

О ВОЛНОВОМ ТЕЧЕНИИ ТОНКИХ СЛОЕВ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Л. Н. Маурин, В. С. Сорокин

(Иваново)

Теоретически исследовано течение тонкого слоя жидкости по вертикальной стенке. Неволновое движение такого слоя всегда неустойчивое. Однако при малых числах Рейнольдса возникающие в слое возмущения сносятся вниз по течению и не приводят к образованию какого-либо устойчивого режима. Если же число Рейнольдса R больше некоторого критического R_* (которое можно вычислить точно), то образуется устойчивый волновой режим, причем амплитуда волн, бегущих по течению с постоянной скоростью, вблизи R_* пропорциональна $(R - R_*)^{1/2}$. При $R < R_*$ такой режим невозможен.

Все выводы теории находятся в количественном согласии с экспериментами П. Л. Капицы.

В задаче об устойчивости тонкого слоя вязкой жидкости, стекающего по плоской вертикальной стенке, исследованной в известных работах П. Л. Капицы [1,2], многое осталось невыясненным. Эксперименты показывают, что плоское течение невозможно осуществить при значениях числа Рейнольдса, превышающего некоторое критическое, когда на поверхности слоя появляются волны, сбегаящие вниз с постоянной скоростью. П. Л. Капица [1] исследовал теоретически такое волновое течение и привел физические соображения, заставляющие предполагать, что оно является неустойчивым при числах Рейнольдса, меньших некоторого критического. Необычный метод, примененный П. Л. Капицей, помешал правильному пониманию полученных им результатов. Например, в книге Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшица [3] утверждается, что П. Л. Капица «показал, что возникновение волн должно происходить в результате неустойчивости основного движения, наступающей уже при сравнительно небольших значениях числа Рейнольдса». Однако П. Л. Капица вообще не исследовал устойчивость основного (плоского) течения. Устойчивость основного движения была исследована Ю. П. Ивановым [4], не зная, по-видимому, о работах П. Л. Капицы. Он приводит формулу, из которой следует, что плоское течение тонкого слоя всегда неустойчиво. Ситуация была окончательно запутана в работе [5]. Элементарная ошибка привела автора этой работы к неверному граничному условию на свободной поверхности слоя (уравнения (9) и (10) работы [5] неверны), поэтому полученные выводы также неверны.

Все это заставляет исследовать эту задачу заново. Чтобы облегчить сравнение [1,2], по возможности сохраним обозначения П. Л. Капицы.

1. Устойчивость плоского ламинарного течения. Если направить ось x вертикально вниз, а y отсчитывать от стенки внутрь слоя и считать течение не зависящим от третьей координаты, то уравнения движения будут

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) + g \\ \frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right) \end{aligned} \tag{1.2}$$

На поверхности стенки

$$y = 0, \quad v_x(x, 0) = 0, \quad v_y(x, 0) = 0 \tag{1.3}$$

а на свободной поверхности, которая может быть искривленной, должны обращаться в нуль напряжения.

Пусть уравнение свободной поверхности будет

$$y = a_0 [1 + \varphi(x, t)] \tag{1.4}$$

Тогда ([3], стр. 69 и 287) на поверхности

$$\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} = 0, \quad p + \sigma a_0 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - 2\nu \rho a_0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \frac{\partial \Phi}{\partial x} - 2\nu \rho \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \quad (1.5)$$

В последней формуле кривизна поверхности считается малой и σ обозначает поверхностное натяжение.

Не меняя обозначений, будем дальше измерять длины в a_0 , скорости в ν / a_0 и в качестве числа Рейнольдса возьмем

$$R = \frac{g a_0^3}{\nu^2} = \frac{3}{4} R_k \quad (R_k - \text{число Рейнольдса у П. Л. Капицы}) \quad (1.6)$$

Введем также безразмерную величину

$$\gamma = \frac{\sigma}{\rho} (g \nu^4)^{-\frac{1}{3}} \quad (1.7)$$

При таком выборе единиц для плоского стационарного течения получается

$$P = 0, \quad v_x = U_x = \frac{R}{2} (2y - y^2), \quad v_y = U_y = 0 \quad (1.8)$$

