

19. Коротких Ю. Г. Кинетические уравнения процесса накопления повреждений материала при неизотермическом вязкоупругопластическом деформировании.— В сб.: Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем. Горький, 1982.
20. Бетехтин В. И., Савельев В. Н., Петров А. И. Кинетика накопления микроскопических разрывов сплошности в процессе испытаний алюминия на долговечность и ползучесть.— ФММ, 1974, т. 38, вып. 4.
21. Инденбом В. Л., Орлов А. Н. Долговечность материала под нагрузкой и накопление повреждений.— ФММ, 1977, т. 43, вып. 3.
22. Прочность при малоциклическом нагружении. Основы методов расчета и испытаний/Под ред. С. В. Серенсена.— М.: Наука, 1975.
23. Martin D. E. An energy criterion for low-cycle fatigue.— Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1961, v. 83, N 4. Рус. пер. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Техническая механика, 1963, № 4.
24. Coffin L. F., Schenectady N. Y. A study of the effects on cyclic thermal stresses on a ductile metal.— Trans. ASME, 1954, v. 76, N 6.
25. Фридман Я. Б., Зилова Т. К., Демина Н. И. Изучение пластической деформации методом накатанных сеток.— М.: Оборониздат, 1962.
26. Дель Г. Д. Пластичность при немонотонном деформировании.— Воронеж: Воронеж. политехн. ин-т, 1982. Деп. в ВИНИТИ, № 1813—82.
27. Мовчан А. А. О малоциклической усталости при симметричном непропорциональном деформировании.— Изв. АН СССР. МТТ, 1983, № 3.
28. Kanasava K., Miller K. J., Brown M. W. Low-cycle fatigue under out-of-phase loading conditions.— Trans. ASME. Ser. D. J. Basic Engng, 1977, v. 99, N 3. Рус. пер. Тр. Амер. о-ва инж.-механиков. Теор. основы инж. расчетов, 1977, № 3.

Поступила 13/IX 1985 г.

УДК 539.4.019

## ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАЗРУШЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ТРУБ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ИНТЕНСИВНЫХ НАГРУЗОК

*C. B. Сериков*

(Челябинск)

Известно значительное количество публикаций, посвященных исследованию динамики расширения до разрушения металлических труб (см., например, [1—5]).

Ниже рассматривается вопрос о выявлении физической закономерности немонотонного характера изменения предельной величины деформации металла цилиндрической оболочки в диапазоне скоростей деформаций  $10^3$ — $10^5$  1/c. Наиболее близки по идеи к развиваемому здесь энергетическому подходу относительно задачи разрушения результаты [6—9]. В частности, обосновывается общность закона существования «пика пластичности» для реальных металлов в процессе неустановившейся деформации вплоть до разрушения.

**1. Постановка задачи.** Металлический полый цилиндр под действием переменного во времени внутреннего давления осесимметрично расширяется вплоть до разрушения при заданных начальных данных. На внешней границе оболочки давление отсутствует. Неустановившаяся изэнтропическая деформация материала цилиндра осуществляется в схеме изотропной непрерывной без завихренности вязкопластической среды.

Компоненты тензора напряжений  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$ ,  $\sigma_z$ , радиальная составляющая вектора скорости  $v$ , плотность среды  $\rho$  в колыце при условии плоской деформации определяются из известной системы равенств, включающей уравнение движения непрерывной среды вне поля массовых сил, уравнение неразрывности, соотношения вязкопластической среды [10, 11]. При формулировке математической модели в точной постановке необходимо к названному добавить уравнение состояния и законы сохранения массы, импульса, энергии до и после фронта ударной волны (см., например, [12]). В одномерной постановке эксперимента уравнение состояния для металлов удовлетворительно аппроксимируется равенством

$$(1.1) \quad Q(\rho) = A [(\rho/\rho_0)^n - 1],$$

где  $A$ ,  $n > 0$  — постоянные, определяемые опытным путем;  $\rho_0$  — начальная плотность материала.

