

О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ ВОЛН
В ИЗОМЕТРИЧЕСКОЙ ПЛАЗМЕ

Б. И. Стурман

(Новосибирск)

Линейная теория параметрического возбуждения волн в неизотермической плазме высокочастотным полем частоты ω_0 ($\omega_0 \geq \omega_{pe}$, ω_{pe} — плазменная электронная частота) предсказывает существование двух областей в k -пространстве с разными порогами возбуждения. Наименьшим порогом (и наибольшим инкрементом) обладает распадная неустойчивость [1].

В данной работе показано, что упрощенное динамическое описание плазмы, основанное на усреднении по быстрому времени ω_{pe}^{-1} , сохраняет все кинетические эффекты. Полученное на его основе дисперсионное уравнение применяется к исследованию неустойчивости изотермической плазмы. Показано, что при $T_e \sim T_i$ оба порога могут сравниться; определены инкременты распадной неустойчивости в этой области.

Рассмотрим возбуждение длинноволновых ($kr_d \ll 1$, r_d — дебаевский радиус) колебаний плазмы однородным полем $E = E_0 \sin \omega_0 t$ с частотой ω_0 , близкой к плазменной частоте ω_{pe} . Для описания ленгмюровских колебаний достаточно ограничиться гидродинамическими уравнениями, усредненными по быстрому времени ω_{pe}^{-1} [2]. В линейном по нарастающим возмущениям приближении имеем

$$(1) \quad \frac{\partial \psi_k}{\partial t} + (i\omega_k + \gamma) \psi_k = - \frac{\omega_{pe}}{2n_0 k^2} (kE_0) \delta n_k e^{-i(\omega_0 - \omega_{pe})t}$$

Здесь ψ_k — фурье-компонента медленной амплитуды высокочастотной части электростатического потенциала Φ_e

$$(2) \quad \Phi_e = 1/2 (\psi e^{-i\omega t} + \psi^* e^{i\omega t})$$

δn — низкочастотная вариация плотности электронов (и ионов) относительно равновесной n_0 ($n_0 \gg \delta n$), $\omega_k = 3/2 \omega_{pe} (kr_d)^2$, γ — декремент затухания ленгмюровских волн.

Медленные движения плазмы при произвольном соотношении электронной и ионной температур следует описывать кинетически. Учтем влияние ленгмюровских колебаний на эти движения, как действие на электроны «высокочастотной» силы с потенциалом

$$(3) \quad U = \frac{e^2 E_0}{8m\omega_{pe}^2} [e^{i(\omega_0 - \omega_{pe})t} \nabla \psi + e^{-i(\omega_0 - \omega_{pe})t} \nabla \psi^*]$$

Для функций распределения $f^{e,i}$ имеем [3]

$$(4) \quad \frac{\partial f^i}{\partial t} + v_i \nabla f^i - \frac{e}{M} \nabla \Phi \frac{\partial f_0^i}{\partial v_i} = 0, \quad \frac{\partial f^e}{\partial t} + v_e \nabla f^e - \frac{1}{m} \nabla (U - e\Phi) \frac{\partial f_0^e}{\partial v_e} = 0$$

где Φ — медленная часть электростатического потенциала, $f_0^{e,i}$ — максвелловские распределения для электронов и ионов

$$(5) \quad \delta n = \int (f^{e,i} - f_0^{e,i}) dv$$

Положим

$$(6) \quad f^{e,i} - f_0^{e,i} = \delta f_{\omega k}^{e,i} e^{-i\omega t + ikr} + \delta f_{\omega k}^{*e,i} e^{i\omega t - ikr}, \quad \Phi = \Phi_{\omega k} e^{-i\omega t + ikr} + \Phi_{\omega k}^* e^{i\omega t - ikr}$$

$$\psi = \psi_+ e^{-i(\omega + \omega_0 - \omega_{pe})t + ikr} + \psi_- e^{i(\omega^* - \omega_0 + \omega_{pe})t - ikr}$$