Рассмотрим наложенное на этот плоский поток малое возмущение

$$v_x = U_x + u_x, \quad v_y = u_y \quad (1.9)$$

Подставляя в это уравнение (1.2) и сохраняя только линейные по u_x и u_y члены, получим

$$\begin{aligned} \dot{u}_x + \frac{R}{2} (2y - y^2) \frac{\partial u_x}{\partial x} - R(1 - y) u_y &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \\ \dot{u}_y + \frac{R}{2} (2y - y^2) \frac{\partial u_y}{\partial x} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

Граничные условия будут

$$u_x(x, 0) = 0, \quad u_y(x, 0) = 0 \quad (1.11)$$

$$\left[\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} - R\Phi \right]_{y=1} = 0, \quad \left[p - 2 \frac{\partial u_y}{\partial y} + \gamma R^{1/3} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right]_{y=1} = 0 \quad (1.12)$$

Отметим также, что

$$u_y(x, 1) = \dot{\Phi} + U_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} = \dot{\Phi} + \frac{R}{2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (1.13)$$

Решение этих уравнений будем искать в виде волны с фазовой скоростью c и безразмерным волновым числом n , т. е. будем считать решение зависящим от x и t как

$$\exp in [x - ct] \quad (1.14)$$

«Скорость» c может быть комплексной; найдем ее для малых R и малых n (т. е. для длинноволновых возмущений), пренебрегая n^4 и считая R порядка n . Тогда оказывается достаточным в разложении u_y по степеням y сохранить лишь члены до y^5 , т. е. искать u_y в виде

$$u_y = y^2 + a_3 y^3 + a_4 y^4 + a_5 y^5 \quad (1.15)$$

Опуская вычисления, приводим результат

$$u_y = y^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} inR - n^2 + \frac{in^3 \gamma}{R^{2/3}} \right) y^3 + \frac{1}{12} (-inR + 2n^2) y^4 + \frac{inR}{60} y^5 \quad (1.16)$$

$$c = R \left[1 - n^2 + \frac{i}{3} \left(\frac{2}{5} nR - \frac{n^3 \gamma}{R^{2/3}} \right) \right] \quad (1.17)$$

Таким образом, при малых числах R амплитуда длинноволнового возмущения меняется со временем как

$$\exp \frac{nR}{3} \left(\frac{2}{5} nR - \frac{n^3 \gamma}{R^{2/3}} \right) t \quad (1.18)$$

т. е. для каждого R существует волновое число

$$n_* = \left(\frac{2R^{3/2}}{5\gamma} \right)^{1/2} \quad (1.19)$$

такое, что возмущения с $n > n_*$ затухают, а с $n < n_*$ — усиливаются.

Это значит, что при любом R плоское течение неустойчиво относительно возмущений с достаточно длинной волной [4]. Почему эта неустойчивость не отмечается экспериментально, — неясно. Положение ясно видно по фиг. 1, на которой в плоскости Rn^2 нанесена «нейтральная» кривая (1.19) и схематически указан ход линий постоянных (положительных и отрицательных) декрементов. Область неустойчивости лежит ниже нейтральной кривой. Если вертикальная протяженность слоя мала, то

может случиться, что длина волны срывающего плоское течение возмущения окажется больше длины слоя. Тогда, очевидно, слой будет устойчивым. Может также оказаться, что в эксперименте появляются только возмущения со сравнительно короткими волнами. Они будут (фиг. 1) затухать до некоторого R и усиливаться при больших числах Рейнольдса. Нечто подобное отмечено в работе [2]. При данном R наиболее быстро нарастающее возмущение усиливается как

$$\exp \frac{R^{11/3} t}{75\gamma} = \exp \frac{R^{8/3} x}{75\gamma}$$

В опытах, описанных в работе [2], длина слоя была 17 см, и это нарастание можно было бы заметить. Во всяком случае при достаточной длине слоя он должен был бы или распасться на «капли» (подобно свободной струе), либо перейти на новый (волновой) режим. Опыт показывает, что при $R > 15$ имеет место последнее.

2. Уравнение П. Л. Капицы для волнового течения. Условия возникновения и форма волнового течения существенно связаны с нелинейностью уравнений гидродинамики. Вернемся поэтому к уравнениям (1.2)—(1.5) и будем искать их решение, имеющее вид волны с неизменным профилем, сбегаящей вниз по стенке с постоянной фазовой скоростью. Длину волны будем считать очень большой по сравнению с толщиной слоя, что поддается экспериментом [2] и окажется верным, когда решение будет получено. В системе координат, привязанной к волне, движение будет стационарным, и все величины будут зависеть лишь от x и y . П. Л. Капица показал [1], что решение можно получить, предполагая $v_y \ll v_x$ и $\partial/\partial x \ll \partial/\partial y$.

