

УДК 537.8:536

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ И ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ПОЛЯ ПРИ ЭЛЕКТРОКОНТАКТНОМ НАГРЕВЕ СОСТАВНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ

Ю. И. Няшин, В. М. Тверье

Пермский государственный технический университет, 614000 Пермь

Поставлена нестационарная связанная задача термоэлектродинамики для электронагрева переменным током разнородных ферро- и парамагнитных тел. Разработан итерационный алгоритм ее решения конечно-разностными методами. Получены результаты распределения температурных и электромагнитных полей применительно к процессам электроконтактного нагрева как на воздухе, так и в окружении формообразующего инструмента.

**Введение.** Электроконтактный нагрев металлов и сплавов находит широкое применение в промышленности и используется при изготовлении анкерных головок арматуры строительных конструкций при нагреве на воздухе, нагреве порошковых материалов в контейнере для их спекания до заданного уровня пористости и т. д. Процесс электронагрева легко автоматизируется и совмещается (при контактном способе нагрева) с процессом деформирования заготовки. Одной из прогрессивных технологий, связанных с электронагревом, является электровысадка, позволяющая получать детали сложной формы с высокой степенью точности [1–3]. Электровысадку осуществляют в два этапа: вначале заготовку нагревают, пропуская через нее переменный ток промышленной частоты  $f = 50$  Гц, затем ток отключают и заготовку деформируют до заданной конфигурации. Схема электроконтактного нагрева заготовки для высадки представлена на рис. 1. Из-за кратковременности второго этапа электровысадки температурное поле в заготовке формируется на стадии электроконтактного нагрева [4].

На втором этапе электровысадки необходимым условием осуществления процесса штамповки является точный локальный нагрев только той части заготовки, которая подвергается деформации, с учетом пластических свойств обрабатываемого материала. Для большинства материалов максимум накопленной степени деформации до момента разру-

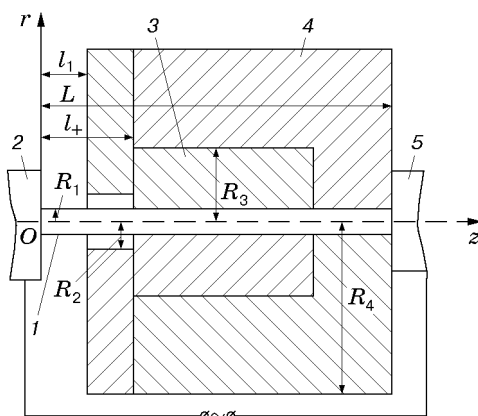


Рис. 1. Схема электроконтактного нагрева заготовки для высадки:

1 — заготовка; 2, 5 — пуансоны; 3 — съемная матрица; 4 — матрицедержатель;  $Oz$  — ось симметрии;  $L$  — длина заготовки;  $l_+$  — длина высаживаемой части заготовки;  $l_1 = L - l_+$ ;  $R_1, R_2, R_3, R_4$  — радиусы заготовки, высаженной части, съемной матрицы, матрицедержателя соответственно

шения находится в узком диапазоне температуры  $\theta$  выше температуры Кюри  $\theta_K$  [5]. Распределение температуры и ее значение в нагреваемой части должны быть заранее определены с учетом конфигурации получаемого изделия и ограничений, накладываемых термостойкостью инструмента. Только при выполнении этих условий возможно получение требуемой формы деталей без облоя и заусенцев с точно заполненной фигурой матрицы [2, 4].

Существующие модели, описывающие стадию электронагрева, не учитывают связанность электромагнитного и температурного полей в объеме контактирующих тел, основаны на решении классических задач о проникновении плоской электромагнитной волны в полупространство либо о распределении электромагнитного поля в бесконечном проводящем цилиндре и во многих случаях только качественно объясняют физическую картину нагрева [1, 6–8]. Отметим, что влияние скин-эффекта в ферромагнетиках существенно даже при низких частотах [9, 10]. Деформирование заготовки без разрушения при температурно-силовых ограничениях, определяющих стойкость инструмента, требует знания не только средней по объему температуры (так называемой “ковочной” температуры), но и распределения электромагнитного и температурного полей и истории их формирования. В данной работе строится математическая модель электроконтактного нагрева для системы осесимметричных ферро- и парамагнитных разнородных тел с учетом скин-эффекта и зависимости электромагнитных (электропроводности  $\sigma$  или удельного сопротивления  $\rho = 1/\sigma$ , относительной магнитной проницаемости  $\mu_r$ ) и теплофизических (теплопроводности  $\lambda$ , теплоемкости  $c$ , плотности  $\gamma$ ) свойств материалов от температуры. Отметим, что наличие острых пиков в распределении теплоемкости  $c$  и изломов параметров  $\lambda$ ,  $\gamma$ ,  $\rho$  вблизи точки Кюри  $\theta_K$  связано с фазовым переходом при потере магнитных свойств в окрестности этой точки ( $\mu_r = 1$  при  $\theta \geq \theta_K$ ). При  $\theta < \theta_K$   $\mu_r$  практически не зависит от температуры и быстро уменьшается до единицы в узком интервале температуры, содержащем точку  $\theta_K$  [11].

