

Ограничение «толщины» R полупространства по отношению к фронту x_f волны приведет к увеличению θ . Это утверждение следует из того, что при этом увеличивается средняя плотность тока $j \sim H/R$ и соответственно $Q \sim \int \kappa j^2 dt$. Рассмотрим предельный случай, который широко распространен при взрыве проволок, когда ток равномерно распределен по толщине. Тогда

$$j \sim \frac{\partial H}{\partial x} \sim \frac{H_0}{R} = \frac{at^\alpha}{R}, \quad \frac{\partial Q}{\partial t} = bQ^\beta \frac{a^2 t^{2\alpha}}{4\pi R^2};$$

интегрируя это уравнение, получим при $\beta = 1$ $Q = Q_0 \exp(\eta)$ и при $\beta \neq 1$

$$Q = [Q_0^{1-\beta} + \eta(1-\beta)]^{1/(1-\beta)}, \quad \text{где } \eta = \frac{ba^2}{4\pi} \frac{t^{2\alpha+1}}{2\alpha+1} \frac{1}{R^2};$$

в частности, при $\beta < 1$ зависимость $Q = Q(t)$ приблизительно степенная, при $\beta = 1$ — экспоненциальная, а при $\beta > 1$ — гиперболическая, причем при приближении к соответствующей асимптоте все проводники взрываются.

В заключение отметим, что изложенные результаты применимы и к следующим случаям. Во-первых, когда поле выводится из проводника. Можно рассмотреть модель, в которой начальное поле $H(x) = \text{const}$, поле отсчитывается от этого значения, а в качестве граничного условия используется $H = -at^\alpha$. Во-вторых, когда нагрев происходит при постоянном давлении, тогда можно полагать, что Q — энтальпия, x — движущаяся с веществом координата.

Автор признателен В. Ф. Демичеву за обсуждение изложенной проблемы.

Поступила 17 XI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. М.: Мир, 1972.
2. Шнеерсон Г. А. Поверхностный эффект в сверхсильном импульсном магнитном поле. — ЖТФ, 1967, т. 37, вып. 3.
3. Семченко В. В., Степанов А. В. О диффузии импульсных сверхсильных магнитных полей. — ПМТФ, 1969, № 1.
4. Биченков Е. И., Войтенко А. Е. Автомодельный электрический скин-взрыв проводника. — ПМТФ, 1969, № 3.
5. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
6. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967.

УДК 537.52 : 533.9.01

ПРОБИВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ИНЕРТНЫХ ГАЗОВ ПРИ ТЕМПЕРАТУРАХ 300—2000 К

И. В. Божко, Н. И. Глазков, С. Р. Троицкий, Н. И. Фальковский
(Киев)

Можно предполагать, что с ростом температуры электрическая прочность инертных газов начнет отклоняться от закона Пашена