Уравнения тогда принимают вид

$$(v_x - c) \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + g + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \quad (2.1)$$

$$p = -\sigma \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} \quad (2.2)$$

Можно ожидать, что профиль продольных скоростей в каждом сечении будет почти параболический, как при плоском течении, но с переменной

[1] толщиной a , т. е.

$$v_x = 3v(x) \left[\frac{y}{a} - \frac{y^2}{2a^2} \right] \quad (2.3)$$

где $v(x)$ — средняя по сечению скорость. Поперечная скорость тогда получается из уравнения непрерывности (1.1)

$$v_y = \frac{3}{2} (va' - v'a) \frac{y^2}{a^2} - \left(va' - \frac{1}{2} v'a \right) \frac{y^3}{a^3} \quad (2.4)$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по x . Из уравнения непрерывности следует также

$$(v - c) a = (v_0 - c) a_0 = \text{const} \quad (2.5)$$

Здесь a_0 — средняя по x толщина слоя, а v_0 — средняя скорость в том сечении, где толщина слоя a_0 . Таким образом, все сводится к определению одной неизвестной $a(x)$. Уравнение для нее получится, если подставить (2.2), (2.3) и (2.4) в первое уравнение (2.1), проинтегрировать по y от нуля до $a(x)$ и выразить $v(x)$ через $a(x)$ при помощи (2.5). После простых вычислений приходим к уравнению

$$\gamma R_0^{1/3} a^3 a''' + R_0 a^3 - R [za - (z - 1)] = \frac{R^2}{45} [z^2 a^2 - 6(z - 1)^2] a' \quad (2.6)$$

Здесь

$$z = \frac{c}{v_0}, \quad R_0 = \frac{\gamma a_0^3}{v_0^2}, \quad R = \frac{3a_0 v_0}{v} \quad (2.7)$$

и за единицу длины принята a_0 .

Уравнение (2.6) несколько отличается от соответствующего уравнения П. Л. Капицы [1] из-за несущественных неточностей, допущенных им при выводе. В это уравнение входят два числа Рейнольдса, из которых одно, R , определяется расходом $a_0 v_0 = Q$ и считается заданным. Другое же, R_0 , связано со средней толщиной слоя и подлежит определению вместе с фазовой скоростью z в процессе решения уравнения (2.6).

Введем независимую переменную $\xi = nx$, где

$$n^2 = \frac{R^2}{45\gamma R_0^{1/3}} [5z^2 - 12z + 6] \quad (2.8)$$

и положим

$$a = 1 + \varphi(\xi), \quad \int_0^\lambda \varphi(\xi) d\xi = 0 \quad (2.9)$$

Тогда уравнение для $\varphi(\xi)$ будет

$$\begin{aligned} & [\varphi''' + \varphi'] + r + q\varphi + [3\varphi\varphi''' - 2B\varphi\varphi' + 3A\varphi^2] + \\ & + [3\varphi^2\varphi''' - B\varphi^2\varphi' + A\varphi^3] + \varphi^3\varphi''' = 0 \end{aligned} \quad (2.10)$$

Его коэффициенты связаны с R , R_0 и z соотношениями

$$r = \frac{R_0 - R}{\gamma R_0^{1/3} n^3}, \quad q = \frac{3R_0 - zR}{\gamma R_0^{1/3} n^2}, \quad A = \frac{R_0^{2/3}}{\gamma n^2}, \quad B = \frac{z^2}{5z^2 - 12z + 6} \quad (2.11)$$

Один из них может быть задан произвольно. Тогда остальные определяются в ходе решения.

3. Периодическое решение. Найдем теперь периодическое решение уравнения (2.10). Оказывается, что такое решение существует только при $r < 0$ и при условии, что остальные коэффициенты — q , A , B — определенным образом связаны с r , или, что то же самое, при условии, что R_0 и z являются определенными функциями R .

Можно показать, что при достаточно малых числах R уравнение (2.6) не имеет периодических решений, кроме $\varphi \equiv 0$, т. е. что волновой режим может существовать только выше некоторого критического числа $R = R_*$. Действительно, при достаточно малых R в уравнении (2.6) можно пренебречь правой частью по сравнению с не содержащим производных членом левой части.