**1. Постановка задачи.** Уравнения Максвелла в неподвижной системе отсчета для хорошо проводящих тел в пренебрежении током смещения и, следовательно, диэлектрическими свойствами сред, сохраняющимися вплоть до частоты  $\omega = 2\pi f = 10^9 \text{ с}^{-1}$ , в области заготовка — инструмент для осесимметричных тел могут быть сведены к уравнению

$$\nabla \times \rho(\theta) \nabla \times \mathbf{H} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (1.1)$$

которое вместе с соотношением для магнитомягких материалов

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r(\theta, |\mathbf{H}|) \mathbf{H} \quad (1.2)$$

и условиями равенства тангенциальных компонент векторов напряженности электромагнитного поля при переходе через границу разнородных сред

$$H_{1\tau} = H_{2\tau}, \quad E_{1\tau} = E_{2\tau} \quad (1.3)$$

имеет единственное решение [12]. В (1.1)–(1.3)  $\mathbf{H} = \mathbf{H}(r, \varphi, z, t)$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{E}(r, \varphi, z, t)$  — векторы напряженностей магнитного и электрического полей соответственно;  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Гн/м}$  — магнитная постоянная;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитной индукции;  $r, \varphi, z$  — цилиндрические координаты;  $t$  — время. Тогда плотность тепловых источников  $q_v$  можно определить, используя уравнение Максвелла и закон Ома:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}, \quad \mathbf{j} = \sigma(\theta) \mathbf{E}. \quad (1.4)$$

По закону Джоуля — Ленца  $q_v = \rho(\theta) \mathbf{j}^2$ , где  $\mathbf{j} = \mathbf{j}(r, \varphi, z, t)$  — вектор плотности тока.

Из уравнения неразрывности тока как следствия первого уравнения (1.4) следует условие равенства нормальных компонент плотности тока на границах разнородных областей 1 и 2

$$j_{1n} = j_{2n}. \quad (1.5)$$

Воздушная среда, окружающая область заготовка — инструмент, рассматривается в приближении вакуума, где  $\mathbf{j} \equiv 0$ . Очевидно, что на границах контакта проводник — вакуум соотношение (1.5) преобразуется в условие “непротекания” тока через поверхность проводника

$$j_n = 0. \quad (1.6)$$

Использование скалярного и векторного потенциалов электромагнитного поля, часто применяемых для упрощения уравнений Максвелла, в данном случае приводит к связанной системе нелинейных дифференциальных уравнений относительно компонент векторного потенциала. Поэтому сформулируем краевую задачу электродинамики для напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}$  (уравнение (1.1)) с соотношениями (1.2), (1.3), (1.5), (1.6).

Пусть  $S = S_T \cup S_p$  — область, состоящая из открытых областей инструмента  $S_T$  (матрица и матрицедержатель) и заготовки  $S_p$ . Граница  $\Gamma = \Gamma_{ext} \cup \Gamma_{int}$  области  $S^* = S \cup \Gamma$  включает внешнюю границу  $\Gamma_{ext} = \Gamma_v \cup \Gamma_h \cup \Gamma_a$ , состоящую из границы контакта заготовки с пуансоном (подвижным и неподвижным)  $\Gamma_h$ , оси симметрии  $\Gamma_a$  (оси  $Oz$ ) и границы контакта заготовки и инструмента с воздухом (в приближении вакуума)  $\Gamma_v$ . Границы  $\Gamma_{int}$  — внутренние границы контакта заготовки и матрицы, матрицы и матрицедержателя для  $S$ . Рассмотрим возможность упрощения уравнения (1.1).