В [13, 14] отмечено, что при импульсном нагружении металлических оболочек время распространения и взаимодействия волн сжатия и разгрузки по толщине оболочки значительно меньше по сравнению с общим временем ее деформации вплоть до разрушения. В дальнейшем не учитывается волновой характер изменения плотности среды. Сформулируем осреднение плотности по времени и по толщине оболочки в виде следующих гипотез:

а) в процессе неустановившегося осесимметричного расширения плоского кольца плотность материала однородна по стенке и является функцией только времени  $\rho(t)$ , ниже рассмотрен конкретный случай

$$(1.2) \quad \rho = \rho_0 (R_1/R_{10})^{\alpha_1};$$

б) распределение плотности не зависит от времени, а изменяется по толщине стенки:

$$(1.3) \quad \rho = \rho_0 (r/R_{10})^{\alpha_2}.$$

Здесь безразмерные параметры  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , согласно (1.1)–(1.3), зависят от начальных данных процесса нагружения и определяются из соотношений

$$(1.4) \quad \begin{aligned} \alpha_1 &= -\frac{\dot{Q}(R_0)}{nAe_{10}}, \quad \dot{e}_{10} = \dot{R}_1(0)/R_{10}, \\ \alpha_2 &= \ln \left[ \frac{Q(R_{20}) - Q(R_{10})}{A} \right] / n \ln (R_{20}/R_{10}), \end{aligned}$$

где точка означает дифференцирование во времени  $t \geq 0$ ;  $R_{10}$ ,  $R_{20}$  ( $R_{10} < R_{20}$ ) — внутренний и внешний радиусы плоского кольца в начальный момент времени;  $e_{10} > 0$  — начальная скорость деформации среды на внутренней поверхности кольца.

Гипотезы «а», «б» могут иметь реальное воплощение в процессе неустановившейся деформации цилиндрических оболочек и зависят, в частности, от способа изготовления последних. В общем случае реальный закон изменения в среднем плотности материала цилиндрической оболочки по толщине стенки при нестационарном движении еще требует своего определения.

Конкретно известно, что при одноосном растяжении металлических образцов до разрушения в нормальных условиях плотность материала последних уменьшается, особенно в окрестности разрушения (шейки) [15]. Уменьшение плотности при значительных пластических деформациях металловеды объясняют образованием пор внутри и между зернами материала (так называемая деструкция) [16].

В свою очередь под действием интенсивных ударных волн плотность металлов увеличивается [12]. Таким образом, в результате волнового характера взаимодействия волн сжатия и разгрузки по толщине оболочки на начальном этапе движения, а затем в процессе интенсивной деформации до разрушения закон изменения плотности материала формально вполне может аппроксимироваться равенствами (1.2)–(1.4). Интересно рассмотреть оба случая на предмет влияния сжимаемости материала оболочки при разрушении. При этом сохраняется возможность сравнения результатов в схеме несжимаемой среды ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ).

**2. Аналитическое решение.** Определение решения математической модели для плоского кольца с заданными граничными и начальными условиями в принятых гипотезах существенно упрощается. В случае «а»

$$(2.1) \quad v = b_1 r^{-1} - e_\rho r, \quad e_\rho = \dot{\rho}/2\rho, \quad \rho = \rho(t),$$

$$b_1 = (\dot{e}_1 + \dot{e}_\rho) R_1^2, \quad \dot{e}_1 = \dot{R}_1/R_1, \quad R_2^2 - R_1^2 = (R_{20}^2 - R_{10}^2) \rho_0/\rho,$$

$$\dot{e}_1 + \dot{e}_\rho = (\dot{e}_2 + \dot{e}_\rho) \left( \frac{R_2}{R_1} \right)^2, \quad \dot{e}_2 = \dot{R}_2/R_2,$$

$$\begin{aligned}\sigma_r &= (\sigma_s + \rho b_1) \ln r/R_2 + 0,5\rho [b_1^2(r^{-2} - R_2^{-2}) + \\ &\quad + (e_\rho + e_\rho^2)(r^2 - R_2^2)] - 2\mu b_1(R_2^{-2} - r^{-2}), \\ \sigma_\theta &= \sigma_r + \sigma_s + 4\mu b_1 r^{-2}, \quad \sigma_z = \sigma_r + 0,5\sigma_s + 2\mu b_1 r^{-2}, \\ p_0 \left( \frac{R_{10}}{R_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}} &= (\sigma_s + \rho b_1) \ln R_2/R_1 + \rho (e_\rho + e_\rho^2)(R_2^2 - R_1^2)/2 + b_1(\rho b_1/2 + \\ &\quad + 2\mu)(R_2^{-2} - R_1^{-2});\end{aligned}$$

