

ДК 533.697; 532.526

## Спектральные характеристики неустойчивого течения в слое смешения начального участка сверхзвуковой недорасширенной струи\*

В.И. Запрягаев, А.В. Солотчин

*Институт теоретической и прикладной механики  
им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск*

E-mail: zapr@itam.ru

Представлены результаты экспериментального исследования спектральных характеристик неустойчивого течения в слое смешения сверхзвуковых осесимметричных недорасширенных струй с числом Маха  $M_a = 1$ . Потеря устойчивости течения связана с образованием в слое смешения струй возмущений в форме продольных вихревых структур типа вихрей Тейлора–Гертлера. Вследствие этого в слое смешения устанавливается азимутальная стационарная неравномерность распределения полного давления. В результате Фурье-преобразования азимутальных разверток неравномерности распределения давления получены амплитудно-волновые спектры. Анализ спектральных характеристик позволил определить продольный коэффициент нарастания амплитуды возмущений (инкремент) и зависимость инкремента от волновых чисел и степени нерасчетности истечения струй. Определен диапазон волновых чисел, при которых нарастает амплитуда продольных вихревых структур.

**Ключевые слова:** сверхзвуковая недорасширенная струя, слой смешения, гертлеровские возмущения, спектр, волновое число, инкремент нарастания.

### ВВЕДЕНИЕ

В сверхзвуковой струе, истекающей из осесимметричного сопла при давлении на срезе ( $P_a$ ), превышающем давление окружающего пространства, формируется сложное течение, содержащее систему скачков уплотнения, волн разрежения и существенную неравномерность распределения газодинамических параметров как в осевом, так и в радиальном направлениях. По характеру изменения газодинамических параметров сверхзвуковая струя условно делится на три участка: начальный (газодинамический), переходный и основной [1]. Результаты экспериментальных исследований, приводимые в настоящей работе, касаются начального участка, так называемой первой „бочки“. Основная масса газа проходит через сжатый слой, в который входит сверхзвуковая часть слоя смешения. Вторая часть слоя представляет собой дозвуковое течение на границе струи, где существенное влияние оказывает вязкость газа. Слой смешения сверхзвуковой недорасширенной струи,

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 05-08-01215).

истекающей в затопленное пространство, имеет особенность, заключающуюся в том, что линии тока в нем не прямолинейны, как в дозвуковой струе, а имеют кривизну, периодически направленную в сторону от оси или к оси струи. Частицы газа в слое смешения движутся на начальном участке по криволинейным траекториям, аналогичным тем, что имеют место в пограничном слое на вогнутой поверхности, вследствие чего на поток действует центробежная сила, пропорциональная  $u^2/R_0$ , где  $u$  — скорость течения в слое смешения,  $R_0$  — радиус кривизны. При исследовании характеристик течения в слое смешения было установлено наличие существенной азимутальной неравномерности распределения полного давления. Экспериментально установлено, что неоднородность распределения газодинамических величин в слое смешения вызвана потерей гидродинамической устойчивости, приводящей к развитию в потоке возмущений в виде продольных вихревых структур, так называемых вихрей Тейлора–Гертлера [2–6]. Установлена связь между кривизной линий тока и потерей гидродинамической устойчивости течения в слое смешения струи [5, 7]. Центробежная сила, действующая на поток, является необходимым условием формирования неустойчивости подобного типа.

Цель настоящей работы — исследование спектральных характеристик гертлеровских возмущений и условий их развития в слое смешения начального участка сверхзвуковых недорасширенных струй; определение зависимости продольного коэффициента нарастания амплитуды возмущений (инкремента) от волновых чисел для различных газодинамических режимов истечения струи.

#### УСТАНОВКА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

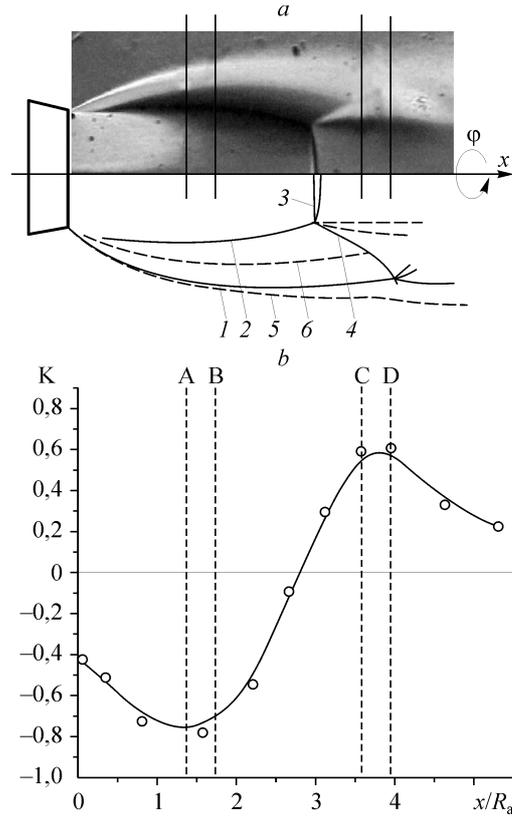
Практическое решение задачи, поставленной в настоящей работе, проводилось на установке, подробно описанной в [8]. Здесь в сокращенном варианте приводятся основные ее параметры и методика экспериментальных исследований.