Записывая уравнения Максвелла в неподвижной системе координат  $(r, \varphi, z)$ , заметим, что в случае осевой симметрии поля напряженности  $\mathbf{H}$  и  $\mathbf{E}$  являются суперпозицией напряженностей двух полей

$$\mathbf{H} = \{0, H_\varphi, 0\} + \{H_r, 0, H_z\}, \quad \mathbf{E} = \{0, E_\varphi, 0\} + \{E_r, 0, E_z\},$$

причем магнитное поле с компонентой  $H_\varphi$  определяет величины  $E_r, E_z$  независимо от поля с компонентой  $E_\varphi$ , определяющей компоненты  $H_r, H_z$  [13].

Будем считать, что ток  $I_0$  подается на торцы заготовки параллельно оси  $Oz$ ,  $\mathbf{n}$  — вектор единичной внешней нормали к  $\Gamma_{ext}$ . Тогда для поля  $\{H_r, 0, H_z\}$  тангенциальная составляющая  $\mathbf{n} \times \mathbf{H} = 0$  на  $\Gamma_v$ . Очевидно, на торцах заготовки и оси симметрии  $H_r = 0$ . Следовательно,  $\mathbf{n} \times \mathbf{H} \equiv 0$  всюду на  $\Gamma_{ext}$ . Используя теорему Пойнтинга в интегральной форме, можно показать, что энергия электромагнитного поля затухает в области с данным граничным условием.

Таким образом, для установившейся стадии электронагрева поле с компонентами  $\{H_r, 0, H_z\}$  и  $\{0, E_\varphi, 0\}$  отсутствует. Поэтому электромагнитное поле в области  $S$  определяется поперечно-магнитным полем  $\{0, H_\varphi, 0\}$  или полем электрического типа.

Так как неоднородности в области по азимутальной координате отсутствуют, положим, что компоненты напряженностей электромагнитного поля от  $\varphi$  не зависят. Поэтому уравнение (1.1) для области  $S$  может быть записано в виде скалярного уравнения относительно компоненты  $H_\varphi$ .

Для определения граничных условий рассмотрим первое уравнение (1.4) вне области  $S^*$  в приближении вакуума, т. е.  $\nabla \times \mathbf{H} = 0$ . Тогда  $H_\varphi$  не зависит от  $z$  и магнитное поле определяется соотношением

$$H_\varphi = c/r,$$

где  $c$  — постоянная, которая вычисляется с учетом (1.3), (1.5) и (1.6) из закона полного тока, являющегося интегральным аналогом уравнения (1.4), записанным для  $S^*$ .

Учитывая, что  $2\pi/\omega \ll T$  ( $T$  — характерное время изменения температуры в системе тел), напряженность магнитного поля представим в виде

$$H_\varphi = H_\varphi(r, z, t) \exp(-i\omega t),$$

где  $i^2 = -1$ ;  $H_\varphi(r, z, t)$  — медленно меняющаяся со временем  $t$  комплексная амплитуда колебаний. Аналогично в виде синусоидальной функции времени представляются ток  $I_0$  и

магнитная индукция  $B_\varphi$ . Такое представление  $B_\varphi$  правомерно, так как высшие гармоники, появляющиеся у магнитной индукции из-за нелинейности соотношения (1.2), относительно невелики и составляют для стали не более 5% первой гармоники [9]. Тогда, не меняя обозначений, в пренебрежении членом, содержащим  $\partial\mu_r/\partial t$  (он отличен от нуля только в окрестности точки Кюри [14]), получим связанную краевую задачу термоэлектродинамики в области заготовка — инструмент, которую запишем в операторной форме.

Задача  $M[H, \theta] = 0$ :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\rho(\theta)}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho(\theta) \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right) + i\omega\mu_0\mu_r(\theta, H_\varphi)H_\varphi = 0 \quad \text{в } S.$$

Граничные условия на границе  $\Gamma_{ext}$

$$H_\varphi = 0 \quad \text{при } r = 0, \quad H_\varphi = \frac{I_0}{2\pi a}, \quad a = \begin{cases} R_1, & r = R_1, \quad 0 \leq z \leq l_+, \\ R_2, & r = R_2, \quad l_1 \leq z \leq l_+, \\ R_4, & r = R_4, \quad l_1 \leq z \leq L; \end{cases}$$

$$H_\varphi = \frac{I_0}{2\pi r} f(r), \quad f(r) = \begin{cases} r^2/R_1^2, & 0 \leq r \leq R_1, \quad z = 0 \text{ и } z = L, \\ 1, & R_1 \leq r \leq R_2, \quad z = l_+ \text{ и } R_2 \leq r \leq R_4, \quad z = l_1, \\ 1, & R_1 \leq r \leq R_4, \quad z = L, \end{cases}$$