в случае «б»

$$\begin{aligned}(2.2) \quad v &= b_2 r^{-(\alpha_2+1)}, \quad \rho = \rho_0 (r/R_{10})^{\alpha_2}, \\ b_2 &= \dot{R}_1 R_1^{\alpha_2+1}, \quad \dot{e}_1 = \dot{e}_2 (R_2/R_1)^{\alpha_2+2}, \quad R_2^{\alpha_2+2} - R_1^{\alpha_2+2} = R_{20}^{\alpha_2+2} - R_{10}^{\alpha_2+2}, \\ \sigma_r &= (\sigma_s + \rho_0 R_{10}^{-\alpha_2} b_2) \ln r/R_2 + b_2 \left( \frac{\alpha_2+1}{\alpha_2+2} \dot{b}_2 \rho_0 \dot{R}_{10}^{-\alpha_2} + 2\mu \right) \left[ r^{-(\alpha_2+2)} - R_2^{-(\alpha_2+2)} \right], \\ \sigma_\theta &= \sigma_r + \sigma_s + 2\mu (\alpha_2+2) b_2 r^{-(\alpha_2+2)}, \\ \sigma_z &= \sigma_r + 0,5\sigma_s + \mu (\alpha_2+2) b_2 r^{-(\alpha_2+2)}, \\ p_0 \left( \frac{R_{10}}{R_1} \right)^{\frac{2}{\gamma}} &= (\sigma_s + \rho_0 R_{10}^{-\alpha_2} b_2) \ln R_2/R_1 + \\ &\quad + b_2 \left( \frac{\alpha_2+1}{\alpha_2+2} R_{10}^{-\alpha_2} b_2 \rho_0 + 2\mu \right) \left[ R_2^{-(\alpha_2+2)} - R_1^{-(\alpha_2+2)} \right].\end{aligned}$$

Здесь  $\sigma_s$  — динамический предел текучести;  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости;  $r, \theta, z$  — цилиндрическая система координат;  $p_0$  — начальное давление на внутренней границе кольца, которое уменьшается в процессе расширения границ оболочки с показателем изэнтропы  $\gamma > 1$ .

Системы равенств (2.1), (2.2) совпадают для несжимаемой среды ( $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ). При  $\mu = 0, \alpha_1 = \alpha_2 = 0$  получим из (2.1), (2.2) известное решение для осесимметричного расширения цилиндрической оболочки в схеме идеальной пластичности [17]. Когда  $\mu = 0, \sigma_s = 0, \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , из (2.1), (2.2) имеем случай идеальной несжимаемой жидкости [18]. С учетом соотношений между текущими значениями радиусов кольца  $R_1, R_2$  и начальных данных последние уравнения в (2.1), (2.2) определяют закон изменения во времени границ кольца. Если обозначить  $y(R_1) = \dot{R}_1 R_1$ , то из (2.1), (2.2) получим относительно  $y(R_1)$  нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка (уравнение Абеля второго рода [19]). Для тонкостенного кольца это уравнение имеет малый параметр при производной. Принимая во внимание результаты [20], асимптотику решения в виде ряда по малому параметру находим с заданной степенью точности.

В [14, 21] представлен численный расчет при  $\alpha_1 \neq 0, \alpha_2 \neq 0, \mu = 0$  и выполнены сравнения с известными данными для кольца из упруго-пластического сжимаемого материала [22], где учитывалась волновая картина в оболочке.

**3. Критерий разрушения.** Основная цель настоящей работы — выявление особенностей при деформации металлических труб до разрушения под действием значительных динамических нагрузок. Разрушение — комплексная проблема. Здесь воспользуемся известным критерием механики разрушения твердых тел в виде интегрального соотношения [6]

$$(3.4) \quad \int q(V) dV = \lambda_* s_*$$

где  $V$  — объем части разрушающегося тела, с которого снята упругая энергия, необходимая для разрушения;  $q$  — плотность упругой энергии, освобождаемая при разгрузке упругой волной;  $\lambda_*$  — работа, затрачиваемая при разрыве единицы сечения  $s_*$  твердого тела.