Умножая тогда обе части этого уравнения на a'/a^3 и интегрируя по периоду λ , получим

$$\int_0^\lambda (a'')^2 dx = 0$$

Поэтому, если волновое течение вообще возможно, оно должно появляться при некотором R_* и при $R - R_*$ малом должно иметь малую амплитуду. В таком случае оба числа Рейнольдса, R и R_0 , должны при R_* совпадать, т. е. должно быть $r_* = 0$. В соответствии с этим будем искать решение в виде степенного ряда

$$\varphi = \varphi_1 \zeta + \varphi_2 \zeta^2 + \dots \quad (\zeta = \sqrt{-r}) \quad (3.1)$$

Коэффициенты этого ряда, будучи периодическими функциями ξ , должны разлагаться в ряды Фурье. Эти разложения получаются сами собой в процессе решения, но вычисления значительно упрощаются, если учесть некоторые особенности этих разложений. Именно, оказывается, что коэффициенты q , A и B уравнения (2.10) разлагаются в ряды по четным степеням ζ

$$\begin{aligned} q &= q_2 \zeta^2 + q_4 \zeta^4 + \dots \\ A &= A_* + A_2 \zeta^2 + \dots \\ B &= B_* + B_2 \zeta^2 + \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

Ниже будет показано, что $B_* = 3/5$ и $q_* = 0$. Тогда из (2.11) следует

$$B_2 = \frac{8}{25A_*} (3 + q_2) \quad (3.3)$$

Что же касается рядов Фурье для φ_m , то в силу того что формально возможны разложения по $\pm \zeta$, причем оба разложения должны давать одно и то же решение, легко видеть (это также получается само собой), что замена ζ на $(-\zeta)$ в (3.1) должна быть равносильна сдвигу решения по оси ξ на π .

Это значит, что φ_m при m четном содержит только четные гармоники, а при m нечетном — только нечетные. Кроме того, из (2.9) видно, что φ_m не будут содержать постоянных членов, а начало отсчета можно выбрать так, чтобы первая гармоника φ содержала только синус.

Наконец, рассмотрение уравнения (2.10) показывает, что φ_m не может содержать гармоники порядка выше m .

Выпишем выражения для φ_m до $m = 5$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \alpha_1 \sin \xi \\ \varphi_2 &= \alpha_2 \sin 2\xi + \beta_2 \cos 2\xi \\ \varphi_3 &= \alpha_{31} \sin \xi + \alpha_3 \sin 3\xi + \beta_3 \cos 3\xi \\ \varphi_4 &= \alpha_{42} \sin 2\xi + \beta_{42} \cos 2\xi + \alpha_4 \sin 4\xi + \beta_4 \cos 4\xi \\ \varphi_5 &= \alpha_{51} \sin \xi + \alpha_{53} \sin 3\xi + \beta_{53} \cos 3\xi + \alpha_5 \sin 5\xi + \beta_5 \cos 5\xi \end{aligned} \quad (3.4)$$

Если подставить (3.1), (3.2) и (3.4) в (2.10), то последовательное приравнивание нулю коэффициентов при ζ^m и разных гармониках дает следующие результаты:

при $m = 1$ коэффициент α_1 остается неопределенным, а для коэффициентов разложений (3.2) получается

$$q_* = 0, \quad B_* = \frac{3}{\pi} \quad (3.5)$$

при $m = 2$ коэффициенты

$$A_* \alpha_1^2 = \frac{2}{3}, \quad \alpha_2 = -\frac{1}{6}, \quad \beta_2 = \frac{7}{20} \alpha_1^2 \quad (3.6)$$

при $m = 3$ коэффициент α_{31} остается неопределенным

$$\alpha_2 = -\frac{49}{800} \alpha_1^3, \quad \beta_3 = -\frac{37}{288} \alpha_1, \quad q_2 = \frac{41}{20}, \quad A_*^2 = \frac{199}{50} \quad (3.7)$$

Таким образом, после третьего приближения оказывается возможным вычислить критическое значение числа Рейнольдса R_* и значение фазовой скорости z в критической точке.

