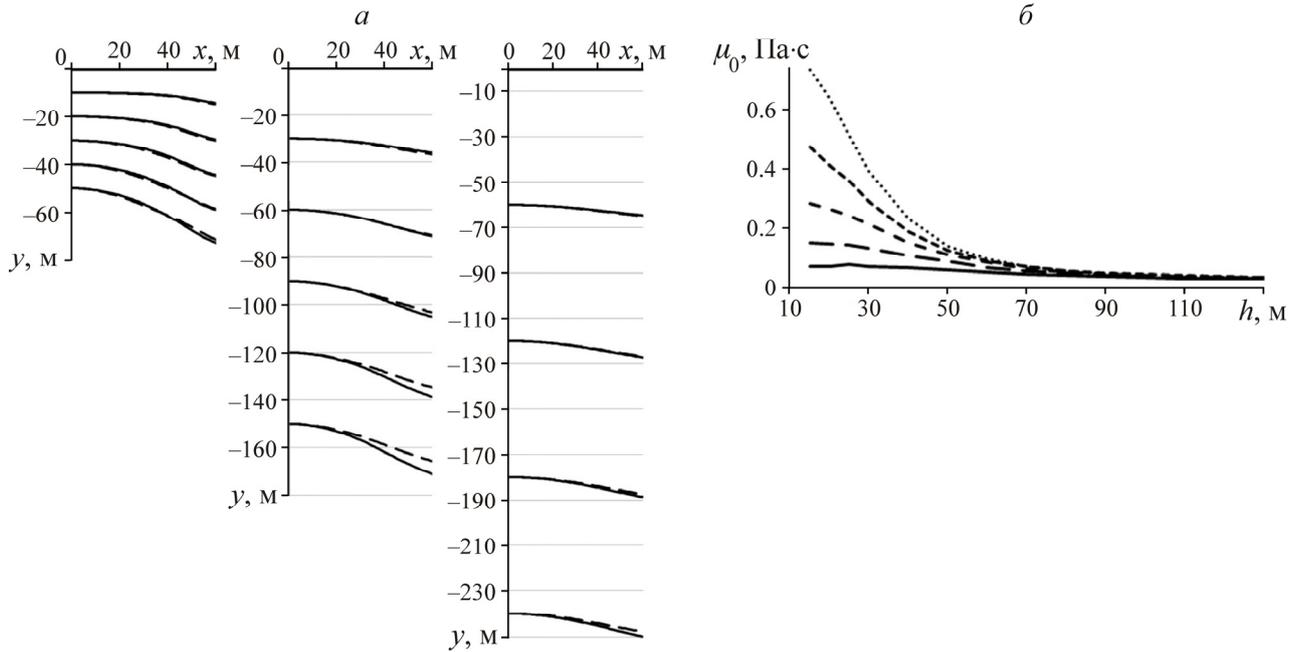


Рис. 4. Результаты численных расчетов: *а* — траектории последовательно создаваемых шести трещин гидроразрыва, расположенных на расстояниях 10, 30, 60 м (сплошные линии — вязкая рабочая жидкость с  $\mu_0(k)$  и  $2U_k(0) = 4$  мм, штриховые — вязкость жидкости постоянная  $\mu_0 = 1.8 \cdot 10^{-2}$  Па·с); *б* — вязкости, необходимой для раскрытия развивающихся трещин до 4 мм,  $q_0 = 0.001$  м<sup>2</sup>/с (нижняя линия соответствует 2-й последовательно создаваемой трещине, верхняя — 6-й)

С использованием вязкой жидкости процесс последовательного развития трещин происходит в неравновесном режиме. Решение строится в квазистатическом приближении, что оправдано тем обстоятельством, что скорость трещины в расчетах не превышает 0.5 м/с. На момент окончания продвижения  $k$ -й трещины  $t_k$ , когда  $l_k \approx L$ , ее скорость равна примерно 0.1 м/с, а объем  $V_k = q_0 t_k$  и пропорционален  $U_k(0)L_k$ , где  $L_k$  — длина ее крыла. Для варианта с переменной вязкостью время развития трещины пропорционально ее длине. Например, для  $h = 30$  м  $t_2 = 6.2$  мин, а  $t_6 = 6.6$  мин и  $t_6/t_2 \approx L_6/L_2 \approx 1.07$ . Для неизменных внешних условий решения при  $\mu_0 q_0 = \mu_1 q_1$  совпадают. В этом случае, если  $t_0$  — время роста трещины для  $\mu_0 q_0$ , то для  $\mu_1 = \mu_0 \eta$  и  $q_1 = q_0 / \eta$  ( $\eta \neq 0$ ) время развития трещины будет  $t_0 \eta$ .