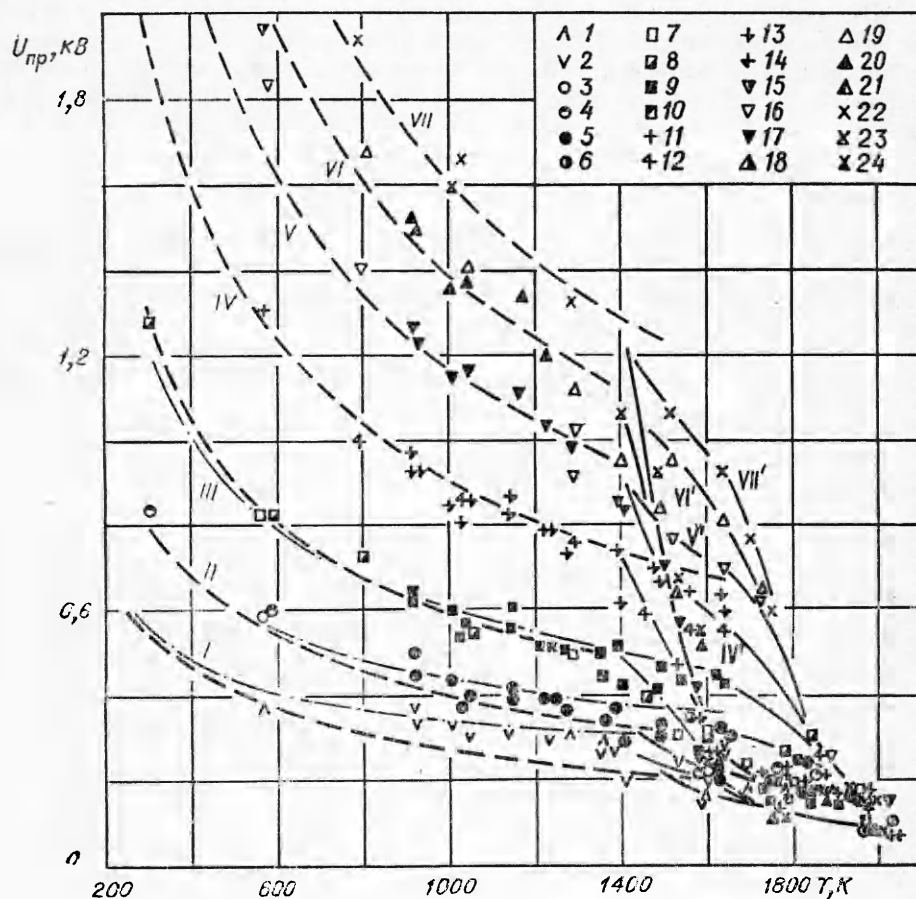
$$(1) \quad U_{пр} = f(ps/T)$$

при более низких температурах, чем, например, прочность электроотрицательных газов [1]. Это может обуславливаться, в частности, отсутствием в инертном газе захвата термоэлектронов, эмиттируемых катодом при высокой температуре, т. е. отсутствием фактора, тормозящего развитие пробоя. Подтверждением этому могут служить результаты исследова-

ния по протеканию токов в ненагретых инертных газах при давлении $p < 40$ кПа [2], где обнаружено явление раннего пробоя, объясненное авторами термической ионизацией газа у накаливаемой выше 2400 К нити катода.

В [3] получены пробивные напряжения для аргона и гелия в изотермических условиях $T = 1600-2500$ К, но в неоднородном поле, и поэтому результаты не позволяют сделать обобщающих выводов. Измерение электрической прочности аргона в ударной трубе [4] показало, что пробой газа в таких условиях определяется пограничным более холодным слоем, что затрудняет интерпретацию результатов. Прямые измерения импульсной электрической прочности при нагреве потока газа в плазматроне выполнены в [5]. Результаты показывают, что до 2100 К в Ar и He закон Пашена сохраняется при исследованиях на нетренированных электродах, а на тренированных получены данные, которые существенно завышены по сравнению с кривой Пашена. Поскольку работы [2-5] не позволяют сделать вывода о величине $T_{пр}$ для Ar и He, представляет интерес исследование в максимально идеализированных условиях.

Ниже приводятся результаты исследования электрической прочности аргона и гелия в неподвижном газе в однородных электрическом и тепловом полях в интервале температур 300-2000 К. Техника и принципы исследования аналогичны изложенным в [1]. Использовались электроды диаметром 20-30 мм, изготовленные из платины и ее сплавов с родием (PtRh-10, PtRh-30), а также из двуокиси циркония (при 900-2000 К в Ar) и окиси алюминия (при 1600-2000 К в Ar). При исследовании применялись аргон первого сорта (99,98%) и гелий высокой чистоты (99,99%).



Ф и г. 1

Давление газов в разрядной камере было атмосферным. Начиная с $T \sim 1000$ К двухкоординатным самописцем записывались вольт-амперные характеристики (ВАХ) разряда.