Из (2.11) следует:

$$z_* = 3, \quad R_{0*} = R_*, \quad n_* = \left[\frac{R_*^{3/2}}{3\gamma} \right]^{1/2} \quad \left(R_* = \left[\frac{1350\gamma}{199} \right]^{2/3} \right) \quad (3.8)$$

Для воды $\gamma = 2850$ при 15°C ; вычисления дают $R_* = 14.8$ (критическое число Рейнольдса по данным П. Л. Капицы $4/3 R_* = 19.7$); имеем

$$\frac{\lambda_*}{a_0} = \frac{2\pi}{n_*} = 62 \quad (3.9)$$

Чтобы рассмотреть характер волнового течения выше критической точки, перейдем к разложениям по параметру

$$\eta = \left[\frac{R - R_*}{R_*} \right]^{1/2} \quad (3.10)$$

Это оказывается возможным осуществить лишь после пятого приближения.

При $m = 4$ имеем

$$\alpha_{31} = -\frac{50A_2}{597\alpha_1}, \quad \alpha_{42} = -\frac{401\alpha_1^2}{900}, \quad \beta_{42} = \frac{13249}{864 \cdot 199} - \frac{35A_2}{597} \quad (3.11)$$

$$\alpha_4 = \frac{13717\alpha_1^2}{144000}, \quad \beta_4 = \frac{7567}{4800 \cdot 199}$$

При $m = 5$ имеем

$$A_2 = \frac{28301}{3200 \cdot 199} \quad (3.12)$$

Коэффициенты Фурье для φ_5 определились бы полностью только при седьмом приближении. Теперь из (2.11), (3.10) и (3.12) следует:

$$\eta^2 = \frac{237.5 - 30A_2}{55A_*} \zeta^2 + \dots = 2.0456 \zeta^2 + \dots \quad (3.13)$$

Разложения (3.2) можно пересчитать на η с точностью до η^2 , а разложения (3.4) для φ — с точностью до η^4 . Приводим окончательные формулы

$$\varphi = [0.40417 \eta - 0.00359 \eta^3 + \dots] \sin \xi -$$

$$- [0.08148 \eta^2 + 0.03558 \eta^4 + \dots] \sin 2\xi + [0.05718 \eta^2 +$$

$$+ 0.01223 \eta^4 + \dots] \cos 2\xi - 0.00404 \eta^3 \sin 3\xi -$$

$$- 0.02538 \eta^3 \cos 3\xi + 0.00761 \eta^4 \sin 4\xi + 0.00189 \eta^4 \cos 4\xi + \dots \quad (3.14)$$

$$R_0 = R_* [1 + 0.7552 \eta^2 + \dots], \quad z = 3 - 1.2375 \eta^2 + \dots$$

$$n = n_* [1 + 0.1317 \eta^2 + \dots] \quad (3.15)$$

4. Сравнение с экспериментом. Для сравнения с экспериментом брались результаты измерений, описанные в работе [2] для воды. Эти результаты приведены к $t = 15^\circ \text{C}$ и представлены графически; на воспроизводимых здесь графиках (фиг. 2—5) нанесены полученные в настоящей работе теоретические результаты.

За независимую переменную в работе [2] принят объемный расход на единицу ширины слоя

$$Q = \frac{vR}{3} \quad (4.1)$$

критическое значение которого согласно (3.8)

$$Q_* = 0.056 \text{ см}^2 / \text{сек} \quad (4.2)$$

Среднюю толщину слоя, фазовую скорость и длину волны можно вычислить по (2.7) и (3.15)

$$a_0 = 0.0125 [1 + 4.49 (Q - Q_*) + \dots] \text{ см} \quad (4.3)$$

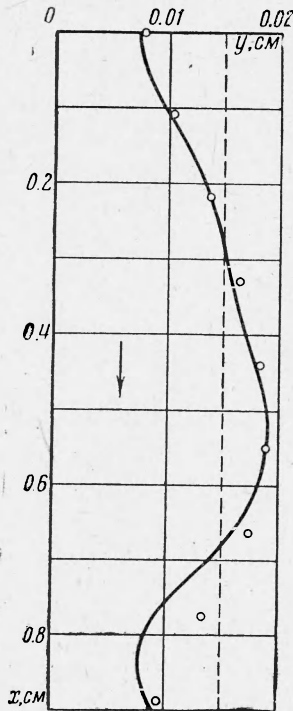
$$c = 13.2 [1 + 6 (Q - Q_*) + \dots] \text{ см} / \text{сек} \quad (4.4)$$

$$\lambda = \frac{2\pi a_0}{n} = 0.77 [1 + 2.14 (Q - Q_*) + \dots] \text{ см} \quad (4.5)$$

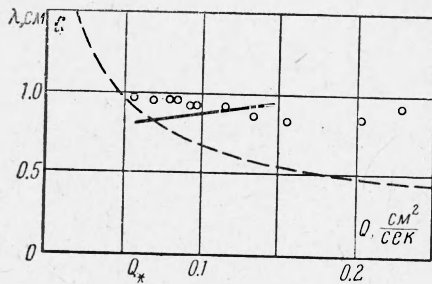
Вычисленные по этим формулам c и λ нанесены сплошными кривыми на фиг. 3 и 4.

