РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2019 № 1

ГОРНАЯ ТЕПЛОФИЗИКА

УДК 622.45

КАЛИБРОВКА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОРОДНОГО МАССИВА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ФОРМИРОВАНИЯ ЛЕДОПОРОДНОГО ОГРАЖДЕНИЯ СТРОЯЩИХСЯ ШАХТНЫХ СТВОЛОВ

Л. Ю. Левин, М. А. Семин, А. В. Зайцев

Горный институт УрО РАН, E-mail: aerolog_lev@mail.ru,
ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия

Выполнено моделирование процессов теплообмена, происходящих во влагонасыщенном породном массиве при проходке шахтных стволов методом искусственного замораживания пород. Рассмотрен вопрос калибровки теплофизических свойств слоев горных пород по данным экспериментальных измерений температур в контрольно-термических скважинах, расположенных на расстоянии от контура заморозки. На примере строящихся стволов рудника Нежинского ГОКа показана важность калибровки теплофизических параметров модели, взятых из инженерно-геологических изысканий. Определено количество независимых параметров калибровки на основании анализа системы уравнений двухфазной двумерной задачи Стефана в безразмерном виде. Сформулирована обратная задача Стефана для горизонтального слоя горных пород. Предложен численный алгоритм решения обратной задачи Стефана, основанный на методе градиентного спуска. Алгоритм осуществляет минимизацию функционала рассогласований между модельными и измеренными температурами в местах расположения контрольных скважин. Проведен анализ вида функционала рассогласований в фазовом пространстве теплофизических свойств и анализ сходимости предложенного алгоритма.

Ледопородное ограждение, обратная задача Стефана, калибровка параметров модели, метод градиентного спуска, метод конечных разностей, шахтный ствол

DOI: 10.15372/FTPRPI20190119

Внедрение сложных технологических систем в любой отрасли и, в частности, горном деле не обходится без предварительного математического моделирования сопутствующих физических и технологических процессов, прогнозирования параметров системы в будущем. Это делается с целью минимизации материальных затрат и рисков возникновения аварий.

В настоящей работе проводится математическое моделирование теплообменных процессов во влагонасыщенном породном массиве при строительстве шахтных стволов методом искусственного замораживания горных пород [1]. При применении данного метода по контуру запроектированного к проходке ствола бурятся скважины, в которые опускаются замораживаю-

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 17-11-01204).

щие колонки. За счет работы замораживающих станций по колонкам осуществляется циркуляция хладоносителя (рассола). В результате циркуляции охлаждающего рассола в замораживающей колонке окружающий ее породный массив постепенно охлаждается, а содержащаяся в массиве вода кристаллизуется. По истечении некоторого времени вокруг замораживающих колонок образуются одиночные ледопородные цилиндры, которые в дальнейшем смыкаются, формируя ледопородное ограждение. Последнее служит для предотвращения поступления грунтовых вод в выработку строящегося ствола в течение всего процесса строительства вплоть до возведения тюбинговых колонн и герметизации их стыков (рис. 1).

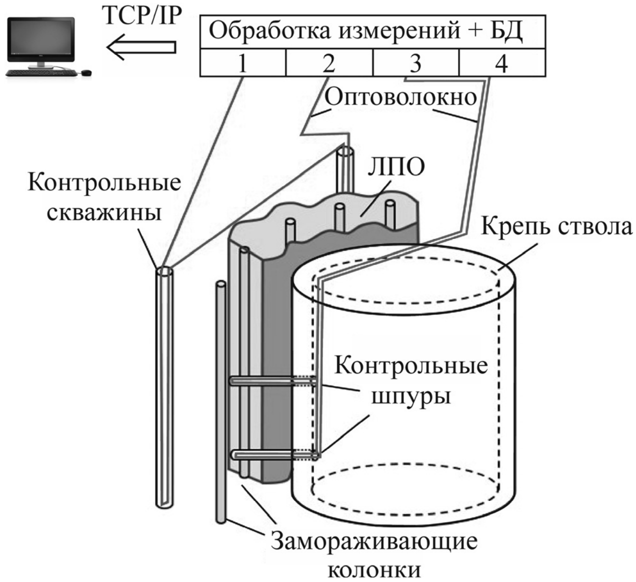

Рис. 1. Система искусственного замораживания породного массива вблизи строящегося ствола, система мониторинга состояния ледопородного ограждения (ЛПО)

При проходке шахтных стволов методом искусственного замораживания пород необходим систематический контроль за их состоянием [2]. Существует ряд способов контроля, наиболее современным из которых является непрерывный мониторинг температуры породного массива с помощью контрольно-термических скважин, расположенных на некотором удалении от контура замораживающих колонок (рис. 1) [3].

Перед началом строительства ствола на промплощадке проводятся инженерно-геологические изыскания: исследования физико-механических, теплофизических, минералого-петрографических свойств образцов горных пород, отобранных из скважин. Теплофизические параметры слоев горных пород, получаемые в результате инженерно-геологических изысканий, зачастую имеют высокую погрешность, а математические модели, описывающие тепло- и массообменные процессы в горных породах и построенные с использованием этих параметров, оказываются неэффективны при решении практических задач.