Конкретизируем траекторию распространения фронта разрушения. А именно, опыты показывают, что металлические трубы в процессе неуставновившегося осесимметричного расширения разрушаются при распространении по стенке радиальной трещины или системы радиальных трещин. Развитие каждой трещины сопровождается разгрузкой вдоль окружности, распространяющейся со скоростью звука  $c$  [3]. За время  $dt$  волна разгрузки продвинется на расстояние  $dl = cdt$  в обе стороны от сечения разрушения. Освобождающаяся энергия растяжения расходуется на развитие трещины [6]. За это время внутренняя граница кольца расширяется на величину  $dR_1 = \dot{R}_1 dt$ , так что  $dl = cdR_1/\dot{R}_1$ .

Распространение радиальной трещины по толщине кольца и одновременное расширение его границ позволяют определить разрушение по радиусу выражением

$$(3.2) \quad dr = (v_t - \dot{R}_1)dt,$$

где  $v_t$  — скорость распространения трещины по кольцу, которая зависит от длины трещины и других параметров процесса разрушения (см., например, [23]). Отсюда для искомого объема в (3.1) имеем в плоском случае  $dV = 2dldr$ .

Вопрос о количественной оценке  $v_t$  для вязкопластического материала в деформируемом кольце остается открытым. Задача усложняется еще и тем, что распространение радиальной трещины отрыва в цилиндре, нагруженном внутренним давлением, происходит в материале, находящемся в переменном поле напряжений, и к моменту подхода трещины рассматриваемая среда претерпевает значительную деформацию. Здесь необходимо сформулировать предположения, не противоречащие реальному процессу. Например, конкретизация граничных условий в вершине трещины позволила численно исследовать процесс распространения системы радиальных трещин отрыва в стенке цилиндра [24].

В нашем случае примем, что при осесимметричном расширении границ кольца процесс потери сплошности материала начинается с внутренней границы и фронт разрушения распространяется в дальнейшем по всему радиальному сечению кольца (см., например, [3]). Обозначим  $R_{1*} = R_1(t_*)$  значения внутреннего радиуса кольца в момент времени разрушения  $t_* > 0$  материала. При  $t \in [0, t_*]$   $v_t = 0$ , а при  $t > t_*$  имеем  $v_t > 0$  и, как правило, сквозное разрушение оболочки. С физической точки зрения последнее означает, что до определенного значения времени деформирования  $t_*$  (или относительной деформации  $e_{1*} = R_{1*}/R_{10} - 1$ ) на микроравнине в материале происходит рост трещины до критической величины, затем (при  $t > t_*$ ) трещина интенсивно распространяется по толщине оболочки, заведомо выводя последнюю из разряда работоспособной.

Остановимся ниже на оценке параметра  $t_*$ , характеризующего начальный процесс разрушения и не требующего детализации закона на скорость распространения трещины по всему сечению кольца. Переход к одномерной схеме для определения  $dr$  из (3.2) позволяет записать  $dr = R_1 - R_{10}$ , тогда область  $dV$ , охваченная разгрузкой, определяется зависимостью

$$(3.3) \quad dV = 2(R_1 - R_{10})cdt,$$

где скорость окружных волн разгрузки в кольце примем равной изэнтропийной скорости звука в рассматриваемом материале.

По определению  $c^2 = \partial Q / \partial \rho$ , из (1.1)–(1.3) имеем для гипотез «а», «б» соответственно

$$(3.4) \quad \begin{aligned} c &= c_0 \left( \frac{R_1}{R_{10}} \right)^{\alpha_1}, & c_0 &= \sqrt{\frac{A_n}{\rho_0}}; \\ c &= c_0 \left( \frac{r}{R_{10}} \right)^{\alpha_2}, & \alpha_i &= \alpha_i(n-1)/2, \quad i = 1, 2. \end{aligned}$$

Известно [25], что удельная упругая энергия твердого тела находится в плоском случае из выражения

$$(3.5) \quad q = T_n^2 (1 - v^2) / 2E.$$

Здесь  $v$  — коэффициент Пуассона;  $E$  — модуль Юнга;  $T_n$  — инвариант интенсивности касательных напряжений, который для вязкопластического тела определяется зависимостью [10]

$$T_n = \sigma_s / 2 + \mu H,$$

где  $H$  — инвариант интенсивности скоростей деформаций: из (1.2) и (2.1)

$$(3.6) \quad H = (2 - \alpha_1) e_1 (R_1 / r)^2;$$

из (1.3) и (2.2)

$$(3.7) \quad H = (2 + \alpha_2) e_1 (R_1 / r)^{\alpha_2 + 2}.$$

С учетом равенства  $s_* = R_{1*} - R_{10}$  формулы (3.3)–(3.7) при  $r = R$  позволяют представить (3.1) в виде интегрального уравнения

$$(3.8) \quad \int_0^{t_*} \left[ \frac{\sigma_s}{2} + \mu (2 + (-1)^i \alpha_i) \dot{e}_1 \right]^2 \left( \frac{R_1}{R_{10}} - 1 \right) \left( \frac{R_1}{R_{10}} \right)^{a_i} dt = \frac{\lambda_* E e_{1*}}{c_0 (1 - v^2)},$$