На рис. 5 более детально показано влияние расстояния  $h$  между трещинами на отклонение  $\Delta_k$  при различных режимах закачивания рабочей жидкости. Полученные зависимости для разных трещин подобны между собой. В общем случае использование вязкой жидкости при одних и тех же параметрах задачи дает уменьшение отклонения на 20–30 % по сравнению с идеальной жидкостью. Отметим, что такие зависимости для идеальной жидкости в плоском и осесимметричном случаях подобны и их значения достаточно близки [14]. Это позволяет предполагать, что и для вязкой жидкости такое подобие сохранится.

Известно, что увеличение значения  $\delta p$  или давления внутри трещины приводит к уменьшению кривизны траекторий — уменьшению  $\Delta_k$ . Так, при прочих равных условиях увеличение  $\delta p$  с 1 до 2 МПа для  $h = (15–80)$  м приводит к уменьшению отклонения  $\Delta_2$  примерно в 1.6

раза,  $\Delta_6$  — в 1.9 раза. Поднять давление в трещине можно, увеличив значение произведения  $\mu_0 q_0$ .

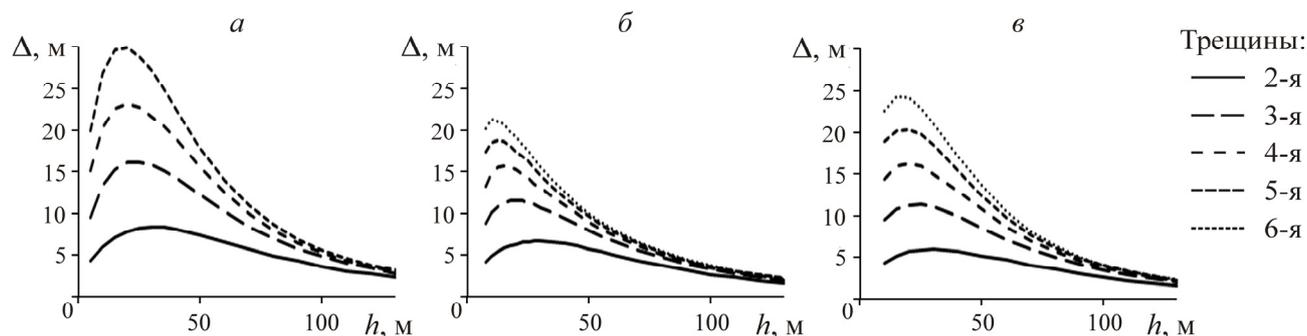


Рис. 5. Влияние расстояния  $h$  на кривизну трещин последовательного гидроразрыва:  $a$  — закачиваемая жидкость идеальная:  $p_k(s) = p(L_k)$ ,  $2U_0 = 4$  мм;  $b$  — закачиваемая жидкость вязкая:  $\mu_0 = 1.5 \cdot 10^{-2}$  Па·с,  $q_0 = 0.001$  м<sup>2</sup>/с;  $v$  — закачиваемая жидкость вязкая:  $2U_0(k) = 4$  мм

Приведенные результаты получены в предположении отсутствия утечек  $C = 0$ . Постоянная утечек не входит в выражение для  $\Delta p_k(s, t)$ , поэтому ее изменение не влияет на давление в трещине, ее раскрытие, объем и форму траектории, которые определяются длиной растущей трещины, но оказывает существенное влияние на время протекания процесса и расход (потери) вязкой жидкости. Для второй трещины и  $h = 30$  м при изменении  $C$  от 0 до  $10^{-4}$  м/с<sup>0.5</sup> время процесса и объем закаченной жидкости увеличиваются в 2.5 раза, а при  $C = 3 \cdot 10^{-4}$  м/с<sup>0.5</sup> — примерно в 10 раз, т. е. в последнем случае потери рабочей жидкости составляют 90 %.