Напомним, что ниже критического расхода волновой режим вообще не существует, так что вычисляемые в настоящей работе кривые не продолжаются ниже Q_* . В работе же [2] предполагается, что волновой режим может принципиально существовать при всех Q , но ниже Q_* он неустойчив.

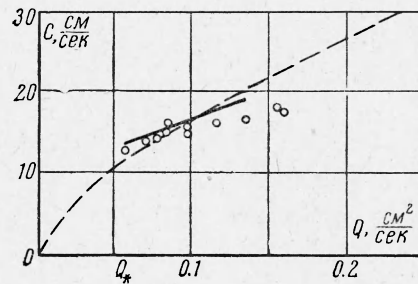
Результаты приближенной теории работы [2] представлены на фиг. 3—5 пунктирными кривыми. Экспериментальные данные изображены точками.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

Труднее сравнить с экспериментом амплитуду волны. В работе [2] амплитуда определялась экспериментально по максимальному φ_+ и минимальному φ_- значениям φ по формуле

$$\alpha = \frac{\varphi_+ - \varphi_-}{2 + \varphi_+ + \varphi_-} \quad (4.6)$$

При Q , близком к критическому, α нужно сравнивать с коэффициентом при синусе в формуле (3.14). Так что при этих значениях Q получается

$$\alpha = 1.70 (Q - Q_*)^{1/2} \quad (4.7)$$

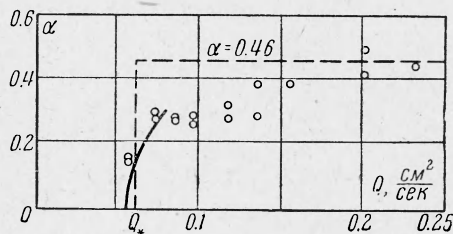
но при больших Q приходится вычислять профиль волны по (3.14) и применять формулу (4.6). Это было сделано для $\eta^2 = 0.85$, $a_0 = 1.43 \cdot 10^{-2}$ см. Результаты даны в виде сплошной кривой на фиг. 5.

Кроме того, была промерена фотография профиля волны для воды при $t = 19.4^\circ \text{C}$ при расходе $Q = 0.097$ из работы [2], что соответствует $\eta^2 = 0.85$. Снятые с этой фотографии точки нанесены на фиг. 2, где сплошная кривая вычислена по (3.14).

Ясно, что точность описанных измерений невелика, но следует заметить, что профили следующих одна за другой волн на фотографии заметно отличаются. Экспериментальная длина волны $\lambda = 0.89$ см немного больше теоретической $\lambda = 0.84$ см. Так как в теории нет никаких свободных параметров, согласие с экспериментом следует считать очень хорошим.

В заключение заметим, что экспериментально наблюдаемая (может быть, кажущаяся) устойчивость докритического неволнового режима заставляет сомневаться в законности суждения о неустойчивости потока по линейному приближению для малых возмущений. Линейные уравнения не определяют амплитуды возмущений, и если эта амплитуда со временем растет, то ее следует вычислить, учитывая нелинейность уравнений гидродинамики. Определяемая таким образом амплитуда для значений ниже R_* оказывается мнимой, так что определяемые из линеаризованных уравнений нормальные возмущения физически не существуют.

Этот вопрос требует дальнейшего исследования.



Фиг. 5

Поступила 10 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Капица П. Л. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. ЖЭТФ, 1948, т. 18, стр. 3.
2. Капица П. Л. и Капица С. П. Волновое течение тонких слоев вязкой жидкости. ЖЭТФ, 1949, т. 19, стр. 105.
3. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. Гостехиздат, 1954.
4. Иванилов Ю. П. Об устойчивости плоскопараллельного течения вязкой жидкости над наклонным дном. ПММ, 1960, т. XXIV, вып. 2.
5. Бушманов В. К. Гидродинамическая устойчивость жидкого слоя на вертикальной стенке. ЖЭТФ, 1960, т. 39, стр. 1251.