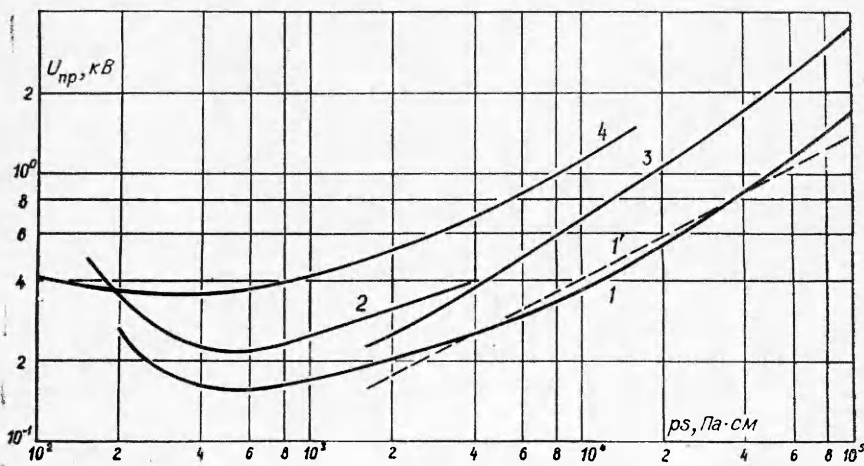
Изменение напряжения пробоя $U_{пр}$ в аргоне с ростом температуры для разных длин промежутка s показано на фиг. 1 (кривые I—VII соответствуют $s = 0,25; 0,5; 1; 2; 3; 4$ и 5 мм для Pt — точки 1, 3, 7, 11, 15, 18; для PtRh — 10 и 30 — точки 4, 8, 12, 16, 19, 22; для ZrO_2 — точки 2, 5, 9, 13, 17, 20, 23; для Al_2O_3 — точки 6, 10, 14, 21, 24). Каждая точка получена в результате усреднения значений для пяти и более пробоев. Разброс пробивных напряжений в каждой такой серии не превышает 3—5%.

Зависимость вида (1) по экспериментальным результатам данной работы до 1400 К (в диапазоне $ps = 1,2 \cdot 10^3 - 10^5$ Па·см, где $p = p_0 T_0 / T$) совместно с кривой, приведенной в [6], можно аппроксимировать с точностью $\pm 7\%$ выражением

$$(2) \quad U_{пр} = 3,36\delta s + 2,93\sqrt{\delta s}.$$

Здесь s в см, δ — плотность газа, отнесенная к его плотности при нормальных условиях: $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$ Па, $T_0 = 293$ К. Зависимости $U_{пр} = f(T)$, рассчитанные по (2), на фиг. 1 показаны штриховыми линиями. Отметим, что в указанном диапазоне ps выражение (2) с большей точностью отвечает данным [6] и фиг. 1, чем выражение, которое для аргона приведено в [7]. Отклонение экспериментальных точек по отношению к кривым, полученным по (2) при $T < 1400$ К и $ps > 1,2 \cdot 10^3$ Па·см, не превышает -8 — $+15\%$.

Штрихпунктирными линиями показаны зависимости $U_{пр}(T)$, построенные на основании экспериментальной кривой Пашена для нормальных температур [6]. Разброс пробивных напряжений при $T < 1400$ К по отношению к этим кривым находится в пределах от -10 до $+8\%$. Как видно из фиг. 1, нагрев аргона до $T \sim 1400$ К не приводит к существенным отклонениям от закона Пашена. Дальнейшее повышение температуры приводит к резкому снижению $U_{пр}$ таким образом, что при $T = 2000$ К для всех исследуемых зазоров $U_{пр} \approx 80; 90; 155$ В при катодах из ZrO_2, Al_2O_3, Pt и ее сплавов соответственно. Для температурного интервала $T = 1400 - 2000$ К изменение $U_{пр}$ с ростом температуры на фиг. 1 показано сплошными линиями. Материал электрода не влияет на предельную температуру $T_{пр}$ сохранения закона Пашена. Однако при $T > T_{пр}$ на ход зависимости $U_{пр} = f(T)$ влияют эмиссионные свойства катода. При этом, чем выше работа выхода катода, тем выше напряжения



Ф и г. 2

пробоя промежутка. Цифрами со штрихами отмечены кривые, полученные с помощью платиновых электродов. Эксперимент с анодом и катодом из разных материалов показал, что материал анода не влияет на характеристики разряда.