Эксперименты проводились в модифицированной аэродинамической трубе с использованием специально изготовленного струйного модуля. Форкамера струйного модуля выполнена в форме цилиндра диаметром 113 мм. Число Маха на выходе из сопла  $M_a = 1$ , степень нерасчетности струй принимала следующие значения:  $n = 2,64, 3,7$  и  $4,75$ . Диаметр выходного сечения осесимметричного конвергентного сопла ( $D_a$ ), используемого в эксперименте, равнялся 30 мм. Чтобы исключить генерацию начальных возмущений в поле течения струи за счет микронеровностей, внутренняя поверхность сопла имела высокую чистоту обработки. Истечение струи происходило в камеру Эйфеля объемом  $(1,3 \times 0,55 \times 0,93) \text{ м}^3$  и далее через выхлопной тракт воздух поступал в камеру шумоглушения.

В систему экспериментального оборудования установки входил координатник, который обеспечивал перемещение пневмоприемника полного давления (трубки Пито) в переменных цилиндрической системы координат, т. е. по радиусу  $r$  от оси до границы струи, по окружности при изменении полярного угла  $\varphi$  от нуля до 360 градусов и вдоль продольной координаты  $x$ , совпадающей с осью струи. Внешний диаметр трубки Пито  $d_t = 0,6$  мм. Точность перемещения приемника по радиусу составляет 0,01 мм, по продольной координате — 0,1 мм, по полярному углу — 0,2 градуса. Измерялись следующие величины: давление в потоке струи ( $P_t$ ), измеряемое трубкой Пито, давление в форкамере ( $P_0$ ) и в рабочей камере установки ( $P_h$ ). В качестве рабочего газа использовался воздух с температурой торможения  $T_0 \approx 283^\circ\text{К}$ . Число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам потока в выходном сечении сопла,  $Re_d = 2,2 \cdot 10^6$ . Регистрация давления проводилась тензометрическими датчиками КРУ43-А фирмы “SIMENS”. Установка была оснащена современной системой автоматизации, позволяющей управлять ею с помощью персонального

Рис. 1. Схема течения на начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи со степенью нерасчетности  $n = 2,64$ .

$a$  — шлирен-снимок струи, ее газодинамическая и ударно-волновая структура, где 1 — сверхзвуковая граница струи, 2–4 — висячий, центральный и отраженный скачки уплотнения соответственно, 5 и 6 — внешняя и внутренняя границы слоя смешения;  $b$  — график продольного изменения кривизны условной линии тока в середине слоя смешения.



компьютера, оперативно проводить сбор и обработку экспериментальных данных. Суммарная погрешность измерений не превышала одного процента.

Учитывая, что течения на начальном участке сверхзвуковых недорасширенных струй подобны [1], измерения распределения азимутальной неравномерности полного давления проводились в сходственных поперечных сечениях, в которых выполнялось равенство отношения продольного расстояния от сопла до соответствующего сечения к комплексу, содержащему квадратный корень из произведения степени нерасчетности на показатель адиабаты используемого газа. В недорасширенных затопленных струях отношение  $X/(R_a M_a [\gamma n]^{0.5}) = \text{const}$ , где  $X$  представляет длину начального участка. Для остальных промежуточных величин продольной координаты в пределах начального участка исследуемых струй выполнялись условия  $x/(R_a M_a [\gamma n]^{0.5}) = \text{idem}$  или при  $M_a = 1$   $x/(R_a [\gamma n]^{0.5}) = \text{idem}$ . Для каждого режима истечения струи выбирались четыре поперечных сечения, из которых два первых (сечения  $A$  и  $B$ ) соответствовали максимальной отрицательной кривизне и располагались в первой половине начального участка, два вторых (сечения  $C$  и  $D$ ) — максимальной положительной кривизне в конце начального участка (рис. 1). На рис. 1,  $a$  приведен снимок недорасширенной струи с  $n = 2,64$ , ее газодинамическая и ударно-волновая структура, а на рис. 1,  $b$  — график изменения кривизны условной линии тока в середине слоя смешения струи. Кривизна по длине начального участка меняет свой знак с отрицательного на положительный и рассчитывалась по формуле:

$$K = (d^2y/dx^2)/[1+(dy/dx)^2]^{3/2}, \quad (1)$$

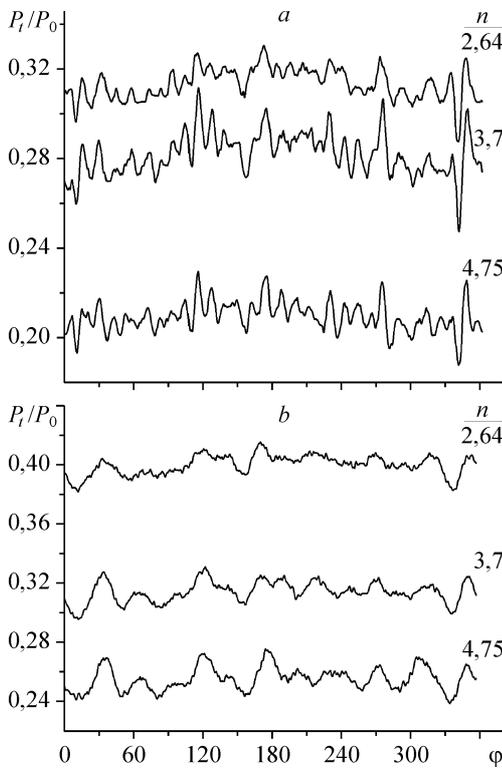
Таблица 1

$n$	2,64				3,7				4,75			
$x(\text{мм})$	20	25	54	59	23	29	64	70	26	33	73	79
$x/R_a$	1,33	1,67	3,60	3,93	1,53	1,93	4,27	4,67	1,73	2,20	4,87	5,27
$x/R_a(\gamma n)^{0.5}$	0,67	0,86	1,88	2,05	0,67	0,85	1,87	2,05	0,67	0,85	1,88	2,04

где  $y = r_{sr}/R_a$ ,  $r_{sr}$  — радиальное расстояние до условной линии тока в середине слоя смешения [12]. В табл. 1 для каждой степени нерасчетности приведены абсолютное и относительное значения расстояния от сопла до выбранных поперечных сечений в струях, а в третьей строке таблицы — для соответствующих сечений значения параметра подобия.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Движение частиц газа в слое смешения по криволинейным траекториям может привести к потере устойчивости течения, характеризующейся возникновением возмущений в форме продольных вихревых структур. Пары продольных вихрей формируют в слое смешения течение, направленное по нормали к оси или против оси струи. При изменении полярного угла  $\varphi$  фиксируется квазипериодическое чередование не равных по величине максимальных и минимальных значений измеряемого давления  $P_t(\varphi)$  [3, 5, 9]. На рис. 2 для каждой степени нерасчетности приведены типичные графики азимутального распределения полного давления (развертки) в поперечных сечениях, соответствующих параметру  $x_A/R_a(\gamma n)^{0,5} = 0,67$  (см. рис. 2, *a*) и  $x_D/R_a(\gamma n)^{0,5} = 2,05$  (см. рис. 2, *b*). В эксперименте получены более ста подобных разверток (8–12 разверток в слое смешения каждого поперечного сечения струи). По характеру изменения зависимостей  $P_t/P_0(\varphi)$ , где  $P_0$  — полное давление в форкамере, можно предполагать наличие разномасштабных по длинам волн составляющих возмущений неустойчивого течения. Вблизи выходного сечения сопла ( $x_A/R_a[\gamma n]^{0,5} = 0,67$ ) азимутальные развертки представляют суперпозицию высокочастотных и низкочастотных составляющих возмущений, в то время как в конце начального участка ( $x_D/R_a[\gamma n]^{0,5} = 2,05$ ) преобладают низкочастотные составляющие.



На рис. 3 приведены графики распределения среднеквадратического отклонения неравномерности распределения полного давления на азимутальных развертках в зависимости от относительной радиальной координаты. Неравномерность отклонения исчислялась относительно среднего давления  $P_{ts}$ , определяемого по поперечным профилям  $P_t(r)$  слоя смешения [3]. Графики строились вычислением отклонения неравномерности для каждой азимутальной развертки. На оси абсцисс отложено отношение разности координат струи  $(r-r_6)$  к толщине слоя

Рис. 2. Азимутальные развертки неравномерности распределения полного давления в поперечных сечениях слоя смешения недорасширенных струй со степенями нерасчетности  $n = 2,64, 3,7$  и  $4,75$ . Параметр подобия  $x/(R_a[\gamma n]^{0,5})$  поперечных сечений равен:  $0,67$  (*a*),  $2,05$  (*b*).

смещения  $\delta$ , где  $r$  — текущая радиальная координата,  $r_6$  — радиальное расстояние от оси струи до внутренней границы слоя смещения. Максимум среднеквадратических отклонений в каждом поперечном сечении располагался вблизи середины слоя смещения. Максимальные относительные среднеквадратические отклонения полученных зависимостей соответствовали диапазону изменения  $dP/P_{ts} \approx (0,87 \div 1,87) \cdot 10^{-2}$ , где  $dP = |P_{tz} - P_{ts}|$ , а  $P_{ts}$  соответствует максимальному или минимальному отклонению давления от среднего значения на развертках. Номерами обозначены кривые, полученные в поперечных сечениях в порядке возрастания расстояния от сопла. Первым номером обозначен график, полученный в сечении А ( $x/R_a(\gamma n)^{0,5} = 0,67$ ), четвертым — в сечении D ( $x/R_a(\gamma n)^{0,5} = 2,05$ ). При смещении от первого сечения (А) ко второму (В, см. рис. 1) наблюдается рост среднеквадратического отклонения неравномерности распределения давления на развертках, при смещении от третьего сечения (С) к четвертому (D) — падение. Рост среднеквадратического отклонения соответствует слою смещения струи с отрицательной кривизной, падение — положительной. Указанная закономерность неравномерности распределения давления на развертках становится объяснимой при анализе спектральных характеристик неустойчивого течения в слое смещения.

