постоянны. Таким образом, наличие необратимых процессов ведет не только к заметным количественным, но и к важным качественным эффектам.

Авторы признательны Ю. Д. Шмыглевскому за внимание к работе и полезные обсуждения, а также Г. И. Сучковой за оформление работы.

Поступила 11 IV 1963

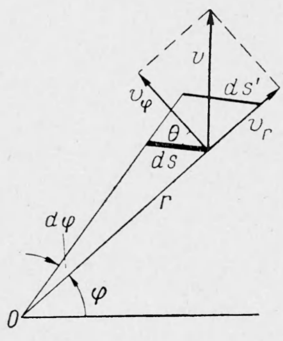
ЛИТЕРАТУРА

1. Williams F. A. Chemical reactions in supersonic flow. ARS Journal, 1959, vol. 29, No. 6, p. 442—443.
2. Кацкова О. Н., Крайко А. Н. Расчет осесимметричных изэнтропических течений реального газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1962, т. 2, № 1, стр. 125—132.
3. Heller L. Equilibrium statistical mechanics of dissociating diatomic gases. Phys. Fluids. 1959, vol. 2, No. 2, p. 147—152.
4. Rink J. P., Knight H. T., Duff R. E. Shock tube determination of dissociation rates of oxygen. J. Chem. Phys., 1961, vol. 34, No. 6, стр. 1942—1947. (Русск. пер. в сб.: «Вопросы ракетной техники», ИЛ, 1962, № 4, стр. 58—67).

К ТЕОРИИ ВЗРЫВА В НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ ПРИ ПОКАЗАТЕЛЕ АДИАБАТЫ, БЛИЗКОМ К ЕДИНИЦЕ

Б. Н. Румянцев (*Москва*)

Взрыв в неоднородной среде при γ, близком к единице и при предположении, что в газ мгновенно выделяется некоторая энергия, исследовался в работах [1,2]. В работе [1] рассматривалась задача о взрыве в неоднородной атмосфере, для вычислений использовалась счетная машина. В работе [2] аналитически исследовался автомодельный случай выделения энергии на границе двух сред при наличии цилиндрической симметрии. В другой группе работ (обзор имеется в [3]) изучалась родственная задача об ударе о поверхность сжимаемой среды, граничащей с пустотой. Ниже, в постановке, аналогичной [2], рассматривается случай точечного взрыва на границе двух сред и проводятся вычисления для двух крайних случаев.



Фиг. 1

1. Пусть в момент времени $t = 0$ в точке O (фиг. 1) в совершенный газ с неоднородной плотностью мгновенно выделяется энергия E. Будем считать, что отношение теплоемкостей γ близко к единиице, и, следовательно, масса газа сосредоточена вблизи фронта волны, а давление равномерно в полости, занятой возмущенным газом. Тогда для давления p справедлива следующая формула

$$p = (\gamma - 1) E / V \qquad (1.1)$$

где $V = V(t)$— объем возмущенного газа. Ограничимся рассмотрением осесимметричного случая и введем сферические координаты (фиг. 1). Рассмотрим движение элемента поверхности ds, заключенного внутри угла $d\varphi$. Элемент, занимавший в момент времени t положение ds, в момент $t + dt$ перейдет в положение ds'. Составляя для него условие сохранения массы и уравнение количеств движения, получим соотношения

$$\begin{aligned} ds'\rho' - ds\rho &= 2\pi\rho_1 r^2 \sin\varphi \frac{\partial r}{\partial t} d\varphi\, dt - 2\pi \frac{\partial \rho v_\varphi r \sin\varphi}{\partial\varphi} d\varphi\, dt \\ ds'\rho' v_r' - ds\rho v_r &= p\cos\theta\, ds\, dt - 2\pi \frac{\partial \rho v_\varphi v_r r \sin\varphi}{\partial\varphi} d\varphi\, dt \\ ds'\rho' v_\varphi' - ds\rho v_\varphi &= p\sin\theta\, ds\, dt - 2\pi \frac{\partial \rho v_\varphi^2 r \sin\varphi}{\partial\varphi} d\varphi\, dt \end{aligned} \qquad (1.2)$$

где $\rho_1(\varphi, r)$ — плотность невозмущенного газа, ρ — плотность возмущенного газа (сосредоточенного на фронте волны), приходящаяся на единицу угла φ, v_r и v_φ— составляющие скорости, соответственно параллельная и перпендикулярная радиусу-вектору r данной точки фронта, θ — угол между радиусом-вектором и нормалью к фронту.