Исследования электрической прочности гелия показали, что даже при нормальных температурах пробивные напряжения значительно ниже, чем приведенные в литературе. При этом величина различия возрастает с увеличением параметра ps . Это видно на фиг. 2, где кривая 1, полученная в данной работе при нормальной температуре, сравнивается с зависимостями 2 и 4, взятыми из [6] и [5] соответственно. Кривая 3 получена расчетным путем по выражению [7]

$$(3) \quad U_{\text{пр}} = 2,01\delta s + 1,53\sqrt{\delta s}.$$

То, что экспериментальная зависимость 1 оказалась лежащей заметно ниже кривых 2 и 3, связано с отсутствием загрязнений гелия высокой чистоты электроотрицательными добавками, присутствие которых связывает свободные электроны в малоподвижные отрицательные ионы, тормозя тем самым развитие пробоя. Для проверки этого были проведены опыты, в которых в изучаемый гелий вводились в небольших количествах ($\sim 0,5\%$) кислород или пары воды. В обоих случаях напряжения пробоя увеличивались на 15—20% и экспериментальные точки ложились вблизи кривой 2 (фиг. 2).

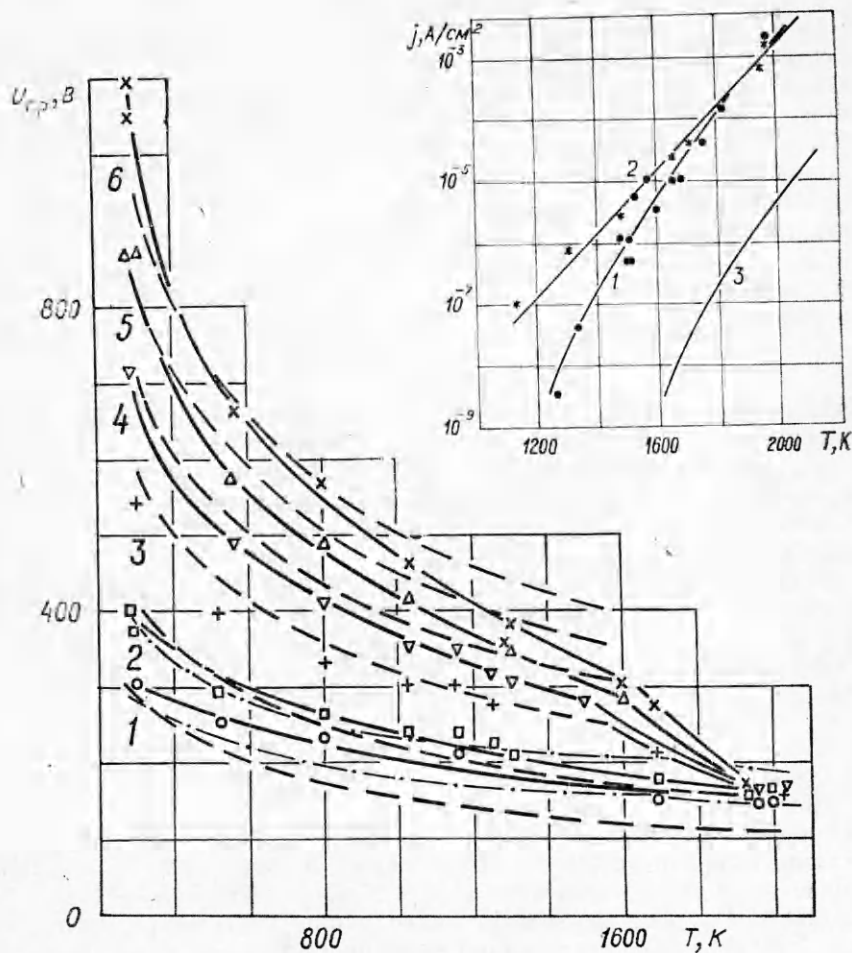
Аналитически кривую 1 (фиг. 2) в диапазоне $3 \cdot 10^3 \leq ps \leq 6 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{см}$ с точностью $\pm 8\%$ можно описать выражением

$$(4) \quad U_{\text{пр}} = 0,14\delta s + 1,26\sqrt{\delta s}.$$

Зависимость (4) на фиг. 2 показана линией 1'.