где  $i = 1$  соответствует случаю «а»,  $i = 2$  — «б». Соотношение (3.8) определяет время разрушения  $t_*$ . При этом зависимость  $R_1(t)$  находится из последних уравнений систем (2.1), (2.2)..

В [6] рассматривался интеграл типа (3.1) в предположении постоянства скорости расширения внешней границы кольца ( $\dot{R}_2 = \text{const}$ ). Ниже рассмотрим два реальных случая:  $e_1 = \text{const}$  и  $\dot{R}_1 = \text{const}$ . Здесь на начальном этапе расширения границ цилиндрической оболочки под действием продуктов взрыва скорость  $\dot{R}_1$  увеличивается, соответственно растет и радиус кольца, что позволяет принять приближение  $e_1 = \dot{R}_1 / R_1 \simeq \simeq \text{const}$ . Принимая во внимание соотношение  $dt = dR_1 / e_1 R_1$ , получим из (3.8) при  $e_1 = \text{const}$ ,  $a_i \neq 0$ ,  $a_i \neq -1$  относительно  $e_{1*} = R_{1*} / R_{10} - 1$  уравнение

$$(3.9) \quad \begin{aligned} & \frac{(1 + e_{1*})^{a_i}}{a_i} \left[ \frac{a_i (1 + e_{1*})}{a_i + 1} - 1 \right] - \frac{1}{a_i} \left[ \frac{a_i}{a_i + 1} - 1 \right] = \\ & = \frac{B e_{1*} \dot{e}_1}{\left[ \frac{\sigma_s}{2} + \mu (2 + (-1)^i \alpha_i) \dot{e}_1 \right]^2} \\ & (B = E \lambda_* / [c_0 (1 - v^2)]). \end{aligned}$$

Учитывая приближение с точностью до второго порядка относительно  $e_{1*} < 1$

$$(1 + e_{1*})^{a_i} \simeq 1 + a_i e_{1*} + a_i (a_i - 1) e_{1*}^2 / 2,$$

из (3.9) находим

$$(3.10) \quad e_{1*} \simeq \frac{2 B \dot{e}_1}{\left[ \frac{\sigma_s}{2} + \mu (2 + (-1)^i \alpha_i) \dot{e}_1 \right]^2}.$$

Анализ формулы (3.10) показывает, что существует немонотонная зависимость  $e_{1*}$  от скорости деформаций  $e_1$ . Вывод о существовании пика пластичности сохраняется в обоих случаях:  $i = 1, 2$ . Из (1.4) при  $i = 1$

имеем зависимость параметра  $\alpha_1$  от скорости деформаций, при  $i = 2$  этой зависимости нет. Так, из (1.4) и (3.10) при  $i = 1$

$$(3.11) \quad c_{1*,\max} = \frac{(2 + \alpha_1)B}{4\mu\sigma_s}$$

для  $e_1 = \frac{\sigma_s}{2(2 + \alpha_1)\mu}, \alpha_1 = 2 \left( \frac{nA\sigma_s}{4\mu Q(\rho_0)} - 1 \right)$ .

При  $i = 2$  из (1.4) и (3.10) получим

$$(3.12) \quad e_{1*,\max} = \frac{B}{(2 + \alpha_2)\mu\sigma_s} \quad \text{при} \quad e_1 = \frac{\sigma_s}{2(2 + \alpha_2)\mu}.$$

Когда внутренняя граница кольца расширяется с постоянной скоростью ( $\dot{R}_1 = \text{const}$ ), интегрирование (3.8) по переменной  $dt = dR_1/\dot{R}_1$  приводит к другому виду уравнения по сравнению с (3.9). Однако, сохранив степень приближения (до второго порядка) при разложении биномов относительно  $e_{1*}$ , получим ( $i = 1, 2$ ) в точности выражение (3.10), где вместо  $\dot{e}_1 = \dot{R}_1/R_1$  необходимо принять  $\dot{e}_{10} = \dot{R}_1/R_{10}$ .