Для комплексной частоты ω получим следующее дисперсионное уравнение:

$$(7) \quad [(\omega_{pe} + \omega_k - \omega_0)^2 - (\omega + i\gamma)^2] + (\omega_{pe} / 2n_0) (\omega_{pe} + \omega_k - \omega_0) G_{k\omega} (T_e / T_i) P = 0$$

$$(8) \quad G_{k\omega} = \frac{U_{k\omega}}{\delta n_{k\omega}} = \frac{n_0}{T_i} \left[(R - iY)^{-1} - \frac{T_e}{T_i} \left(1 - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{kv_e} \right) \right]^{-1}$$

$$(9) \quad R = \sqrt{2} \frac{\omega}{kv_i} \exp \left[-\frac{\omega^2}{2(kv_i)^2} \right] \int_0^{\omega/\sqrt{2}kv_i} \exp t^2 dt - 1$$

$$Y = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{kv_i} \exp \left[-\frac{\omega^2}{2(kv_i)^2} \right], \quad P = \frac{E_0^2}{8\pi n_0 T_e} \cos^2(\mathbf{E}_0 \mathbf{k})$$

где v_e, v_i — тепловые скорости электронов и ионов. При выводе (6), (7) положено $|\omega| \ll kv_e$; все рассмотренные ниже неустойчивости лежат в этой области частот.

Отметим, что (7) применимо лишь при $P \ll 1$, когда скорость осциллирующий электронов во внешнем поле много меньше их тепловой скорости. Дисперсионное уравнение, использованное в [4] и основанное на последовательном кинетическом подходе, отличается от (7) учетом электрон-электронных и электрон-ионных столкновений, первые из которых в большинстве случаев вносят малый по сравнению с затуханием Ландау вклад в низкочастотный декремент затухания, а вторые феноменологически учтены в (4). Кроме того, в этом уравнении удержаны малые по параметру $(m/M)^{1/2}$ поправки к электронной плазменной частоте. Упрощенное динамическое описание, основанное на усреднении по быстрому времени ω_{pe}^{-1} , сохраняет, таким образом, все черты кинетики. С другой стороны, оно позволяет сравнительно просто рассматривать нелинейную стадию развития неустойчивости.

Неустойчивости неизотермической плазмы хорошо изучены [4]. Так, при $\omega_0 - \omega_{pe} \gg \gamma$ различают аperiodическую ($\text{Re} \omega = 0$) и распадную неустойчивости. Аperiodическая неустойчивость имеет максимальный инкремент

$$(10) \quad \Gamma_{\max} = -\gamma + \omega_{pe} T_e (T_e + T_i)^{-1} P / 4$$

на поверхности

$$\omega_k + \omega_{pe} - \omega_0 = \omega_{pe} T_e (T_e + T_i)^{-1} P / 4$$

Минимальный порог $P_{\min} = 4(T_e + T_i) T_e^{-1} \gamma / \omega_{pe}$. В неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$) условие применимости (10) $kv_i \gg \Gamma$ с увеличением поля E_0 быстро нарушается. Однако при $kv_i \ll \Gamma \ll \Omega_k$ (Ω_k — частота ионного звука) формула (10), как следует из (7) — (9), остается справедливой. Характер аperiodической неустойчивости, таким образом, не зависит от соотношения температур.

Распадная неустойчивость в неизотермической плазме имеет существенно меньший порог, чем аperiodическая.

$$(11) \quad P_{\min} = 8 \frac{\gamma \gamma_s}{\omega_{pe} \Omega_k}, \quad \gamma_s = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{m}{M} \right)^{1/2} \Omega_k$$

и отвечает предельному случаю $|\omega| \gg kv_i$; γ_s — низкочастотный декремент затухания.

Максимальный инкремент достигается на поверхности

$$(12) \quad \omega_0 - \omega_{pe} = \omega_k + \Omega_k$$

$$(13) \quad \Gamma_{\max} = 1/2 [-(\gamma + \gamma_s) + \sqrt{(\gamma - \gamma_s)^2 + 1/2 P \omega_{pe} \Omega_k}]$$

На этой поверхности $\text{Re} \omega = \Omega_k$. Область применимости (13), как и (10), ограничена полями, при которых $\Omega_k \gg \Gamma$. С увеличением температуры ионов поверхность (12) оказывается в области с сильным затуханием Ландау на ионах. В этой области для выяснения характера неустойчивости необходимо исходить из точных уравнений (7), (8).