При нагревании гелия его электрическая прочность (фиг. 3, сплошные линии) плавно спадает. Превышение температуры $T_{\text{пр}} \sim 1600 \text{ К}$ приводит к резкому снижению $U_{\text{пр}}$ для промежутков $s > 1 \text{ мм}$. При $T \sim 2000 \text{ К}$ $U_{\text{пр}}$ уже не зависит от величины межэлектродного зазора и для всех исследованных промежутков составляет примерно 155 В. На фиг. 3 кривые 1—6 соответствуют $s = 0,5; 1; 2; 3; 4$ и 5 мм (электроды из Pt). Ход кривых, рассчитанных по (4), на фиг. 3 показан штриховыми линиями. Для $s = 0,5 \text{ мм}$ при $T = 500 \text{ К}$ экспериментальные данные лежат на 20—30% выше расчетных, так как выше этой температуры параметр ps находится за пределами применимости выражения (4). Однако, как и для Ag (см. фиг. 1), для He высокотемпературные результаты для малых промежутков хорошо согласуются с результатами, полученными при нормальных температурах (штрихпунктирные линии на фиг. 3). При $T < T_{\text{пр}}$ разброс величин $U_{\text{пр}}$ (фиг. 3) по отношению к пашеновской кривой 1 (фиг. 2) составляет $\pm 12\%$, а по отношению к (4) — от -6 до $+11\%$ (в диапазоне $ps = 3 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^4 \text{ Па} \cdot \text{см}$).

Характерной особенностью пробоя газов при высоких температурах является то, что при атмосферном давлении в межэлектродном промежутке может устойчиво гореть нормальный тлеющий разряд. Это в некоторой степени является неожиданным, поскольку в обычных условиях тлеющий разряд в газах может существовать при давлениях, не превышающих нескольких килопаскалей [6]. При более высоких давлениях тлеющий разряд очень неустойчив и переходит в дугу. Однако если производить достаточно сильную предыонизацию газа, то между электродами может возникнуть объемный разряд при давлениях порядка атмосферного [8]. Этот разряд имеет катодные и анодные части, типичные для тлеющего разряда, и несамостоятельную проводимость в средней зоне промежутка [9]. Как показывают расчеты [10] и эксперименты [8], для однородного по объему горения разряда минимально необходимая начальная плотность электронов $n_{\text{е0}}$, создаваемая в межэлектродном промежутке тем или иным способом, должна составлять $10^4 - 10^6 \text{ см}^{-3}$.

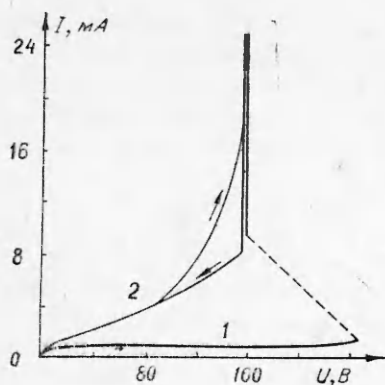


Фиг. 3

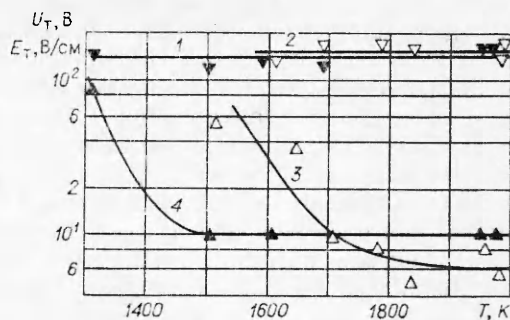
При высоких температурах эквивалентом предыонизации, обеспечивающей начальную плотность электронов в промежутке, могут быть термоионизационные процессы в объеме и на электродах и термоэмиссия из электродов. Величину n_{e0} можно оценить по начальным токам вольт-амперных характеристик. Начальный участок вольт-амперной характеристики разряда при напряжениях, не превышающих нескольких вольт, является линейным. Поскольку при столь малых напряжениях ионизационное усиление практически отсутствует, начальный ток определяется указанными явлениями. Если учесть, что начальный ток через промежуток j_e является преимущественно электронным током переноса $j_e = en_{e0}\mu_e E$, где e — заряд электрона; n_{e0} , μ_e — концентрация и подвижность электронов, то начальная плотность электронов составит