В результате Фурье-преобразования зависимостей  $P_t(\varphi)$  для каждой развертки получен свой амплитудно-волновой спектр, а компоненты разложения разверток в ряд Фурье отождествлялись с модами гертлетровских возмущений [5, 10]. Построение спектров было ограничено первыми сорока волновыми числами ( $n_i$ ), т. к. при  $n_i$  больше указанного значения амплитуды мод становятся сравнимы с уровнем флуктуаций, определяемых точностью измерений. На рис. 4 приведен спектр, полученный в результате Фурье-преобразования трех разверток, распо-

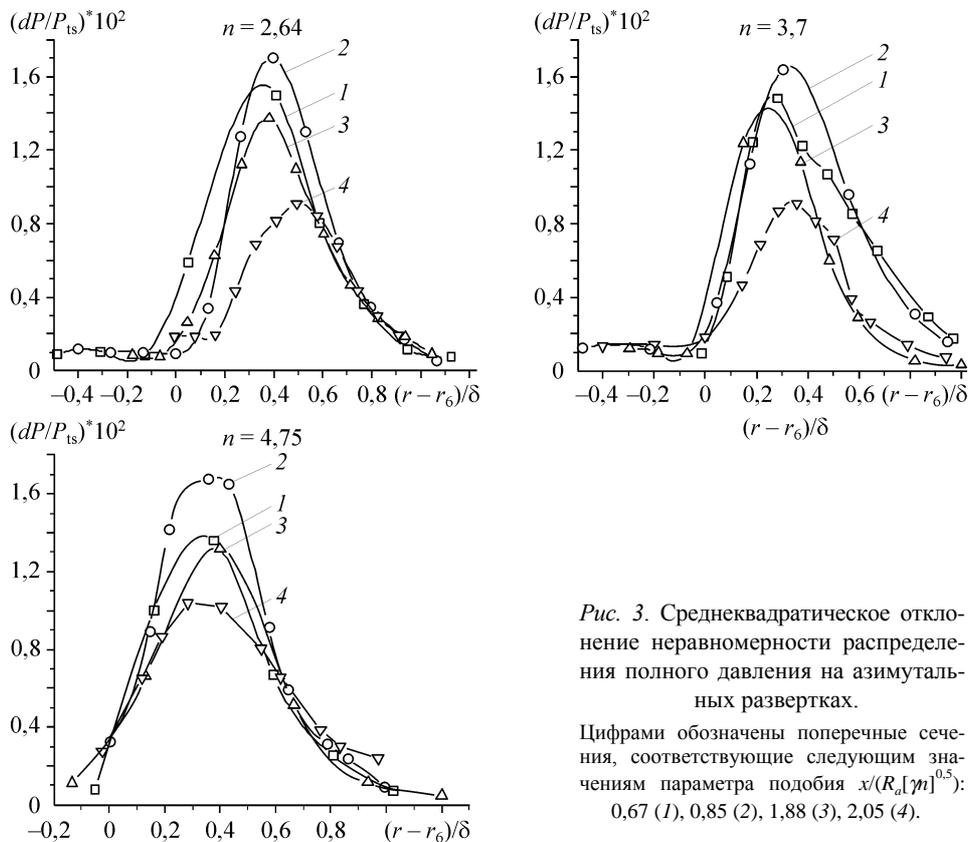


Рис. 3. Среднеквадратическое отклонение неравномерности распределения полного давления на азимутальных развертках.

Цифрами обозначены поперечные сечения, соответствующие следующим значениям параметра подобия  $x/(R_a[\gamma n]^{0,5})$ : 0,67 (1), 0,85 (2), 1,88 (3), 2,05 (4).

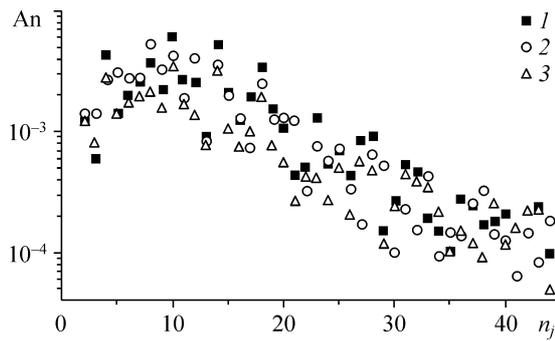


Рис. 4. Амплитудно-волновой спектр Фурье-преобразования азимутальных разверток.

$n = 4,75$ ,  $x/R_a = 4,87$ ,  $r/R_a = 1,47$  (1),  
1,53 (2), 1,67 (3).