Результаты анализа данных по замораживанию породного массива, полученные в ходе мониторинга температуры около строящихся стволов № 1 – 2 рудника Нежинского ГОКа, показывают существенную разницу между начальными значениями теплофизических параметров, взятыми из инженерно-геологических изысканий, и их откалиброванными значениями по измеренным температурам пород в контрольно-термических скважинах. На рис. 2 представлен сравнительный анализ рассогласования изначальных и откалиброванных свойств различных слоев горных пород в терминах безразмерных теплофизических комплексов (чисел Фурье Fo и Стефана Ste), определяемых по формулам:

$$\mathrm{Fo}_i = \frac{\lambda_i t_\Sigma}{\rho_i c_i l^2}, \quad \mathrm{Ste}_i = \frac{c_i (T_0 - T_F)}{wL}, \tag{1}$$

где ρ — плотность массива, кг/м^3; c — теплоемкость массива, Дж/(°С·кг); λ — теплопроводность массива, Вт/(°С·м); w — влагосодержание массива, кг/кг; L — удельная теплота фазового перехода, Дж/кг; T_0 — температура непотревоженного массива, °С; T_F — температура заморозки, °С; t_Σ — характерное время (время моделирования), с; l — характерный размер расчетной области, м.

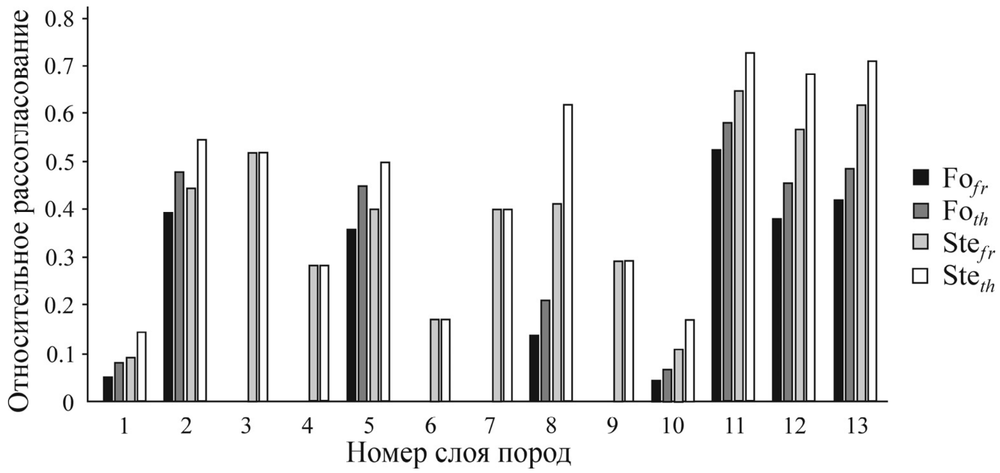

Рис. 2. Относительные рассогласования теплофизических свойств слоев горных пород для условий промплощадки рудника Нежинского ГОКа: Fo_{fr}, Ste_{fr} — числа Фурье и Стефана для мерзлого массива; Fo_{th}, Ste_{th} — числа Фурье и Стефана для талого массива

Из рис. 2 видно, что относительное рассогласование достигает 70 %. Достоверно определить относительное рассогласование отдельно взятых физических свойств оказалось затруднительно, так как поле температур зависит от комбинации теплофизических свойств в (1).

Калибровка проводилась путем минимизации критерия рассогласования температур I на контрольных скважинах, измеренных экспериментально и рассчитанных теоретически путем решения прямой задача Стефана:

$$I = \sum_{i=1}^{N_c} \int_0^{t_\Sigma} (T_i^{(e)} - T_i^{(m)}) dt \,. \tag{2}$$

Здесь $T_i^{(m)}$, $T_i^{(e)}$ — модельная и экспериментальная температуры на i-й скважине, °С; N_c — количество контрольных скважин; t_Σ — время заморозки, сут. Постановка прямой задачи Стефана, использованной в [3], будет рассмотрена далее.

Результаты моделирования динамики формирования ледопородного ограждения, полученные по начальным инженерно-геологическим и по калиброванным значениям, существенно различаются между собой. Это свидетельствует о необходимости проведения калибровки теплофизических параметров слоев горных пород, полученных из инженерно-геологических изысканий, перед их использованием для прогнозирования времени формирования ледопородного ограждения требуемой толщины и определения энергоэффективных режимов работы замораживающих станций.

Вопрос калибровки теплофизических свойств горных пород применительно к проблеме контроля формирования ледопородного ограждения в существующей литературе ранее не рассматривался. Имеющиеся работы по ледопородному ограждению либо посвящены вопросам решения прямой задачи Стефана с использованием заданных теплофизических свойств горных пород, которые принимаются за истинные [4 – 8], либо содержат описание экспериментальных исследований состояния ледопородного ограждения и технологии проходки стволов [1, 5, 9, 10].

Настоящая работа посвящена выбору параметров калибровки из множества теплофизических свойств слоев горных пород и построению автоматизированного метода калибровки теплофизических свойств, основанного на решении коэффициентной обратной задачи Стефана.

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ КАЛИБРОВКИ

Параметрами калибровки выступают теплофизические свойства слоев горных пород — теплоемкость, теплопроводность, плотность, влагосодержание. Повышенная погрешность их определения в ходе инженерно-геологических изысканий вызвана следующими факторами [11]:

1. Недостаточностью выборки образцов керна и недостаточным количеством пройденных контрольно-стволовых скважин перед строительством ствола;

2. Неоднородностью и анизотропностью реального породного массива.