на границе  $\Gamma_{int}$

$$H_{1\varphi} = H_{2\varphi}, \quad \rho_1(\theta) \frac{\partial H_{1\varphi}}{\partial \mathbf{n}} = \rho_2(\theta) \frac{\partial H_{2\varphi}}{\partial \mathbf{n}}.$$

Задача  $T[\theta, H] = 0$ :

$$c(\theta)\gamma(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r\lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + q_v \quad \text{в } S.$$

Начальное условие  $\theta = \theta(r, z, t)$ ,  $\theta(r, z, 0) = \theta_0(r, z)$ . Граничные условия на границе  $\Gamma_{ext}$

$$\frac{\partial \theta}{\partial r} = 0, \quad r = 0; \quad -\lambda(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial \mathbf{n}} = \alpha_{ef}(\theta - \theta^*) - \zeta q_h \quad \text{на } \Gamma_v \cup \Gamma_h,$$

на границе  $\Gamma_{int}$

$$\theta_1 = \theta_2, \quad \lambda_1(\theta) \frac{\partial \theta_1}{\partial \mathbf{n}} = \lambda_2(\theta) \frac{\partial \theta_2}{\partial \mathbf{n}}.$$

Здесь  $\alpha_{ef}$  — эффективный коэффициент теплоотдачи, учитывающий на  $\Gamma_h$  конвективный теплообмен ( $\zeta = 1$ ), а на  $\Gamma_v$  — конвективный и радиационный ( $\zeta = 0$ );  $\theta^*$  — температура окружающей среды;  $q_h$  — тепловой источник, учитывающий переходное контактное сопротивление [3] на  $\Gamma_h$ .

Объемная плотность тепловых источников определяется выражением

$$q_v = \frac{\rho(\theta)}{2} \left( \left| \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rH_\varphi) \right|^2 + \left| \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} \right|^2 \right).$$

Отметим, что эволюция электромагнитного поля определяется тепловыми условиями и амплитуда поля зависит от времени как от параметра.

Электроконтактный нагрев может осуществляться не только при постоянном значении тока  $I_e$ , но и при постоянном значении напряжения тока  $U_e$ . Тогда граничные условия для  $H_\varphi$  нестационарны, т. е. для напряженности магнитного поля  $I_0 = I(t)$ , где  $I(t)$  — медленно меняющаяся амплитуда силы тока.

Для решения задачи управления технологическим процессом электронагрева может быть использована упрощенная постановка задачи, в которой присутствие матрицы учитывается теплообменом с инструментом по закону Ньютона [15, 16].

**2. Алгоритмы решения и численная реализация.** Для совместного решения задач на введенной сетке значений времени расчеты ведутся по итерационной схеме следующего вида:

$$M[H, \theta^{(s-1)}] = 0, \quad T[\theta, H^{(s)}] = 0, \quad s = 1, 2, \dots, \quad (2.1)$$

в которой для каждого шага по времени вычисляется приближение  $H^{(s)}$  при температуре  $\theta^{(s-1)}$ , затем решается задача  $T[\theta, H^{(s)}] = 0$ , определяющая следующее приближение к температурному полю  $\theta^{(s)}$ . Итерационный процесс (2.1) останавливается при достижении требуемой точности  $\|\theta^{(s)} - \theta^{(s-1)}\| < \varepsilon$ . Такая процедура разделяет на каждом шаге нелинейно связанные задачи [17] и позволяет находить поля  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{E}$  и  $\theta$  по независимым алгоритмам.

Поставленная задача характеризуется разрывами тепло- и электрофизических свойств на границах разнородных областей. Поэтому область  $S^*$  разбивается неравномерной связанной сеткой по  $r$  и  $z$ , в качестве узловых значений используются корни полинома Чебышева, причем граничные узлы принадлежат границе  $\Gamma_{ext}$  в задаче  $M[H, \theta] = 0$ . В задаче определения температурного поля граница  $\Gamma_{ext}$  находится посередине между крайними узлами сетки. В задаче определения  $H_\varphi$  узлы принадлежат границе  $\Gamma_{int}$ , в задаче  $T[\theta, H] = 0$  эта граница располагается посередине между узлами. Такая дискретизация области обеспечивает второй порядок точности в аппроксимации граничных условий теплообмена, а на внутренних границах не требует записи отдельных граничных условий [18, 19].