женных на расстояниях от оси струи  $r/R_a = 1,47$ , 1,53 и 1,67 в поперечном сечении  $x/R_a = 4,87$ , т. е. в конце начального участка недорасширенной струи с  $n = 4,75$ . Несмотря на значительный разброс, все экспериментальные точки образуют единую зависимость, представляющую характерный амплитудно-волновой спектр.

При анализе полученных результатов предполагалось, что на осредненное течение в слое смешения наложены малые возмущения гармонического типа [11]. Тогда формула для определения одной из мод возмущенного течения записывается следующим образом:

$$P(r, x) = A_n(r, x) \exp(i\alpha x) \cos(n_i \varphi), \quad (2)$$

где  $A_n(r, x)$  — амплитуда спектральных составляющих гертлеровских возмущений,  $n_i$  — азимутальное волновое число, связанное с характерным размером возмущений соотношением  $\lambda_n = 2\pi r/n_i$ . Длина волны  $\lambda_n$  соответствует поперечному размеру пары продольных вихрей. Переменная  $\alpha$  — комплексная величина, которая может быть представлена в виде:

$$\alpha = \alpha^r + i\alpha'_i, \quad (3)$$

где  $\alpha^r$  — продольное волновое число,  $\alpha'_i$  — коэффициент усиления возмущений в продольном направлении (инкремент). Формула определения инкремента для  $n_i$  моды имеет вид:

$$\alpha'_i(n_i) = \ln[A_n(x_2)/A_n(x_1)]/\Delta x, \quad (4)$$

где  $\Delta x = x_2 - x_1$  — расстояние между поперечными сечениями струи,  $A_n(x_1)$  и  $A_n(x_2)$  — амплитуды компонент соответствующих волновых чисел в заданных поперечных сечениях. С помощью нормирования продольной координаты на радиус выходного сечения сопла выражение (4) приводится к безразмерному виду, т. е.

$$\alpha'_i(n_i) = \ln[A_n(x_2)/A_n(x_1)](R_a/\Delta x). \quad (5)$$

Динамика развития возмущений зависит от того, положительное или отрицательное значение имеет инкремент нарастания на исследуемом участке течения.

На рис. 5 приведен график распределения по волновым числам инкремента нарастания амплитуды спектральных составляющих возмущений. Нарастание амплитуды происходит в том случае, когда  $\alpha'_i$  меньше нуля, причем амплитуды мод достигают максимальных значений при  $\alpha'_{i(\min)}$ . Исходя из данных, приведенных на графиках, следует, что максимальный инкремент нарастания амплитуды соответствует моде с волновым числом  $n_i = 8$ . Здесь же на графиках приводятся кривые, рассчитанные по методу наименьших квадратов. Аппроксимирующая формула, представляет собой полином третьей степени вида:

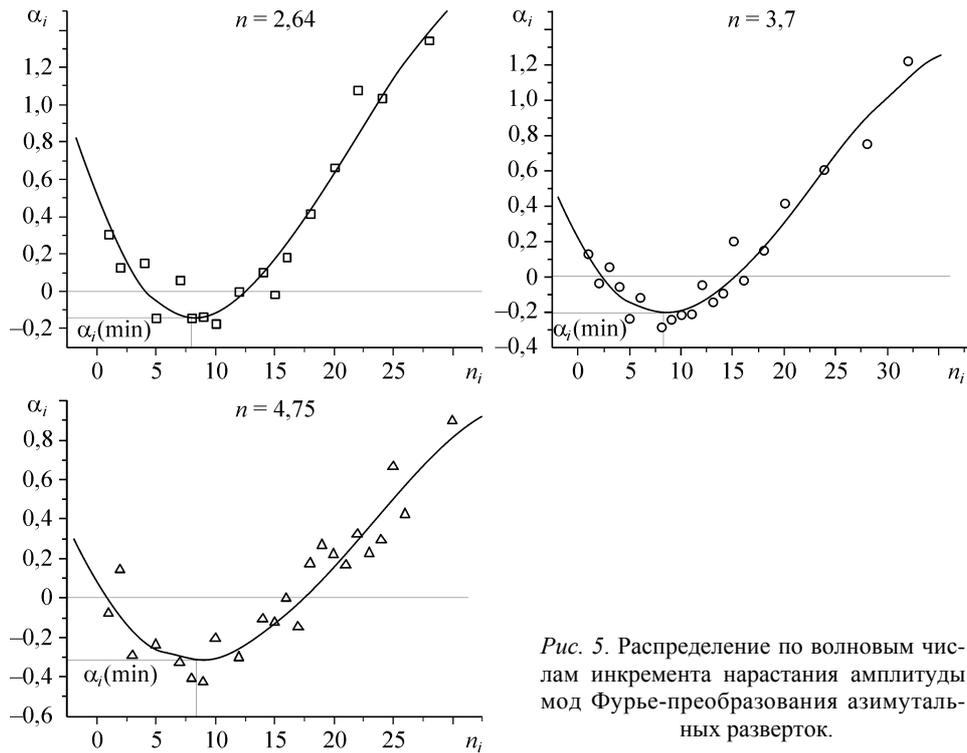


Рис. 5. Распределение по волновым числам инкремента нарастания амплитуды мод Фурье-преобразования азимутальных разверток.