Дополнительными факторами, приводящими к погрешности математической модели и также требующими калибровки параметров модели, являются технологические факторы:

3. Наличие пустот между породным массивом и стенками замораживающих скважин вследствие некачественного выполнения работ по цементированию затрубного пространства скважин;

4. Наличие отклонения положений осей скважин от вертикали, обусловленного несовершенством процедуры бурения скважин, и погрешность в измерении этого отклонения (погрешность инклинометрии скважин).

Третий фактор ухудшает интенсивность теплообмена, в то время как четвертый приводит к погрешности при локализации источников теплоты для каждого слоя горных пород. Рассмотрение технологических факторов 2 – 4 указывает на то, что теплофизические свойства среды, которые требуется определить в ходе процедуры калибровки, не будут являться истинными теплофизическими свойствами этой среды, а будут иметь некоторые эффективные значения.

Количество параметров, по которым можно провести калибровку математической модели, определяется исходя из вида самой математической модели, а именно из количества независимых безразмерных комплексов, от которых зависит получаемое решение — распределение температур и концентрации замерзшей фазы.

Для выбора параметров калибровки сформулируем математическую модель теплообменных процессов, протекающих во влагонасыщенном горизонтальном слое породного массива с изотропными и однородными свойствами при его искусственном замораживании (рис. 3). Принимается, что теплообмен в вертикальном направлении пренебрежимо мал по сравнению с горизонтальным направлением [7], что позволяет перейти к двухмерной постановке. Миграция влаги под действием градиентов давления и температуры не рассматривается. Также принимается, что фазовый переход протекает в заданном интервале температур по линейному закону [12, 13], что выражается следующей функциональной зависимостью удельной энтальпии H от температуры T:

$$H(T) = \begin{cases} \rho_{th} c_{th} (T - T_{p2}) + \rho_{th} wL, & T_{p2} < T, \\ \rho_{th} wL\phi_{ice}, & T_{p1} < T < T_{p2}, \\ \rho_{fr} c_{fr} (T - T_{p1}), & T < T_{p1}. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь ρ — плотность, кг/м^3; c — массовая теплоемкость грунта, Дж/(°С·кг); w — влагосодержание грунта, кг/кг; L — удельная теплота фазового перехода, Дж/кг; T_{p1}, T_{p2} — температура начала и конца кристаллизации, °С; ϕ_{ice} — концентрация твердой фазы грунтовых вод. Индекс “*th*” соответствует талым породам, “*fr*” — замерзшим.

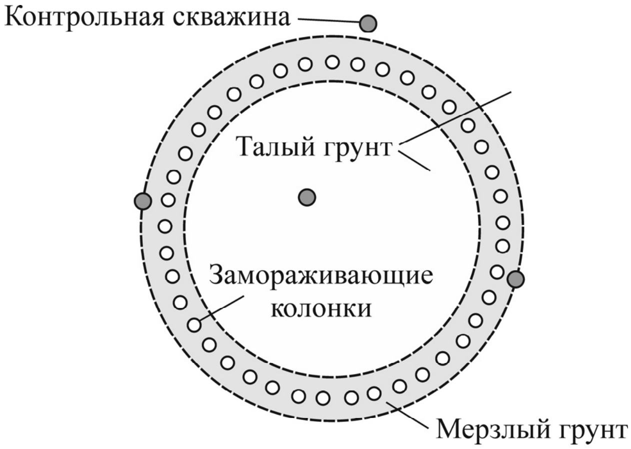

Рис. 3. Горизонтальный слой массива, контур замораживающих колонок, контрольные скважины

Предполагается, что концентрация льда в пористом массиве увеличивается линейно при уменьшении температуры, поскольку это хорошо согласуется с лабораторными тестами для образцов рассматриваемых горных пород. В ряде случаев концентрация льда может увеличиваться по более выраженному нелинейному закону [14].

В соответствии с (3) формулировка математической модели делается в энтальпийном виде [3, 15 – 17]:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right], \tag{4}$$

$$\left.\left[\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial n} - \alpha(T_F - T)\right]\right|_{\Omega_F} = 0\,, \tag{5}$$

$$T\big|_{\Omega_{out}} = T_0\,, \tag{6}$$

$$T\big|_{t=0} = T_0\,, \tag{7}$$

$$\phi_{ice}(H) = \begin{cases} 1, \quad H < 0, \\ \dfrac{H}{\rho_{th} wL}, \quad 0 < H < \rho_{th} wL, \\ 0, \quad \rho_{th} wL < H, \end{cases} \tag{8}$$

где $\lambda(\phi_{ice}) = \phi_{ice}\lambda_{fr} + (1-\phi_{ice})\lambda_{th}$ — функция теплопроводности породного массива от концентрации фазы льда, Вт/(°С·м); t — физическое время, с; α — коэффициент теплоотдачи, Вт/(°С·м^2); T_0 — температура непотревоженного массива, °С; T_F — температура рассола в замораживающих колонках, °C; (x, y) — физические координаты, м; $\Omega_F = \bigcup \Omega_{Fi}$ — границы со всеми замораживающими колонками $i = 1, ..., N$; Ω_{out} — внешняя граница области моделирования; n — координата вдоль нормали к Ω_F, м.