## ВЫВОДЫ

Использование вязкого рабочего флюида при осуществлении поинтервального гидроразрыва пластов приводит к тому, что траектории трещин меньше отклоняются от горизонтального направления и существенно увеличиваются их раскрытия по сравнению с идеальным флюидом. Корректировка вязкости рабочей жидкости, обеспечивающая постоянство раскрытия последовательно создаваемых трещин, слабо влияет на форму их траекторий. Варьируя значения вязкости и расхода, можно приблизиться к оптимальным параметрам гидроразрыва — минимальному отклонению от прямолинейного распространения и необходимому для заполнения трещины пропантом раскрытию. Утечки влияют только на время протекания процесса.

На основе проведенного исследования можно предложить следующую организацию процесса последовательного гидроразрыва. Идеальной жидкостью проводится гидроразрыв первой трещины, затем давление в трещине сбрасывается, работают утечки, и берега трещины смыкаются. Наличие в массиве сомкнутой трещины не создает дополнительных полей напряжений. Через произвольный интервал проводится следующий гидроразрыв, по его окончании давление в трещине опять сбрасывается и т. д. В результате получается система прямолинейных параллельных сомкнутых трещин, ориентированных по направлению максимального сжимающего напряжения внешнего поля. На следующем этапе выполняется последовательное раскрытие этих трещин с необходимыми значениями вязкости жидкостей, которые обеспечивают заданные значения раскрытия.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Григорьев Г. А., Афанасьева Т. А. Перспективы промышленного освоения нетрадиционных ресурсов газа в России // Нефтегазовая геология. Теория и практика. — 2012. — Т. 7. — № 2. — Режим доступа: [http://www.ngtp.ru/rub/9/29\\_2012.pdf](http://www.ngtp.ru/rub/9/29_2012.pdf).
2. Салимов О. В., Насыбуллин А. В., Салимов В. Г. Влияние множественных трещин в дальней зоне на успешность операций гидроразрыва пластов // Нефтепромысловое дело. — 2010. — № 10. — С. 24–27.
3. Ушаков А. С., Самойлов А. С. Анализ результатов ГРП в горизонтальных скважинах месторождений ОАО “Сургутнефтегаз” // Проблемы геологии и освоения недр: тр. Междунар. симп. им. акад. М. А. Усова. — Томск, 2010. — С. 337–341.
4. Kresse O., Weng X., et al. Numerical modeling of hydraulic fractures interaction in complex naturally fractured formations, Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, Vol. 46, Issue 3. — P. 555–568.
5. Rahman M. M., Hossain M. M., et al. Analytical, numerical and experimental investigations of transverse fracture propagation from horizontal wells, J. of Petroleum Science & Engineering, 2002, Vol. 35. — P. 127–150.
6. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта // Изв. АН СССР. ОТН. — 1955. — № 5. — С. 3–41.
7. Алексеенко О. П., Вайсман А. М. Точное решение одной классической задачи гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2001. — № 5. — С. 53–63.
8. Линьков А. М. Численное моделирование течения жидкости и продвижения трещины гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2008. — № 1. — С. 26–46.
9. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. — М.: Мир, 1987. — 328 с.
10. Шер Е. Н., Колыхалов И. В. Особенности последовательного развития близко расположенных трещин гидроразрыва // ФТПРПИ. — 2011. — № 6. — С. 43–53.
11. Саврук М. П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. — Киев: Наук. думка, 1981. — 323 с.
12. Мартынюк П. А. Особенности развития трещин гидроразрыва в поле сжатия // ФТПРПИ. — 2008. — № 6. — С. 19–29.
13. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. — М.: Наука, 1974. — 640 с.
14. Шер Е. Н., Колыхалов И. В. Определение форм трещин при поинтервальном гидроразрыве продуктивного пласта // ФТПРПИ. — 2014. — № 6. — С. 70–78.

*Поступила в редакцию 26/V 2016*