$$\alpha_i = a - bn_i + cn_i^2 - dn_i^3, \quad (6)$$

где коэффициенты ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ) для каждой степени нерасчетности приведены в табл. 2. Диапазон волновых чисел, соответствующий нарастанию амплитуды возмущений, становится больше при увеличении степени нерасчетности недорасширенных струй. Наблюдаемое расхождение экспериментальных данных по степеням нерасчетности указывает на связь между областью волновых чисел с отрицательным значением инкремента и величиной кривизны линий тока в слое смешения. С увеличением степени нерасчетности увеличивается кривизна внешней границы недорасширенных струй, следовательно, и кривизна линий тока слоя смешения [8, 12].

При анализе изменения амплитуды спектральных компонент в поперечных сечениях начального участка сверхзвуковых струй было установлено наличие в спектре возмущений устойчивых и неустойчивых мод. Графики распределения амплитуды устойчивых и неустойчивых продольных вихревых структур в направлении изменения радиальной координаты на начальном участке струи приведены на рис. 6 и 7. Графики представляют собой профили с максимумом примерно в середине интервала изменения амплитуды соответствующей моды. На рис. 6 показано распределение в поперечных сечениях недорасширенных струй амплитуды моды с волновым числом  $n_i = 8$  ( $\alpha_i < 0$ ). Относительно возмущений данной

Таблица 2

$n$	$a$	$b$	$c$	$d$
2,64	0,4974	0,1710	0,0131	$2,068 \cdot 10^{-4}$
3,70	0,2092	0,1065	0,0078	$1,125 \cdot 10^{-4}$
4,75	0,0832	0,1030	0,0076	$1,115 \cdot 10^{-4}$

моды необходимо отметить, что при смещении от первого сечения к третьему амплитуда увеличивается и только в конце начального участка, там, где кривизна линий тока в слое смешения положительна, наблюдается ее незначительное падение. Продольные вихревые структуры, соответствующие неустойчивым возмущениям ( $\alpha_i < 0$ ), регистрируются на всем протяжении начального участка. На рис. 7 представлены аналогичные графики распределения амплитуд моды с волновым числом  $n_i = 20$  ( $\alpha_i > 0$ ). Начиная от первого сечения амплитуда моды с  $n_i = 20$  падает и в конце начального участка они практически не отличаются от уровня пульсаций турбулентного течения. Возмущения с положительным инкрементом устойчивы. Кроме того, по данным, приведенным на рис. 6 и 7, можно судить о поперечном размере и месте формирования продольных вихрей в слое смешения струй. Продольные вихревые структуры, начиная от выходного сечения сопла, формируются в слое смешения вблизи его внешней границы. В сечениях с параметром подобия  $x/(R_a(\gamma n)^{0,5}) = 0,67$  и  $0,86$  поперечный размер вихрей значительно меньше толщины слоя смешения. В сечениях с параметром подобия  $x/(R_a(\gamma n)^{0,5}) = 1,88$  и  $2,05$  поперечный размер вихревых структур становится соизмеримым с толщиной слоя смешения.