Выразим ds' и ds через dr и $d\varphi$

$$ds' = ds\,\frac{(r+dr)^2}{r^2} = 2\pi r^2 \sin\varphi \sec\theta \left(1+\frac{2dr}{r}\right) d\varphi$$

Из рассмотрения фиг. 1 находим следующие соотношения:

$$\frac{\partial r}{\partial t} = v_r + v_\varphi \operatorname{tg}\theta, \qquad \frac{\partial r}{\partial \varphi} = -r\operatorname{tg}\theta, \qquad V = \frac{2\pi}{3}\int_0^\pi r^3 \sin\varphi\, d\varphi \tag{1.3}$$

Система уравнений (1.1), (1.2) и (1.3) описывает движение газа в общем случае. В дальнейшем будем считать, что $\rho_1 = \rho_1(\varphi)$, тогда течение становится автомодельным. Перейдем к безразмерным координатам по формулам

$$r = RR_*\left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{2/5}, \qquad v_r = U_r R_* \left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{-3/5}, \qquad v_\varphi = U_\varphi R_* \left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{-3/5},$$

$$\rho = \rho_0 Q Q_{1*}\left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{1/5} t^{1/5}, \qquad \rho_1 = \rho_0 Q_1 Q_{1*} \tag{1.4}$$

где R_* и Q_{1*} описывают в безразмерной форме решение задачи о сильном взрыве при равномерной плотности $\rho_1 = \rho_{1*0}$, для этого случая имеем

$$R_* = \left[\frac{75(\gamma-1)}{8\pi Q_{1*}}\right]^{1/5}, \qquad Q_* = \frac{Q_{1*}R_*}{3}, \qquad v_\varphi \equiv \theta \equiv 0, \qquad V_* = \frac{4}{3}\pi R_*^3 \left(\frac{E}{\rho_0}\right)^{3/5} t^{6/5}$$

Подставляя (1.4) в (1.1), (1.2) и (1.3), получаем систему уравнений в безразмерном виде

$$\frac{dQU_\varphi}{d\varphi} = \frac{2}{5}R^2Q_1 - \frac{6}{5}QR\sec\theta + QU_\varphi \operatorname{tg}\theta - QU_\varphi \operatorname{ctg}\varphi$$

$$\frac{dU_r}{d\varphi} = \frac{1}{5QU_\varphi}\left(\frac{2}{5}RG - 2Q_1R^2U_r + 3QRU_r\sec\theta\right), \qquad G = \frac{V_*}{V} \tag{1.5}$$

$$\frac{dU_\varphi}{d\varphi} = \frac{1}{5QU_\varphi}\left(\frac{2}{5}RG\operatorname{tg}\theta - 2Q_1R^2U_\varphi + 3QRU_\varphi\sec\theta\right)$$

$$\frac{dR}{d\varphi} = -R\operatorname{tg}\theta, \qquad R = \frac{5}{2}U_r\left(1+\frac{U_\varphi}{U_r}\operatorname{tg}\theta\right), \qquad G^{-1} = \frac{1}{2}\int_0^\pi R^3\sin\varphi\, d\varphi$$

2. Предположим теперь, что плотность невозмущенного газа мало отличается от постоянной: $Q_1 = 1 + \varepsilon\, Q_1^{(1)}(\varphi)$, где ε — постоянный малый параметр. Разложив переменные, входящие в уравнения, в ряды по степеням ε и подставляя эти ряды в (1.5), находим для членов при нулевой степени ε

$$G^{(0)} = 1, \qquad Q^{(0)} = \frac{1}{3}, \qquad R^{(0)} = 1, \qquad U_r^{(0)} = \frac{2}{5}, \qquad U_\varphi^{(0)} = 0$$

Для членов при первой степени ε получаем уравнение

$$\frac{d^2R^{(1)}}{d\varphi^2} + \frac{dR^{(1)}}{d\varphi}\operatorname{ctg}\varphi - 6R^{(1)} - 3Q_1^{(1)} - \frac{9}{2}\int_0^\pi R^{(1)}\sin\varphi\, d\varphi \tag{2.1}$$

Будем считать, что нам известно разложение

$$Q_1^{(1)}(\varphi) = q_0 + q_1P_1(\cos\varphi) + q_2P_2(\cos\varphi) + \ldots$$