Для перехода к записи системы уравнений $(3)-(8)$ в безразмерном виде вводятся безразмерные переменные

$$X = \frac{x}{l}, \quad Y = \frac{y}{l}, \quad N = \frac{n}{l}, \quad \tau = \frac{t}{t_\Sigma}, \quad \Theta = \frac{T - T_0}{T_F - T_0}, \quad \mathrm{H} = \frac{H}{\rho_{th} w L}. \tag{9}$$

Индекс i принимает значения "*th*" или "*fr*"; t_Σ — общее время моделирования, с; l — характерная длина (в ее качестве может использоваться радиус проектного контура замораживающих колонок), м.

Двумерная двухфазная задача Стефана $(3)-(8)$ в безразмерных координатах для горизонтального слоя горных пород имеет следующий вид:

$$\frac{\partial \mathrm{H}(\Theta)}{\partial \tau} = \mathrm{Fo}_{th}\mathrm{Ste}_{th}\left\{\frac{\partial}{\partial X}\left[1 + \phi_{ice}\left(\frac{\lambda_{fr}}{\lambda_{th}} - 1\right)\right]\frac{\partial \Theta}{\partial X} + \frac{\partial}{\partial Y}\left[1 + \phi_{ice}\left(\frac{\lambda_{fr}}{\lambda_{th}} - 1\right)\right]\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right\}, \tag{10}$$

$$\left[\frac{\partial \Theta}{\partial N} - \mathrm{Bi}(\Theta_F - \Theta)\right]\Bigg|_{\Omega_F} = 0, \tag{11}$$

$$\Theta\big|_{\Omega_{out}} = 0, \tag{12}$$

$$\Theta\big|_{\tau=0} = 0, \tag{13}$$

$$\mathrm{H}(\Theta) = \begin{cases} \mathrm{Ste}_{th}(\Theta - \Theta_{p2}) + 1, & \Theta_{p2} < \Theta, \\ \phi_{ice}, & \Theta_{p1} < \Theta < \Theta_{p2}, \\ \dfrac{\mathrm{Ste}_{fr}(\Theta - \Theta_{p1})\rho_{fr}}{\rho_{th}}, & \Theta < \Theta_{p1}, \end{cases} \tag{14}$$

$$\phi_{ice}(\mathrm{H}) = \begin{cases} 1, & \mathrm{H} < 0, \\ \mathrm{H}, & 0 < \mathrm{H} < 1, \\ 0, & 1 < \mathrm{H}, \end{cases} \tag{15}$$

где τ — безразмерная переменная времени; X, Y — безразмерные координаты; $\Theta_F = 1$ — безразмерная температура замораживания; $\Theta_0 = 0$ — безразмерная температура непотревоженного массива; $\Omega_F = \bigcup \Omega_{Fi}$ — границы со всеми замораживающими колонками $i = 1, ..., N$; Ω_{out} — внешняя граница области моделирования; N — безразмерная координата вдоль нормали к Ω_F; $\mathrm{Bi} = \alpha l / \lambda_{fr}$ — безразмерное число Био.

Система уравнений $(10)-(15)$ позволяет найти распределение температур Θ как функцию двух безразмерных координат X и Y, двух безразмерных температур фазового перехода Θ_{p1}, Θ_{p2} и шести безразмерных комплексов Fo_{th}, Ste_{th}, Ste_{fr}, Bi, ρ_{fr} / ρ_{th}, $\lambda_{fr} / \lambda_{th}$. В условиях высокого гидростатического напряжения горных пород на глубине плотность горных пород меняется несущественно и комплекс ρ_{fr} / ρ_{th} можно исключить из рассмотрения.

Поскольку в рассматриваемой модели отсутствует миграция влаги, влагосодержание водонасыщенного массива в твердой и жидкой фазах будет одинаковым. В этом случае вместо критерия $\lambda_{fr} / \lambda_{th}$ можно взять Fo_{fr}, выражаемый через другие критерии:

$$\frac{\mathrm{Fo}_{fr}}{\mathrm{Fo}_{th}} \frac{\mathrm{Ste}_{fr}}{\mathrm{Ste}_{th}} = \frac{\dfrac{\lambda_{fr} t_\Sigma}{\rho c_{fr} l^2} \dfrac{c_{fr}(T_F - T_0)}{wL}}{\dfrac{\lambda_{th} t_\Sigma}{\rho c_{th} l^2} \dfrac{c_{th}(T_F - T_0)}{wL}} = \frac{\lambda_{fr}}{\lambda_{th}}. \tag{16}$$

Это выражение записано при условии равных плотностей массива в талом и мерзлом состояниях.

С учетом принимаемых упрощений решение задачи (10) – (15) зависит от 5 безразмерных комплексов, в которых содержится информация о теплофизических свойствах рассматриваемой среды: Fo_{th}, Fo_{fr}, Ste_{th}, Ste_{fr}, Bi, а также от двух безразмерных температур Θ_{p1}, Θ_{p2}, характеризующих фазовый переход.

В наиболее простом случае в качестве параметров калибровки модели теплопереноса в системе “массив – система замораживающих скважин” может быть взято до 5 теплофизических свойств, входящих в безразмерные комплексы, представленные выше. В более сложном случае дополнительно может быть рассмотрено условие минимального интегрального отклонения калибруемых теплофизических параметров p_i от своих начальных значений $p_i^{(0)}$, полученных из инженерно-геологических изысканий. Например, можно выбрать следующий функционал:

$$F = \sqrt{\sum_i (p_i - p_i^{(0)})^2} \to \min. \tag{17}$$

В этом случае количество параметров калибровки может быть выбрано большим.