$$(5) \quad n_{e0} = j_e / (e\mu_e E).$$

Экспериментальные зависимости плотностей начальных токов от температуры, снятые в аргоне и гелии при $U \sim 2$ В, и эмиссионного тока при платиновых катодах показаны на фиг. 4 (кривые 1—3 соответственно). Значения подвижностей электронов μ_e в аргоне и гелии при поле $E \sim 80$ В/см, соответствующем экспериментальным условиям фиг. 4, составляют $3,7 \cdot 10^3$ и $6,2 \cdot 10^3$ см²/(В·с) [6]. Для выполнения условия $n_{e0} > 10^4 - 10^8$ см⁻³, согласно (5), необходимо, чтобы плотность начального тока составляла $j_e > 10^{-9} - 10^{-7}$ А/см². Из фиг. 4 видно, что плотность тока достигает величины $j_e > 10^{-7}$ А/см² при $T \sim 1200$ К для He и при $T > 1400$ К для Ag, т. е. при этих температурах в межэлектродном промежутке может существовать диффузный разряд типа тлеющего. В опис-



Фиг. 5



Фиг. 6

ваемых условиях тлеющий разряд, существующий неопределенно долгое время, наблюдался в He при $T \geq 1300$ К, в Ag при $T \geq 1500$ К. При более низких температурах разряд обладал сильной неустойчивостью, а при малых токоограничивающих сопротивлениях в цепи разряда переходил в электрическую дугу. Отметим, что в исследованиях [11] при импульсных напряжениях кратковременный (несколько микросекунд) тлеющий разряд в гелии при атмосферном давлении наблюдался начиная с $T \sim 900$ К.

Вольт-амперные характеристики перехода к тлеющему разряду в аргоне представлены на фиг. 5 ($s = 5$ мм, катод — Pt). С ростом температуры скачкообразный переход в тлеющий разряд ($T = 1850$ К, кривая 1) сменяется плавным переходом ($T = 1950$ К, кривая 2). Во всем температурном диапазоне существования тлеющего разряда при увеличении и уменьшении разрядного тока наблюдаются гистерезисные явления (кривая 2). При токах в сотни миллиампер происходит контрагирование и возникает электрическая дуга. Напряжение, которое устанавливается на разрядном промежутке после пробоя, является напряжением горения тлеющего разряда U_T . Величина его слабо зависит от величины разрядного промежутка. Это указывает на то, что основное падение потенциала происходит в прикатодном слое и для малых s можно считать, что $U_T \approx U_K$. Среднее значение U_T при $s = 1$ мм и электродах из Pt в He в диапазоне 1300—2000 К составляет примерно 150 В (кривая 1, фиг. 6), а в Ag при 1600—2000 К — 155 В (кривая 2). Для сравнения отметим, что катодное падение потенциала U_K в нормальном тлеющем разряде с холодным платиновым катодом для He и Ag соответственно равняется 131 и 165 В [12].

По изменению напряжения горения ΔU_T с изменением длины разрядного промежутка Δs при неизменном разрядном токе j_p можно определить величину продольного градиента потенциала E_T в положительном столбе тлеющего разряда: $E_T = \Delta U_T / \Delta s$. Вычисленная таким способом напряженность электрического поля $E_T(T)$ в Ag и He при $j_p = 10$ mA/cm² представлена на фиг. 6 соответственно кривыми 3 и 4.

При $T \sim 2000$ К для аргона $E_T \sim 6$ В/см, а для гелия $E_T \sim 10$ В/см, что близко к значениям E_T для соответствующих газов в тлеющем разряде низкого давления с холодным катодом: при $p = 0,65$ кПа $E_T = 1,5$ и 6 В/см [12]. Понижение температуры газа приводит к тому, что в Ag при $T \sim 1700$ К, а в He при $T \sim 1500$ К происходит крутой подъем зависимости $E_T = f(T)$, указывающий на то, что наблюдается переход в промежуточную температурную область, за которой следует область исчезновения устойчивого тлеющего разряда.