где $P_i(\cos\varphi)$ — полиномы Лежандра. Представляя величину $R^{(1)}$ в виде разложения по полиномам Лежандра с неизвестными коэффициентами и подставляя в (2.1), находим

$$R^{(1)} = -\frac{q_0}{5} - \frac{3q_1}{1\cdot 2+6}P_1(\cos\varphi) - \ldots - \frac{3q_n}{n(n+1)+6}P_n(\cos\varphi) - \ldots$$

На фиг. 2 построена зависимость $R^{(1)}$ (φ) для случая взрыва на плоскости раздела двух сред с постоянными плотностями, когда

$$Q_1{}^{(1)} = 1 \quad \text{при} \quad 0 < \varphi < {}^1/_2\,\pi, \qquad Q_1{}^{(1)} = 0, \quad \text{при} \quad {}^1/_2\,\pi < \varphi < \pi$$

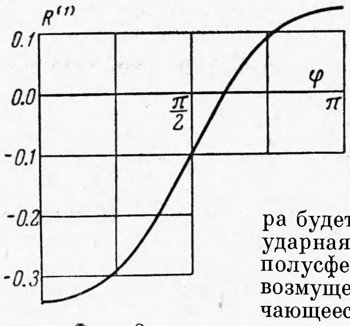
Рассмотрим другой крайний случай: пусть плотность в одной из сред очень велика по сравнению с другой. Тогда при вычислении течения плотной среды в первом приближении можно считать течение в менее плотной невозмущенным за счет конечной сжимаемости плотной. Введем малый параметр σ, где $1 / Q_1 = \sigma^2$, и разложим параметры течения в следующие ряды по степеням σ:

$$\frac{1}{\operatorname{tg}\theta} = \sigma\vartheta^{(1)} + \ldots, \qquad Q = Q^{(-1)} / \sigma + \ldots, \qquad U_r = \sigma^2\, U_r{}^{(2)} + \ldots, \qquad U_\varphi = \sigma U_\varphi{}^{(1)},$$

$$G = G^{(0)} + \sigma G^{(1)} + \ldots$$

Подставляя эти выражения в (1.5), находим после интегрирования

$$R^{(1)} = \sigma \frac{2^{1/5}}{\pi}\left[1 - \frac{2\varphi}{\pi}\left(1 - \sigma\frac{2^{1/5}}{\pi}\right)\right]^{-1}$$



Фиг. 2

При этом произвольную постоянную $R_0{}^{(1)}$ находим из условия, что $R^{(1)} = 2^{1/5}$ при $\varphi = \pi/2$.

Рассматривая течение в менее плотной среде, получаем уравнение, аналогичное (2.1), а так как в нем отсутствует член с $Q_1{}^{(1)}$, в соответствующем разложении по полиномам Лежандра будет отличен от нуля только член с $P_0(\cos\varphi)$. Значит, ударная волна в первом приближении будет иметь форму полусферы несколько меньшего радиуса по сравнению с невозмущенным случаем. Вычисления показывают, что получающееся при этом уменьшение объема возмущенного газа в три раза меньше увеличения этого объема за счет проникания ударной волны в плотную среду.

В результате рассмотрения двух крайних случаев можно исследовать вопрос о распределении энергии по средам. Если ввести обозначение $\alpha = E_n / E_p$, где E_n и E_p — энергии, перешедшие соответственно в плотную и разреженную среды, то в первом случае получаем $\alpha = 1 - 0.81\,\varepsilon$ и во втором $\alpha = 0.25\,\sigma$.

Следует отметить, что в отличие от [3] здесь получается, что при $\sigma = 0$, т. е. при взрыве на границе с пустотой, плотная среда оказывается неподвижной. Это получается вследствие того, что в данной постановке пренебрегается массой взрывчатого вещества, которая и производит удар по плотной среде.

Поступила 30 III 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Андрианкин Э. И., Коган А. М., Компанеец А. С., Крайнов В. П. Распространение сильного взрыва в неоднородной атмосфере. ПМТФ, 1962, № 6.
2. Румянцев Б. Н. Об одном предельном случае распространения сильных взрывных волн в неоднородной среде. ПМТФ, 1963, № 1.
3. Райзер Ю. П. Движение газа под действием сосредоточенного удара по его поверхности при взрыве на поверхности. ПМТФ, 1963, № 1.