В настоящем исследовании не будут рассматриваться условия минимального интегрального отклонения калибруемых теплофизических параметров от своих начальных значений. Также принимается, что температуры начала и конца фазового перехода Θ_{p1} и Θ_{p2} неизменны.

ПОСТАНОВКА ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

Целью анализа прямой задачи Стефана в безразмерных величинах было определение количества безразмерных комплексов, от которых зависит решение — поле температур. Эта цель достигнута, поэтому для удобства сделаем переход обратно к системе размерных величин.

Калибровка теплофизических параметров задачи (3) – (8) представляет собой решение коэффициентной обратной задачи Стефана [18, 19]. Для формулировки обратной задачи переопределим прямую задачу (3) – (8) посредством введения заданных измеренных температур $T_i^{(c)}(t)$ в месте расположения (x_t, y_i) каждой контрольной скважины № i:

$$T(t, x, y) = T_i^{(c)}(t), \quad i = 1, \dots, N_C, \tag{18}$$

N_C — количество контрольных скважин.

Решение обратной задачи Стефана состоит в определении поля температур $T(t, x, y)$ и значений теплофизических параметров массива, удовлетворяющих системе уравнений (3) – (8), (18). В данной работе вместо жесткого условия (18) рассматривался функционал рассогласований теоретических и экспериментально измеренных температур в контрольных скважинах (2). Решение обратной задачи Стефана заключается в минимизации функционала (2) с учетом условий (3) – (8) [18, 20].

ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИОНАЛА РАССОГЛАСОВАНИЙ ТЕМПЕРАТУР

Исследовался вид функционала I в фазовом пространстве теплофизических свойств массива. Проведен многопараметрический численный расчет прямой двумерной задачи Стефана для горизонтального слоя горных пород. Применялся метод конечных разностей, явная схема для энтальпийной постановки задачи Стефана на регулярной неоднородной декартовой сетке со сгущениями вблизи замораживающих скважин (рис. 4). Выбор в пользу декартовой сетки в данном случае обусловлен тем, что с увеличением глубины замораживающие колонки существенно смещаются относительно изначального идеального кругового контура, вследствие чего преимущество, к примеру, полярной сетки пропадает.

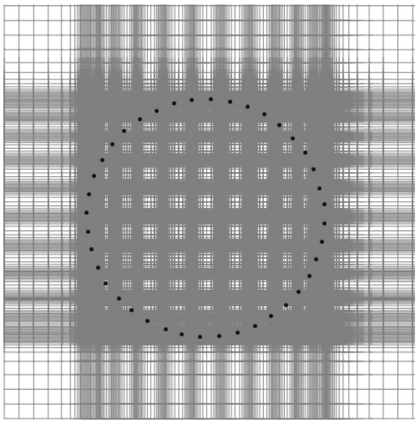

Рис. 4. Конечно-разностная сетка

Размер сетки на удалении от скважин и сгущение вблизи скважин выбирались на основании предварительных расчетов таким образом, чтобы обеспечить распределение температур, не зависящее от свойств сетки. На границе с замораживающими скважинами тепловой поток рассчитывался по эффективной площади теплообмена, образованной гранями ячеек, граничных со скважинами (рис. 5). При расчете величины теплового потока через эффективную площадь использовался понижающий коэффициент, равный отношению физической площади теплообмена к эффективной.

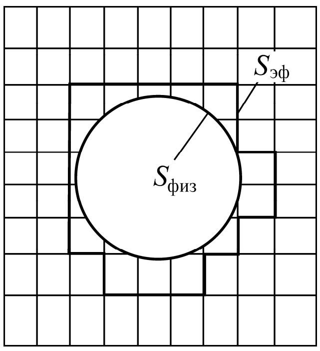

Рис. 5. Физическая $S_{физ}$ и эффективная $S_{эф}$ поверхности теплообмена замораживающих скважин

Количество ячеек в итоговом варианте сетки, принятой для расчетов, составило 172 040. Проведена оценка качества сетки по критерию Maximum aspect ratio, равному для случая регулярной сетки максимальному соотношению двух характерных сторон ячеек. Величина критерия для всех ячеек сетки составляет не более 20, что является допустимым.

При численном решении системы (3) – (8) использовалась явная схема первого порядка по времени и второго по пространству. Для ускорения расчетов выполнялось распараллеливание на ядрах центрального процессора с помощью библиотеки TPL.Net Framework.

В результате многопараметрического численного расчета прямой задачи Стефана получены зависимости функционала рассогласований температур от теплофизических свойств — теплопроводностей и теплоемкостей мерзлого и талого массива, влагосодержания (рис. 6). Расчет проводился для следующего набора параметров: радиус замораживающих скважин — 0.073 м; количество замораживающих скважин — 41; радиус кругового контура замораживающих скважин — 8.5 м; ширина и высота расчетной области — 30 м; плотность массива в талом и мерзлом состоянии — 2000 кг/м^3; влагосодержание массива в талом и мерзлом состоянии — 0.2 кг/кг; температура рассола в замораживающих скважинах — –20 °С; расход рассола в замораживающих скважинах — 10 м^3/ч; температура непотревоженного массива — +10 °С; температура начала кристаллизации грунтовых вод — 0 °С; температура полной кристаллизации грунтовых вод — –1 °С; количество контрольных скважин — 1.