Каждая из указанных задач сводится к системе алгебраических уравнений построением консервативной разностной схемы для исходной дифференциальной задачи [18, 19]. Момент времени, в который температура достигает точки Кюри, определяется в процессе решения.

Решение задачи  $M[H, \theta^{(s-1)}] = 0$  для комплекснозначного уравнения типа уравнения Гельмгольца ведется на каждом шаге по времени методом Зейделя. Задача  $T[\theta, H^{(s)}] = 0$  решается локально-одномерным методом по чисто неявной абсолютно устойчивой разностной схеме [18]. Зависимость  $\mu_r(\theta, |\mathbf{H}|)$  аппроксимируется по универсальной кривой намагничивания базовыми значениями  $\mu_r$ ,  $H_\varphi$ , определяемыми по экспериментальным данным для каждого материала [20].

Все экспериментальные данные о свойствах материала, а также вычисленные значения  $H_\varphi$  интерполируются рациональным сплайном третьей степени, обеспечивающим непрерывность до второй производной включительно.

В расчетах при  $U_e = \text{const}$  на каждом шаге по времени по теореме Пойнтинга [8, 12] определяются значения активного  $r^*$  и реактивного  $x^*$  сопротивлений, которые не только интегрально характеризуют потери энергии на нагрев и изменение магнитного поля, но и используются для расчета электрической цепи установки электронагрева. Это позволяет по выражению  $I = U_e / \sqrt{r^{*2} + x^{*2}}$  вычислить полный ток в заготовке, итерационно пересчитываемый при решении задачи  $M[H, \theta^{(s-1)}] = 0$  на этом шаге. В расчетах при  $I_e = \text{const}$  напряжение тока зависит от времени и определяется как  $U = I_e \sqrt{r^{*2} + x^{*2}}$ . Дополнительной итерационной процедуры в последнем случае не требуется.

Проведенные тестовые расчеты свидетельствуют о корректности математической модели, соответствии ей используемых алгоритмов и правомерности принятых упрощающих гипотез [15, 16].

**3. Обсуждение результатов.** Выявленные закономерности формирования температурного поля во времени и объеме для электроконтактного нагрева заготовок различного

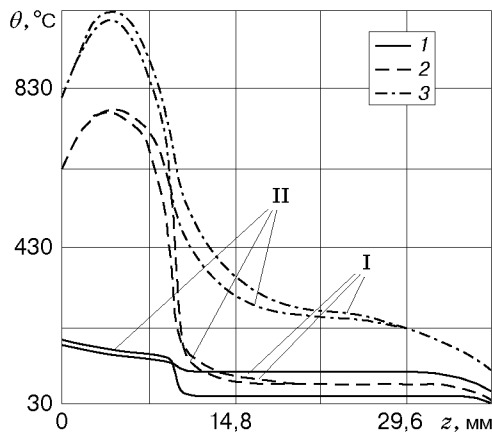


Рис. 2

Рис. 2. Распределение температуры по длине заготовки:

I — на оси ( $r = 0$ ); II — на поверхности ( $r = R_1$ ); 1 —  $\tau = 1$  с, 2 —  $\tau = 2$  с, 3 —  $\tau = 10$  с

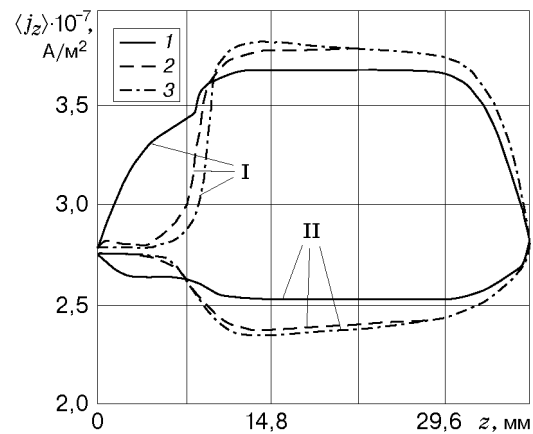


Рис. 3

Рис. 3. Распределение эффективной продольной составляющей плотности тока  $\langle j_z \rangle$  по длине заготовки:

I — на оси ( $r = 0$ ); II — на поверхности ( $r = R_1$ ); 1 —  $\tau = 1$  с, 2 —  $\tau = 6$  с, 3 —  $\tau = 10$  с

типоразмера позволяют установить, что перепад температуры по радиусу высаживаемой части незначителен, причем температура поверхности заготовки здесь выше, чем на оси, вплоть до точки Кюри, после чего температура на оси несколько выше, чем на поверхности. Распределение температуры по длине имеет более сложный характер (большие градиенты на контакте с пуансоном и особенно в области входа в матрицу). На рис. 2 показано распределение температуры в различные моменты времени  $\tau$  ( $\tau = 10$  с — окончание нагрева) в заготовке из ферромагнитной стали 30X13 диаметром 12,8 мм и длиной 37 мм при  $I_e = 3600$  А.

Описанное распределение температуры в данном процессе характерно для всех типоразмеров заготовок, и получить равномерное температурное поле высаживаемой части заготовки практически невозможно. Это объясняется значительной неравномерностью плотности тепловых источников из-за существенно неравномерного распределения плотности тока  $j_z$  по радиусу заготовки в высаживаемой части до достижения точки Кюри, а в остальной области — в течение всего процесса нагрева вблизи контакта с инструментом (рис. 3). Отмечается характерное “боковое вытеснение” плотности тока, впервые описанное в работе [6]. Компонента  $j_r$  распределена также неравномерно, но ее значение на порядок ниже, чем  $j_z$ .

В целом взаимовлияние электромагнитного и температурного полей соответствует описанному в работах [6–8] процессу индукционного нагрева. Однако ситуация осложнена тем, что имеется две характерных области заготовки: высаживаемая часть и часть, находящаяся в матрице. В невысаживаемой части заготовки наблюдается только начальная стадия формирования электромагнитного и температурного полей, “заторможенная” интенсивным теплообменом с инструментом.

На рис. 4 представлены распределения во времени нагрева активного и реактивного сопротивления, характеризующие мощность нагрева заготовки и магнитного поля соответственно. Зависимости показывают, что для всех  $t > t_K$ , причем наблюдается быстрый рост этих параметров до момента времени  $t = t_K$ , соответствующего точке Кюри. Затем наблюдается излом кривых  $r^*(t)$ ,  $x^*(t)$  и некоторое увеличение активного сопротивления из-за роста  $\rho(\theta)$ . Такое поведение характерно для ферромагнетиков и все более

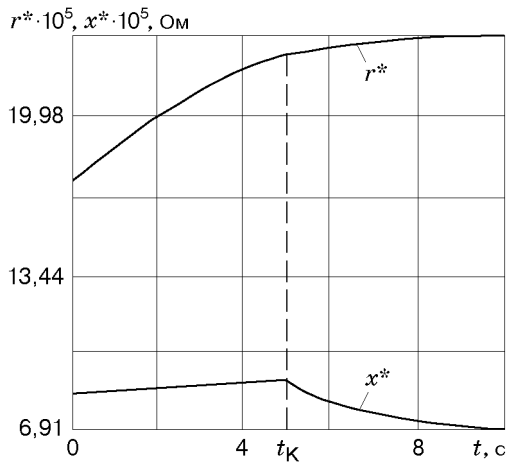


Рис. 4

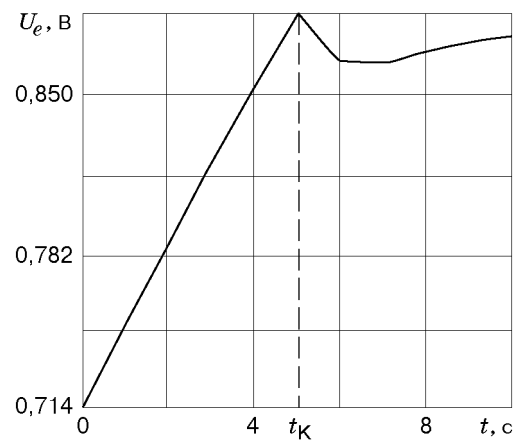


Рис. 5

Рис. 4. Распределение во времени нагрева активного  $r^*$  и реактивного  $x^*$  сопротивлений заготовки

Рис. 5. Зависимость эффективного значения напряжения на заготовке от времени нагрева при  $I_e = 3600$  А

отчетливо проявляется при усилении поверхностного эффекта начиная с  $d \approx 16$  мм. Для немагнитных материалов наблюдается монотонный рост  $r^*$ ,  $x^*$ .