Для расстройек $\omega_0 - \omega_k - \omega_{pe} \gg \gamma$ из (7) следует, что при $\Gamma \ll \text{Re} \omega$

$$(14) \quad \omega_0 - \omega_{pe} - \omega_k = \text{Re} \omega$$

Для порогового значения поля при этом можно получить

$$(15) \quad P = 4 \frac{T_i}{T_e} \frac{\gamma}{\omega_{pe}} a \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right), \quad a = \frac{R}{R^2 + Y^2} - \frac{T_e}{T_i},$$

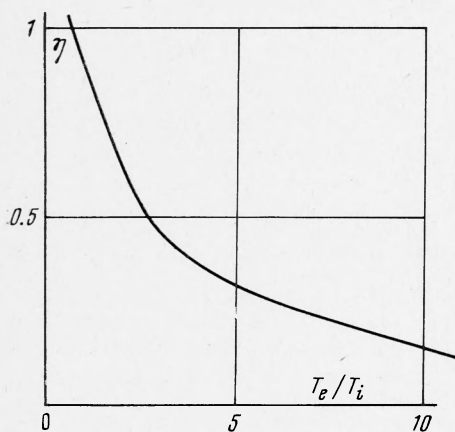
$$b = \frac{Y}{R^2 + Y^2} + \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{T_e}{T_i} \frac{\omega}{kv_e}$$

Численное решение (14), (15) позволяет определить минимальный порог и поверхность максимума инкремента в случае $T_e \sim T_i$. Вычисления показывают, что при $T_e \approx 3/4 T_i$ пороги распадной и аperiodической неустойчивостей сравниваются.

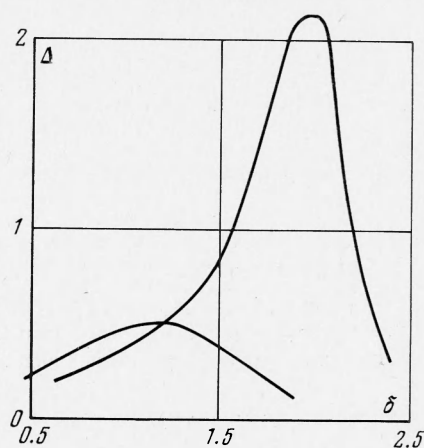
Фиг. 1 показывает зависимость отношения минимумов порогов распадной и аperiodической неустойчивостей η от соотношения температур. Сильное затухание на ионах изменяет в рассматриваемой области и зависимость инкремента от внешнего поля по сравнению с неизотермическим случаем. При $T_e \sim T_i$

$$(16) \quad \Gamma_{\max} \approx \frac{\omega_{pe}}{4} \frac{T_e}{T_i} \frac{P}{b}, \quad \text{Re } \omega \gg \Gamma \gg \gamma$$

Значение b берется на поверхности (14). Зависимость инкремента $\tilde{\Gamma} = 4 \Gamma / \omega_{pe} P$ от относительной расстройки $\delta = (\omega_k - \omega_0 + \omega_{pe}) / (T_e / M)^{1/2} k$ при значениях $T_e / T_i = 1$ и 4 изображена на фиг. 2. Условие (14), как нетрудно показать,



Фиг. 1



Фиг. 2

означает, что $|\psi_+| \ll |\psi_-|$. Таким образом, в линейном по возмущениям приближении рождаются и нарастают пары волн ($\delta n_{k\omega}$ и ψ_-) с противоположными волновыми векторами, сумма фаз которых, как видно из (8), является вполне определенной величиной. Этот факт, очевидно, не связан с кинетикой.

Итак, в изотермической плазме следует различать две неустойчивости, имеющие сравнимые пороги, одинаковую зависимость инкрементов от внешнего поля и развивающиеся в разных областях K — пространства. Возмущения с волновыми векторами на поверхности $\omega_k = \omega_0 - \omega_{pe}$, разделяющей указанные выше области, в рамках (7) вообще не возбуждаются.

Приведенные выводы необходимы для исследования нелинейной стадии развития неустойчивости.

В заключение автор благодарит В. Е. Захарова за постановку задачи и полезное обсуждение, а также А. М. Рубенчика за ценные замечания.

Поступила 20 IX 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Оравский В. Н., Сагдеев Р. З. Об устойчивости установившихся продольных колебаний плазмы. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, вып. 11.
2. Захаров В. Е. Коллапс ленгмюровских сил. ЖЭТФ, 1972, т. 62, вып. 5.
3. Литвак А. Г., Трахтенгерц В. Ю. Об индуцированном рассеянии волн и нагреве плазмы когерентным излучением. ЖЭТФ, 1971, т. 60, вып. 5.
4. Андреев Н. Е., Кирий А. Ю., Силин В. П. Параметрическое возбуждение продольных колебаний в плазме слабым высокочастотным электрическим полем. ЖЭТФ, 1969, т. 57, вып. 3.