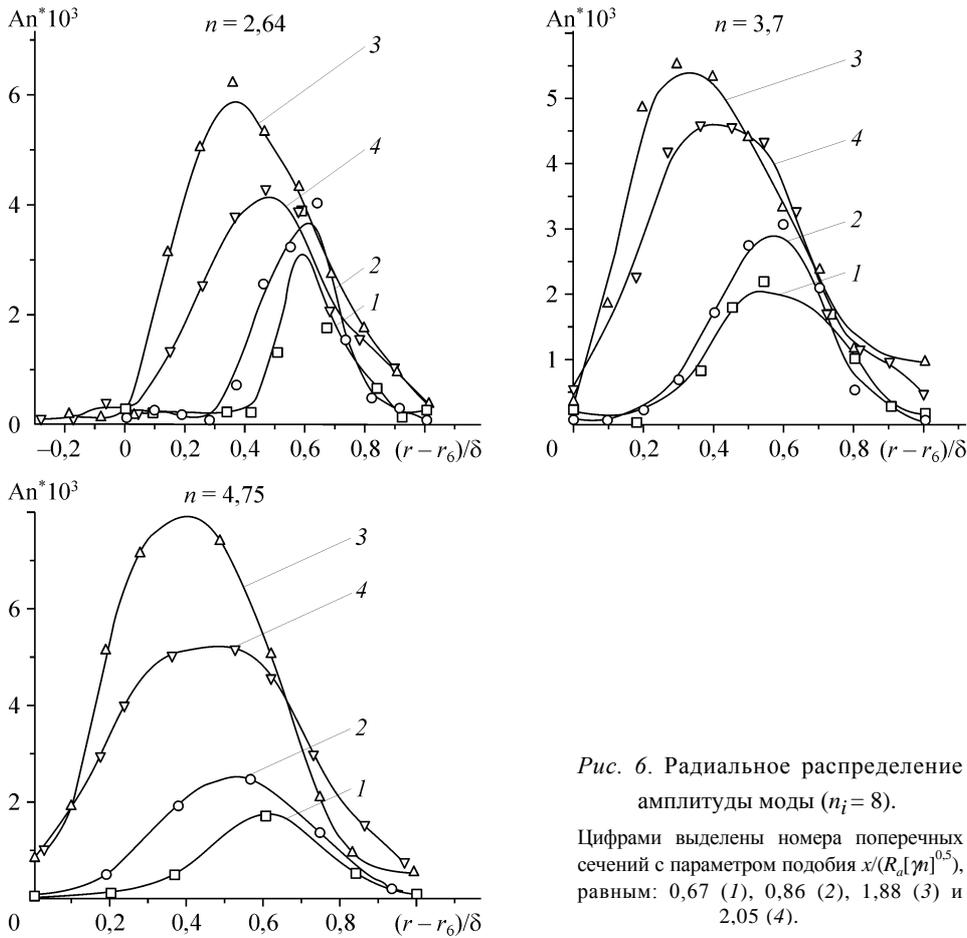


Рис. 6. Радиальное распределение амплитуды моды ( $n_i = 8$ ). Цифрами выделены номера поперечных сечений с параметром подобия  $x/(R_a[\gamma n]^{0,5})$ , равным: 0,67 (1), 0,86 (2), 1,88 (3) и 2,05 (4).

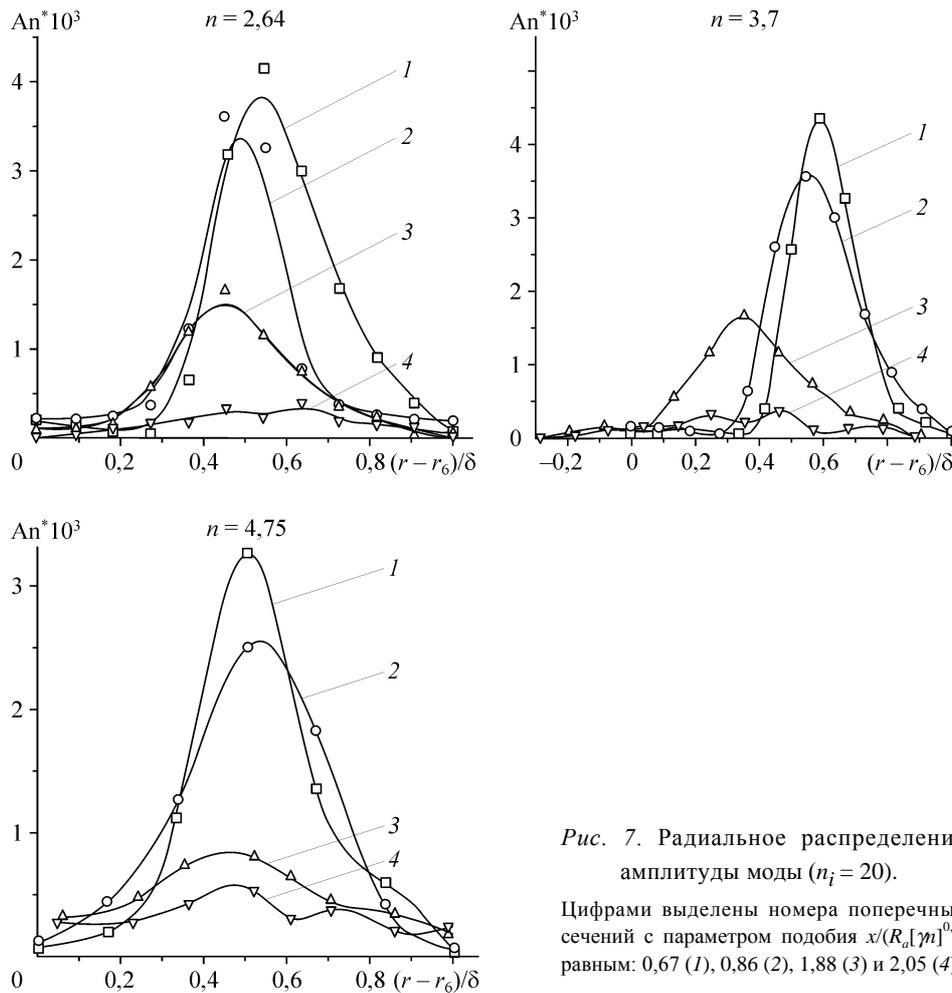


Рис. 7. Радиальное распределение амплитуды моды ( $n_i = 20$ ).

Цифрами выделены номера поперечных сечений с параметром подобия  $x/(R_a[\eta]^{0,5})$  равным: 0,67 (1), 0,86 (2), 1,88 (3) и 2,05 (4).