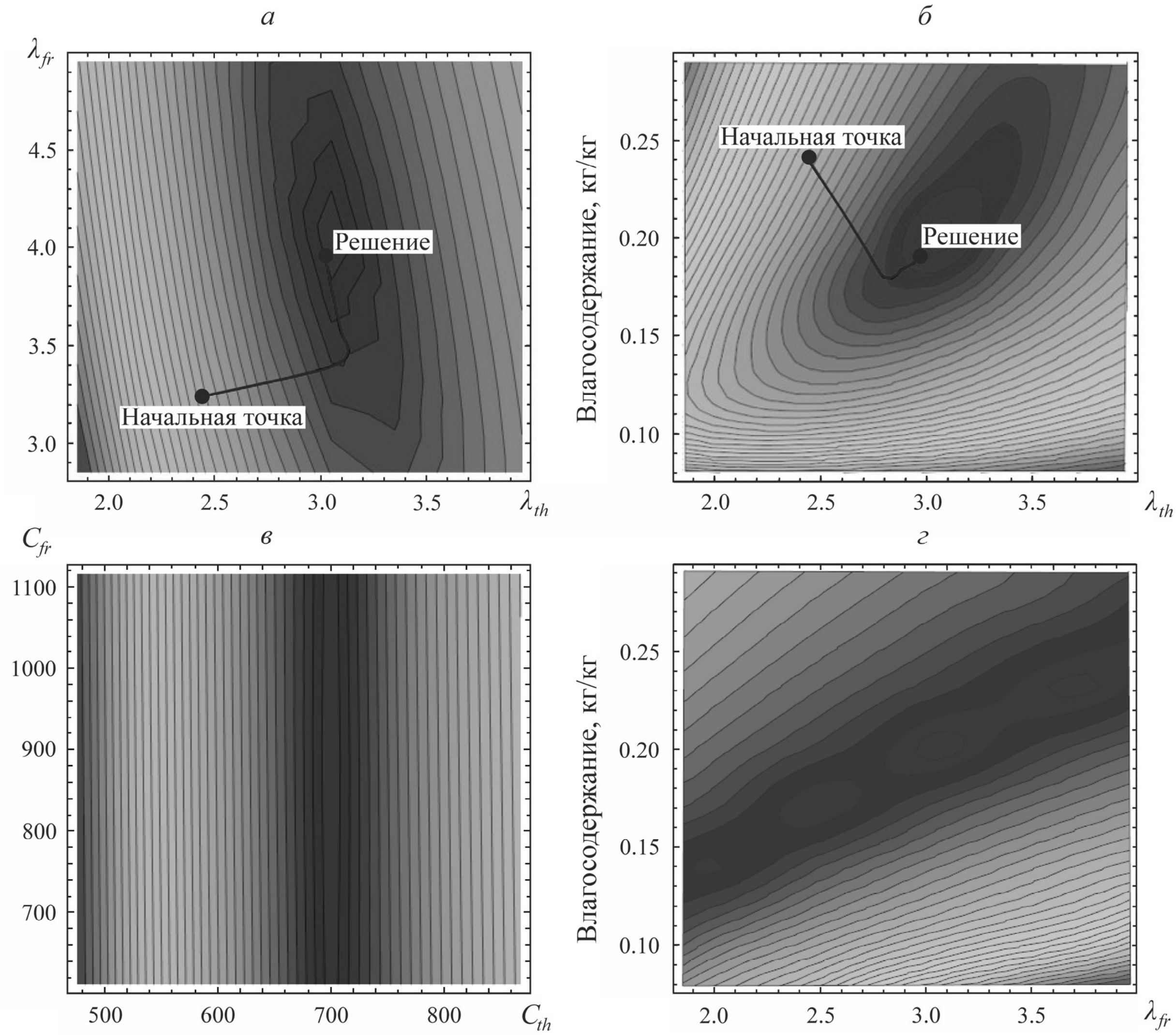

Рис. 6. Функционал рассогласований температуры пород на контрольно-термических скважинах: *а* — как функция теплопроводностей талого и мерзлого массива; *б* — как функция теплопроводности талого массива и влагосодержания; *в* — как функция теплоемкостей талого и мерзлого массива; *г* — как функция влагосодержания и теплопроводности мерзлого массива

В качестве замеренной температуры на контрольной скважине принималась функция $T_c(t)$, полученная в результате решения прямой задачи Стефана, для параметров: теплоемкость талого грунта — 900 Дж/(кг·°C); теплоемкость мерзлого грунта — 700 Дж/(кг·°C); теплопроводность талого грунта — 3 Вт/(м·°C); теплопроводность мерзлого грунта — 4 Вт/(м·°C) (рис. 7).

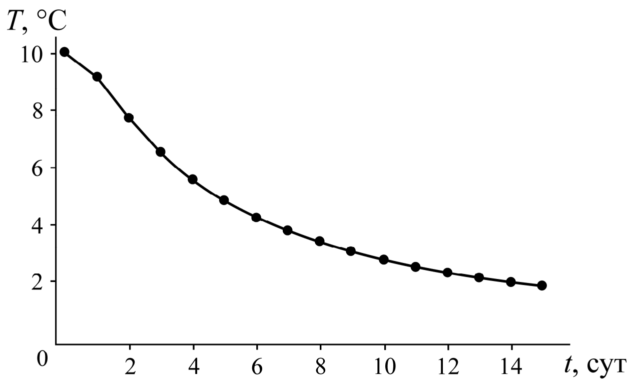

Рис. 7. Зависимость температуры породного массива от времени на модельной контрольной скважине