Важной характеристикой процесса является напряжение на заготовке  $U$ , переменное во времени в режиме нагрева  $I_e = \text{const}$ , которое определяется по полученным зависимостям  $r^*(t)$ ,  $x^*(t)$ . Зависимость эффективного значения напряжения на заготовке  $U_e$  от времени показана на рис. 5. Характерная точка излома в момент времени  $t_K$  соответствует температуре Кюри поверхностных слоев высаживаемой части заготовки. При  $t > 7$  с большая часть объема высаживаемой части заготовки становится немагнитной, падение напряжения прекращается и наблюдается незначительное увеличение  $U_e$  (увеличение  $r^*$  более существенно, чем уменьшение  $x^*$ ).

Таким образом, знание важных электротехнических характеристик заготовки (активного, реактивного сопротивлений, напряжения и их зависимостей от времени) дает необходимую информацию для расчета электрической цепи, питающей установку электроконтактного нагрева [2, 3].

В условиях промышленного производства электрические сети электровысодочных автоматов устроены таким образом, что нагрев ведется в режиме  $U_e = \text{const}$ , не требующем дорогостоящих стабилизаторов тока. Численное решение задачи электроконтактного нагрева удобнее вести для режима  $I_e = \text{const}$ , так как при полном токе в заготовке, зависящем от времени, требуется дополнительная итерационная процедура при решении задачи  $M[H, \theta] = 0$ . Это приводит к дополнительным вычислительным затратам, неприемлемым при решении задач оптимального управления электронагревом, когда требуется расчет значительного числа вариантов. Поэтому предлагается методика пересчета режима  $I_e = \text{const}$  в режим  $U_e = \text{const}$ , основанная на равенстве тепловых энергий в интервале нагрева от 0 до  $t_+$  при условии неизменности зависимости  $r^*(t)$ , что обеспечивает “повторение” истории электронагрева. Тогда

$$I_e^2 \int_0^{t_+} r^*(\tau) d\tau = U_e^2 \int_0^{t_+} \frac{d\tau}{r^*(\tau)}, \quad (3.1)$$

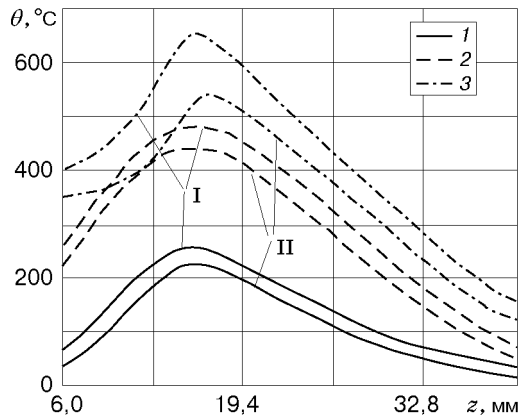


Рис. 6. Распределение температуры по длине матрицы в сечениях:

I —  $r = R_2 = 10,8$  мм, II —  $r = R_3 = 13$  мм; 1 —  $\tau = 1$  с, 2 —  $\tau = 6$  с, 3 —  $\tau = 10$  с

где зависимость  $r^*(\tau)$  и значение времени нагрева  $t_+$  известны по расчетам для режима  $I_e = \text{const}$ . Величина  $U_e$  в выражении (3.1) корректируется с помощью коэффициента мощности установки [8], появление которого обусловлено составляющей напряжения, преодолевающей ЭДС самоиндукции. Проведенные расчеты электроконтактного нагрева показали правомерность такого способа пересчета [16].

На рис. 6 показано распределение температурного поля в двух характерных сечениях (см. рис. 1) твердосплавной матрицы из сплава ВК-20. Матрицедержатель радиусом  $R_4 = 42,5$  мм изготовлен из инструментальной стали 4Х4М2ВФС. Нагревалась заготовка из стали 30Х13 радиусом  $R_1 = 6,5$  мм и длиной 39 мм. Температура Кюри для сплава ВК-20 составляет  $980$  °C, для сталей 4Х4М2ВФС и 30Х13 —  $820$  °C.

В течение всего процесса нагрева температура матрицы остается выше температуры невысаживаемой части заготовки. Максимум температуры расположен вблизи наружной поверхности матрицы и смещен в глубь инструмента. Температура на поверхности матрицедержателя не превышает  $80$  °C.