Как упоминалось, причиной начальной концентрации электронов на уровне 10^4 — 10^6 см⁻³ может быть ионизация в объеме и термоэмиссия из катода.

В соответствии с уравнением Саха термоионизация основных газов Ag и Ne при $T < 2000$ К пренебрежимо мала. Однако пары стенок камеры, содержащие атомы металлов, в том числе незначительное количество атомов щелочных металлов, имеют энергию ионизации значительно ниже, чем исследуемые газы, и расчетная ионизация в межэлектродном промежутке становится существенной [13].

Предельные токи термоэмиссии из платинового катода в вакууме, рассчитанные по формуле Ричардсона — Дэшмана $j_r = AT^2 \exp(-e\varphi/kT)$, также значительно меньше экспериментально наблюдаемых (см. фиг. 4). Однако, как известно [14], в газовой среде существенно изменяется работа выхода даже платины, уменьшаясь под воздействием адсорбции газов (например, при адсорбции кислорода на 0,5—0,7 эВ) и особенно при адсорбции паров щелочных металлов. Если предположить, что начальные токи (см. фиг. 4) обусловлены только эмиссией, из ВАХ с помощью метода ричардсоновских прямых $k \ln j_r/AT^2 = e\varphi/T$ [15] можно найти, что работа выхода для платинового катода в описываемых условиях составила бы $e\varphi \sim 4,3$ эВ против 5,6 эВ в вакууме [14]. Разумеется, начальный ток в промежутке определяется суммарным эффектом от повышенной термоэмиссии и термоионизации в объеме. Оценить влияние каждого фактора в отдельности пока не представляется возможным.

Таким образом, проведенные исследования электрического разряда в инертных газах позволяют сделать вывод, что при нагреве до $T \sim 1400$ К аргона и до $T \sim 1600$ К гелия изменение их электрической прочности будет описываться обобщенным законом Пашена. Превышение этих температур приводит к резкому снижению пробивных напряжений. При высоких температурах пробой соответствует поджигу в разрядном промежутке устойчиво горящего тлеющего разряда.

Установлено, что гелий высокой чистоты имеет электрическую прочность ниже, чем та, которая известна, и что даже незначительные загрязнения могут существенно увеличивать его пробивные напряжения. Результаты показывают также, что инертные газы (Ag, Ne), против ожидания, имеют предельную температуру сохранения закона Пашена не ниже, а выше, чем некоторые электроотрицательные газы. Это указывает на то, что процессы прилипания и отлипания электронов в газах при высоких температурах в развитии пробоя играют иную роль, чем при развитии пробоя в ненагретых газах [16].

Поступила 4 XII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Божко И. В., Фальковский Н. И. Влияние температуры на электрическую прочность воздуха.— В кн.: Электрофизические исследования по МГД-методу преобразования энергии.— Киев: Наукова думка, 1977.
2. Forman R. Electrical conduction and breakdown in high-pressure (0,25—300 mm Hg) rare gases.— J. Appl. Phys., 1964, vol. 32, N 9.
3. George D. W., Messerle H. K. Electrical breakdown in high-temperature gases.— Nature, 1963, vol. 197, N 4867.
4. Чекалин Э. К., Туснов Ю. И. Электрический пробой сверхзвукового потока в ударной трубе.— ЖТФ, 1970, т. 40, № 11.
5. Бедретдинов З. М., Гайсин Ф. М., Даутов Г. Ю. Обобщенные формулы и графики для напряжений пробоя газов при высоких температурах.— Физ. и хим. обработки материалов, 1978, № 1.
6. Мик Дж., Крэгс Дж. Электрический пробой в газах. М.: ИЛ, 1960.
7. Дмоховская Л. Ф., Ларионов В. П. и др. Техника высоких напряжений/Под общ. ред. Д. В. Разевига. М.: Энергия, 1976.
8. Белецкий А. Ф., Гуревич Д. Б. и др. Получение объемного разряда в условиях радиоизотопной предионизации газа.— Письма в ЖТФ, 1980, т. 6, № 2.
9. Гуревич Д. Б., Канатенко М. А., Подмошенский И. В. Формирование пробоя в фотоионизационной азотной плазме.— ЖТФ, 1980, т. 50, вып. 4.
10. Palmer A. J. A physical model on the initiation of atmospheric-pressure glow discharges.— Appl. Phys. Lett., 1974, vol. 25, N 3.
11. Гайсин Ф. М., Даутов Г. Ю. Особенности импульсного пробоя газов при высоких температурах.— Физ. и хим. обработки материалов, 1977, № 6.

12. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
13. Божко И. В. Об изменении удельного сопротивления воздуха при температуре до 1900 К.— В сб.: Электрофизические исследования по МГД-методу преобразования энергии. Киев: Наукова думка, 1977.
14. Ушаков Б. А., Никитин В. Д., Емельянов И. Я. Основы термоэмиссионного преобразования энергии. М.: Атомиздат, 1974.
15. Добрецов Л. Н. Электронная и ионная эмиссия. М.—Л.: ГИТТЛ, 1950.
16. Божко И. В., Дудко Д. Я., Фальковский Н. И. Исследование электрической прочности нагретого кислорода.— Техн. электродинамика, 1980, № 5.

УДК 533.583.2 : 533.6

КИНЕТИКА СТОЛКНОВЕНИЯ МЕДЛЕННЫХ АТОМОВ С НАГРЕТОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. С. Долгов
(Харьков)

Интерес к особенностям процесса взаимодействия атомных частиц малых (порядка электронвольт) энергий определяется необходимостью прогнозирования изменения свойств поверхностей, подверженных бомбардировке относительно медленными атомами и ионами. Запросы практики и эксперимента ставят перед теорией задачи определения вероятностей осаждения либо отражения атома в акте его соударения с поверхностью и коэффициентов распыления атомов поверхности. Имеются обширные исследования отклика кристаллической поверхности на первичный толчок, передаваемый налетающим атомом [1—4]. Особый интерес представляет вопрос о бомбардировке нагретой поверхности. Имеются работы, где с различных точек зрения трактуются те или иные особенности взаимодействия атомных частиц с термически возбужденными поверхностями (например, [5—8]). Ниже приводятся некоторые приближенные построения применительно к данной проблеме, которые основаны на сопоставлении вкладов отклика решетки на первичный толчок и теплового движения ее атомов и не связаны с какой-то одной формой кристаллической структуры. Конкретные особенности бомбардируемого образца фигурируют в качестве параметров или соотношений, которые вычисляются независимо.

Физическая сущность акта соударения медленного атома с нагретой поверхностью состоит в наложении условно детерминированного процесса, стимулированного толчком налетевшего атома, и определяемых статистическими закономерностями колебаний атомов. Применительно к высоким температурам можно ввести некоторые общие соотношения, представляющие закономерности движения атомов, которые по мере роста температур асимптотически приближаются к точным.

Как правило, слой кристалла, непосредственно примыкающий к поверхности, является наиболее дефектным. В силу этого в приповерхностном слое возникает большое число сугубо локальных колебательных состояний, каждое из которых принадлежит в основном самому дефектному атому. Квадрат амплитуды колебаний такого атома в направлении α определяется выражением $\gamma_\alpha \hbar \omega_\alpha n_\alpha$, где пропорциональность квантовому числу n_α следует из принципа соответствия в области высоких температур, а значение γ_α для каждого из таких атомов зависит от конкретных условий, в которых он находится; ω_α — частота локального колебания. Функция распределения смещений и скоростей такого атома приближенно представляется выражением

$$(1) \quad f(\dots x_\alpha, v_\alpha \dots) = \prod_\alpha \frac{1 - e^{-\frac{\hbar \omega_\alpha}{T}}}{\pi} \sum_{n_\alpha} \frac{\exp\left(-\frac{\hbar \omega_\alpha n_\alpha}{T}\right)}{\sqrt{\gamma_\alpha \hbar \omega_\alpha n_\alpha - x_\alpha^2}} \times \\ \times \delta\left\{v_\alpha - \omega_\alpha \sqrt{\gamma_\alpha \omega_\alpha \hbar n_\alpha - x_\alpha^2}\right\}, \quad n_\alpha > \frac{x_\alpha^2}{\gamma_\alpha \hbar \omega_\alpha}.$$