Функционал рассогласований температуры имеет ярко выраженный минимум на фазовой плоскости изменения теплопроводностей грунта (рис. 6*а*). С течением времени изолинии функционала рассогласования на плоскости теплопроводностей грунта стремятся от вытянутой эллипсоидальной формы к круговой, что обусловлено увеличением зоны мерзлого грунта и повышением влияния теплопроводности мерзлого грунта на поле температур [21]. На малых временах моделирования, когда зона льда занимает сравнительно малую часть расчетной области, влияние теплопроводности мерзлого грунта проявляется в граничном условии на скважинах, определяемом числом Био, и на фронте фазового перехода в комплексе $\mathrm{Fo}_{fr}\mathrm{Ste}_{fr}$. В рассматриваемом диапазоне параметров (рис. 6) малым временем моделирования является время в интервале от 0 до 30 сут.

Функционал рассогласований температуры почти не зависит от теплоемкости мерзлого массива для рассматриваемого случая, что связано с тем, что на малых временах моделирования распределение температур в зоне льда устанавливается намного быстрее, чем движется граница фазового перехода (рис. 6*в*). Следовательно, теплопроводность мерзлого грунта как мера инертности распределения теплоты в нем не играет в данном диапазоне значений существенной роли.

При малых временах моделирования также наблюдается неоднозначность в определении влагосодержания и теплопроводности мерзлого массива (рис. 6*г*). При рассмотрении влагосодержания и теплопроводности талого массива такой неоднозначности не выявлено и функционал (1) имеет явный минимум (рис. 6*б*). Это обусловлено тем, что при малых временах решение зависит от комплекса $\mathrm{Fo}_{fr}\mathrm{Ste}_{fr}$ (тепловой поток к мерзлому грунту), в котором влагосодержание и теплопроводность мерзлого массива присутствуют только в виде отношения.

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ СТЕФАНА

Минимизация функционала (2) в фазовом пространстве теплофизических свойств породного массива осуществлялась с использованием модификации метода градиентного спуска. На каждой итерации алгоритма $N+1$ раз решается прямая задача Стефана для определения частных производных функционала F по N различным параметрам минимизации.

Пусть $\mathbf{p} = (p_1, ..., p_n)$ — вектор калибруемых параметров задачи; I — текущее значение функционала рассогласования, представляющее собой также ошибку расчета обратной задачи; $\varepsilon_{\max}$ — максимально допустимая ошибка решения обратной задачи. Тогда предложенный алгоритм включает в себя следующие шаги:

1. Определение начальных приближений $\mathbf{p}^0$.

2. Расчет прямой задачи Стефана, определение текущей ошибки I по формуле (2), сравнение с максимально допустимой ошибкой $\varepsilon_{\max}$. Если $I < \varepsilon_{\max}$, то требуемая точность достигнута и следует завершить расчет, иначе — переход к шагу 3.

3. Выбор малых отклонений калибруемых параметров $\Delta\mathbf{p}^k$ на k-й итерации алгоритма. Расчет прямой задачи Стефана для каждой компоненты вектора $\Delta\mathbf{p}^k$. Вычисление частных производных функционала I:

$$\frac{\Delta I^k}{\Delta p_i} = \frac{I(p_i^k + \Delta p_i) - I(p_i^k)}{\Delta p_i}, \quad \nabla I^k = \left(\frac{\Delta I^k}{\Delta p_1}, ..., \frac{\Delta I^k}{\Delta p_n}\right). \tag{19}$$

4. Расчет новых значений калибруемых параметров на $(k+1)$-й итерации задачи по формуле

$$\Delta\mathbf{p}^k = \mu\Delta\mathbf{p}^{k-1} + (1-\mu) I^k \frac{\nabla I^k}{\left|\nabla I^k\right|}, \quad \mathbf{p}^{k+1} = \mathbf{p}^k + \sigma\Delta\mathbf{p}^k, \tag{20}$$

где $\mu \in [0, 1)$ — параметр, характеризующий фактор предыстории; $\sigma > 0$ — параметр, определяющий скорость градиентного “спуска”.

5. Проверка на вхождение параметров калибровки в область допустимых значений:

$$p_i^k \in [p_{i\,\min}, p_{i\,\max}], \quad i = 1, ..., N_C. \tag{21}$$

6. Если превышено максимальное количество итераций, то необходимо завершить расчет, иначе — возврат к шагу 2.

На рис. 6*а*, *б* представлено решение обратной задачи Стефана с помощью данного алгоритма для параметров $\mu = 0.4$ и $\sigma = 1$.

Алгоритм решения обратной задачи Стефана реализован на языке C# в среде Visual Studio и включен в качестве основного расчетного модуля программного комплекса “FrozenWall”, разработанного в Горном институте УрО РАН.

ВЫВОДЫ

Выполнена постановка прямой двумерной двухфазной задачи Стефана в безразмерных координатах. На основании того факта, что в данной задаче присутствует 5 различных безразмерных комплексов, характеризующих теплофизические свойства породного массива, сделан вывод, что в предложенной постановке задачи следует калибровать не более 5 различных независимых теплофизических свойств. Калибровка параметров фазового перехода “вода – лед” в работе не рассматривалась.