Плотность тока и тепловые источники обратно пропорциональны удельным сопротивлениям. На поверхности контакта заготовки и матрицы мощность тепловых источников меняется скачкообразно [21]. Так как удельное сопротивление сплава ВК-20 примерно в три раза меньше, чем удельное сопротивление заготовки до достижения ею точки Кюри, то ток “затекает” в матрицу, проходя в основном через нее, а не через недеформирующуюся часть заготовки. Тепловая активность  $\sqrt{\lambda c \gamma}$  сплава ВК-20 на 30% выше тепловой активности материалов заготовки и матрицедержателя, что приводит к перераспределению потоков тепла [21] из контактирующей части заготовки и матрицедержателя в матрицу. Температура на поверхности матрицедержателя невысока из-за охлаждения его водой.

**Закключение.** Таким образом, поставленная нестационарная связанная начально-краевая задача термоэлектродинамики для системы осесимметричных ферро- и парамагнитных разнородных тел с учетом скин-эффекта и зависимости как электромагнитных, так и теплофизических свойств материалов от температуры, а также разработанные алгоритмы ее решения дают возможность установить закономерности формирования электромагнитного и температурного полей в области заготовка — инструмент. Это позволяет сформулировать и решить задачу оптимального управления этим процессом (см., например, [22]).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Валеев А. Х., Беляев А. М. Электроконтактный нагрев стальных заготовок. М.: Информэлектро, 1968.



2. **Натанзон Е. И., Тельнов Г. М.** Электронагрев методом сопротивления и электровысадка. М.: Машиностроение, 1964.
3. **Романов Д. И.** Электроконтактный нагрев металлов. М.: Машиностроение, 1981.
4. **Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И.** Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. М.: Наука, 1986.
5. **Полухин П. И., Гун Г. Я., Галкин А. М.** Сопротивление пластической деформации металлов и сплавов. М.: Metallurgy, 1983.
6. **Бабат Г. И.** Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение. М.; Л.: Энергия, 1965.
7. **Вайнберг А. М.** Теория индукционного нагрева. М.: Изд-во Моск. энерг. ин-та, 1956.
8. **Кувалдин А. Б.** Индукционный нагрев ферромагнитной стали. М.: Энергоатомиздат, 1988.
9. **Нейман Л. Р.** Поверхностный эффект в ферромагнитных телах. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1949.
10. **Шигина Л. Г.** Экспериментальное исследование комплексных электрического и магнитного сопротивлений массивных ферромагнитных тел в диапазоне частот 5–50 Гц // Тр. Ленингр. политехн. ин-та. 1966. № 273. С. 34–41.
11. **Белов К. П.** Упругие, тепловые и электрические явления в ферромагнетиках. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
12. **Тамм И. Е.** Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.
13. **Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г.** Математические модели электродинамики. М.: Высш. шк., 1991.
14. **Вишневская Е. А., Гласко Б. В., Молокостов А. И. и др.** Выбор оптимальной толщины теплоизоляции при горячем компактировании пористых материалов // Инж.-физ. журн. 1987. Т. 52, № 5. С. 822–827.
15. **Няшин Ю. И., Тверье В. М.** Математическое моделирование электроконтактного нагрева составных осесимметричных тел // Вестн. Перм. техн. ун-та. 1996. № 2. С. 9–15.
16. **Тверье В. М.** Математическое моделирование электроконтактного нагрева составных осесимметричных тел: Дис. ... канд. техн. наук. Пермь, 1997.
17. **Тихонов А. Н., Кальнер В. Д., Гласко В. Б.** Математическое моделирование технологических процессов и метод обратных задач в машиностроении. М.: Машиностроение, 1990.
18. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
19. **Самарский А. А., Андреев В. Б.** Разностные методы для эллиптических уравнений. М.: Наука, 1976.
20. **Демирчян К. С.** Моделирование магнитных полей. Л.: Энергия. Ленингр. отд-ние, 1974.
21. **Шлыков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н.** Контактное термическое сопротивление. М.: Энергия, 1977.
22. **Столбов В. Ю., Тверье В. М.** Управление электроконтактным нагревом цилиндрических заготовок при высадке деталей // Кузнеч.-штамп. пр-во. 1994. № 5. С. 6–8.

*Поступила в редакцию 16/III 1999 г.,  
в окончательном варианте — 9/VIII 1999 г.*

---