### ВЫВОДЫ

Проведено исследование спектральных характеристик возмущений в слое смешения сверхзвуковых недорасширенных струй. Возмущения представляют собой стационарные продольные вихревые структуры малой амплитуды. Определены условия нарастания возмущений и зависимость спектральных характеристик от режима истечения струи. Установлено, что амплитуды стационарных возмущений, соответствующих модам с  $n_i < 15$  нарастают на начальном участке струи. Эволюция продольных вихревых структур в потоке слоя смешения начального участка недорасширенных струй приводит к формированию крупных (соизмеримых с толщиной слоя смешения) гертлеровских возмущений с одной стороны и затуханию мелкомасштабных возмущений с другой. Максимальное нарастание амплитуды наблюдается у моды с волновым числом  $n_i = 8$ , что находится в удовлетворительном соответствии с результатами исследования численными методами [13].

### СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

$A_n$  — амплитуды мод с волновым числом  $n_i$ ,  
 $C_p$  — удельная теплоемкость при постоянном давлении,  
 $C_v$  — удельная теплоемкость при постоянном объеме,

$P_{st}$  — среднее давление азимутальных разверток,  
 $R_a$  — радиус выходного сечения сопла,  
 $Re$  — число Рейнольдса,  
 $r$  — радиальное расстояние в цилиндрической системе координат,

$d_T$ — внутренний диаметр пневмоприемника полного давления,	$r_6$ — расстояние от оси струи до внутренней границы слоя смешения,
$D_a$ — диаметр выходного сечения сопла,	$T_0$ — температура заторможенного потока,
$M_a$ — число Маха,	$U$ — скорость течения в слое смешения,
$n$ — степень нерасчетности сверхзвуковой струи,	$x$ — продольная координата, направленная по оси струи,
$n_i$ — волновое число,	$\alpha_i$ — инкремент нарастания амплитуды возмущений,
$P_a$ — давление на выходе из сопла,	$\gamma$ — показатель адиабаты,
$P_h$ — давление окружающего пространства,	$\delta$ — толщина слоя смешения,
$P_0$ — давление торможения,	$\lambda$ — длина волны гертлеровских возмущений,
$P_i$ — давление, измеряемое в потоке струи,	$\varphi$ — азимутальная переменная цилиндрической системы координат.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дулов В.Г., Лукьянов Г.А. Газодинамика процесса истечения. — Новосибирск: Наука. Сиб. отделение, 1984. — 232 с.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1969. — 742 с.
3. Запрыгаев В.И., Солотчин А.В. Пространственная структура течения в начальном участке сверхзвуковой недорасширенной струи. — Препринт СО АН СССР, ИТПМ, № 23-88. — Новосибирск. — 1988. — 21 с.
4. Krothopalli A., Buzuna G., Lourenco L. Streamwise vortices an underexpanded axisymmetric jet // Phys. Fluid A. — 1991. — Vol. 3, No. 8. — P. 1848–1851.
5. Желтухин Н.А., Запрыгаев В.И., Солотчин А.В., Терехова Н.М. Спектральный состав и структура стационарных вихревых возмущений Тейлора–Гертлера сверхзвуковой неизобарической струи // Докл. РАН. — 1992. — Т. 325, № 6. — С. 1133–1137.
6. Запрыгаев В.И., Солотчин А.В. Трехмерная особенность структуры течения в сверхзвуковой недорасширенной струе // ПМТФ. — 1991. — № 4. — С. 42–47.
7. Глазнев В.Н., Запрыгаев В.И., Усков В.Н., Терехова Н.М. и др. Струйные и нестационарные течения в газовой динамике. — Новосибирск: СО РАН, 2000. — С. 119–194.
8. Запрыгаев В.И., Киселев Н.П., Павлов А.А. Влияние кривизны линий тока на интенсивность продольных вихрей в слое смешения сверхзвуковых струй // ПМТФ. — 2004. — Т. 45, № 3. — С. 32–43.
9. Запрыгаев В.И., Петров А.П., Солотчин А.В. Исследование неравномерности распределения скорости в слое смешения недорасширенной струи методом электроразрядного трассирования потока // ПМТФ. — 2004. — Т. 45, № 6. — С. 58–64.
10. Zapryagaev V.I., Solotchin A.V., Kiselev N.P. Streamwise vortex structures in a supersonic jet shear layer. West East Speed Flow Fields. // Inter. Center for Numerical Methods in Engng (CIMNE). — Barcelona. — 2002. — P. 299–305.
11. Zapryagaev V.I., Bobrikov. Investigation of the streamwise vortex in a shear layer initial region of the supersonic underexpanded jet // Proceed of Euromech Colloquium 403 “Turbulence in High Speed Compressible Flows”, 2-4 November 1999, Poitiers, France. — P. 77–86.
12. Запрыгаев В.И., Солотчин А.В., Киселев Н.П. Исследование структуры сверхзвуковой струи при изменении геометрии входного участка сопла // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, № 4. — С. 58–64.
13. Терехова Н.М. Эволюция продольных вихрей в сверхзвуковой осесимметричной струе // Теплофизика и аэромеханика. — 2001. — Т. 8, № 3. — С. 423–426.

*Статья поступила в редакцию 11 июля 2008 г.*