Постановка обратной задачи Стефана заключалась в минимизации функционала рассогласования численно рассчитанных и экспериментально измеренных температур в контрольных скважинах. Исследованы свойства функционала рассогласования. Получено, что на начальном этапе формирования ледопородного ограждения при малых временах (до 30 сут.) не следует калибровать теплоемкость мерзлого грунта, а также не следует одновременно калибровать влагонасыщенность и теплопроводность мерзлого грунта.

Сформулирован итерационный алгоритм решения обратной задачи Стефана. Представленный алгоритм в составе программного комплекса “FrozenWall” использован для корректировки теплофизических параметров слоев породного массива при проходке шахтных стволов рудника Нежинского ГОКа методом искусственного замораживания. В результате математического прогнозирования состояния ледопородного ограждения с использованием откалиброванных свойств определялся временной промежуток, в течение которого формируется ледопородное ограждение заданной толщины, после чего выданы рекомендации по началу проходки стволов № 1 – 2.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Трупак Н. Г.** Замораживание горных пород при проходке стволов. — М.: Углетехиздат, 1954. — 896 с.
2. **Правила** безопасности при строительстве подземных сооружений ПБ 03-428-02. Утв. Постановлением Госгортехнадзора РФ от 02.11.2001, № 49. — 167 с.
3. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Зайцев А. В.** Контроль и прогноз формирования ледопородного ограждения с использованием оптоволоконных технологий // Стратегия и процессы освоения георесурсов: сб. науч. тр. — Пермь: ГИ УрО РАН, 2016. — С. 236 – 238.
4. **Амосов П. В., Лукичев С. В., Наговицын О. В.** Влияние пористости породного массива и температуры хладоносителя на скорость создания сплошного ледопородного ограждения // Вестн. КНЦ РАН. — 2016. — № 4 (27). — С. 43 – 50.
5. **Гендлер С. Г.** Обеспечение комплексной безопасности при освоении минерально-сырьевых и пространственных ресурсов недр // Горн. журн. — 2014. — № 5. — С. 5 – 6.
6. **Sopko J.** Coupled heat transfer and groundwater flow models for ground freezing design and analysis in construction, Geotech. Frontiers, 2017. — 11 p.
7. **Vitel M., Rouabhi A., Tijani M., and Guerin F.** Modeling heat transfer between a freeze pipe and the surrounding ground during artificial ground freezing activities, Comput. Geotech., 2015, Vol. 63. — P. 99 – 111.
8. **Kim Y. S., Kang J. M., Lee J., Hong S., and Kim K. J.** Finite element modeling and analysis for artificial ground freezing in egress shafts, J. Civ. Eng., 2012, Vol. 16, No. 6. — P. 925 – 932.
9. **Schmall P. C. and Maishman D.** Ground freezing a proven technology in mine shaft sinking, Tunnels and Underground Construction Magazine, 2007, Vol. 59, No. 6. — P. 25 – 30.
10. **Иголка Д. А., Иголка Е. Ю., Лукша Е. М., Кологривенко А. А.** Влияние температуры ледопородного ограждения при расчете крепи шахтных стволов // Горная механика и машиностроение. — 2014. — № 3. — С. 36 – 41.
11. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С., Колесов Е. В.** Метод решения обратной задачи Стефана для контроля состояния ледопородного ограждения при проходке шахтных стволов // Геология, нефтегазовое и горное дело. — 2017. — Т. 16. — № 3. — С. 255 – 267.
12. **Jame Y. W.** Heat and mass transfer in freezing unsaturated soil. Ph.D. dissertation, University of Saskatchewan, 1977. — 212 p.
13. **McKenzie J. M., Voss C. I., and Siegel D. I.** Groundwater flow with energy transport and water-ice phase change: numerical simulations, benchmarks, and application to freezing in peat bogs, Adv. Water Resour., 2007, Vol. 30, No. 4. — P. 966 – 983.
14. **Kurylyk B. L. and Watanabe K.** The mathematical representation of freezing and thawing processes in variably-saturated, non-deformable soils, Adv. Water Resour., 2013, Vol. 60. — P. 160 – 177.

15. **Дмитриев А. П., Гончаров С. А.** Термодинамические процессы в горных породах. — М.: Недра, 1990. — 360 с.
16. **Будак Б. М., Соловьева Е. Н., Успенский А. Б.** Разностный метод со сглаживанием коэффициентов для решения задач Стефана // ЖВМиМФ. — 1965. — Т. 5. — № 5. — С. 828 – 840.
17. **Shamsundar N. and Sparrow E. M.** Analysis of multidimensional conduction phase change via the enthalpy model, J. Heat Transfer, 1975, Vol. 97, No. 3. — P. 333 – 340.
18. **Алифанов О. М.** Обратные задачи теплообмена. — М.: Машиностроение, 1988. — 280 с.
19. **Tikhonov A. N. and Arsenin V. Y.** Solutions of ill-posed problems, Winston & Sons, Washington, DC, 1977. — 258 p.
20. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Богдан С. И., Зайцев А. В.** Решение обратной задачи Стефана при анализе замораживания грунтовых вод в породном массиве // ИФЖ. — 2018. — Т. 91. — № 3. — С. 655 – 663.
21. **Левин Л. Ю., Семин М. А., Паршаков О. С.** Математическое прогнозирование толщины ледопородного ограждения при проходке стволов // ФТПРПИ. — 2017. — № 5. — С. 154 – 161.

Поступила в редакцию 18/I 2018
После доработки 23/I 2019
Принята к публикации 29/I 2019