Следовательно, подтверждена общность существования пика пластичности в случае деформации не только для цилиндра с постоянной скоростью в схеме несжимаемой вязкопластической среды [6], но и для цилиндра из сжимаемого вязкопластического материала в режимах движения внутренней границы  $e_1 = \text{const}$  и  $\dot{R}_1 = \text{const}$ .

**4. Обсуждение.** Для того чтобы сравнить значения предельной деформации, вычисленные по формулам (3.10)–(3.12), с экспериментом, необходимо знать коэффициент динамической вязкости и предел текучести рассматриваемого материала, а при значительной сжимаемости материала — и закон распределения плотности в оболочке. Известно [26, 27], что  $\mu, \sigma_s$  зависят от скорости деформаций, особенно значительно коэффициент вязкости [28]. В диапазоне скоростей деформаций  $10^3$ – $10^6$  1/с получена весьма ограниченная информация для  $\mu$  (см., например, [10, 29–32]). Отсюда появляется практический и научный интерес по известным из опыта данным  $e_{2*}, e_2, \sigma_s, \lambda_*$  оценить коэффициент динамической вязкости металлов  $\mu$ .

Так как в опытах по динамическому разрушению труб в основном приходится работать с величинами, соответствующими внешней границе кольца, выпишем из (2.1), (2.2) при  $\rho = 0$  полезные в дальнейшем соотношения для тонкостенной цилиндрической оболочки:

$$(4.1) \quad e_{1*} \approx e_{2*}(1 + 2\varepsilon_0), \quad e_{2*} = R_{2*}/R_{20} - 1, \quad \varepsilon_0 = \delta_0 / R_{10},$$

$$\dot{e}_1 \approx e_2 [1 + 2\varepsilon_0(1 + e_{2*})^{-2}],$$

где  $\delta_0$  — начальная ширина стенки кольца.

Тогда из (3.10) вследствие (4.1) для несжимаемой вязкопластической среды ( $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = 0, v = 1/2$ ) получим с точностью до первого порядка малости относительно  $\varepsilon_0$  выражение

$$(4.2) \quad \mu = \left[ \frac{2\lambda_* E}{3c_0 e_{2*} e_2} \right]^{1/2} \left\{ 1 - \frac{D}{2} + \varepsilon_0 \left[ \frac{(D-1)}{(1 + e_{2*})^2} - 1 \right] \right\},$$

$$D = \frac{\sigma_s}{2} \left[ \frac{3e_{2*} c_0}{2E\lambda_* e_2} \right]^{1/2}.$$

Выполним расчет  $\mu$  по формуле (4.2) на основе опытных данных по взрывному разрушению стальных труб [6, 33]. На рис. 1, 2 представлены значения коэффициента динамической вязкости для низкоуглеродистой стали (рис. 1 — по данным [6],  $\sigma_s \approx 0,25$  ГПа) и для стали Z3CN18-10

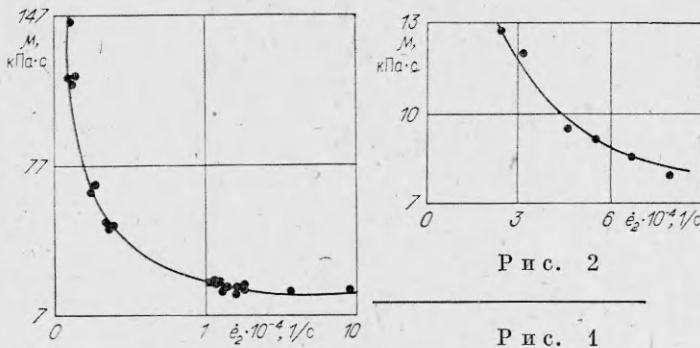


Рис. 1

Рис. 2

(рис. 2 — по данным [33],  $\sigma_s \approx 0,33$  ГПа) в зависимости от скорости деформаций. Для рассматриваемых сталей в расчетах принято  $E = 200$  ГПа,  $c_0 = 4,6$  км/с,  $\lambda_* = 210$  кДж/м<sup>2</sup>. Из рис. 1, 2 следует уменьшение  $\mu$  от скорости деформаций, что согласуется с общими выводами [26, 28] относительно вязкости металлов. Количественное сравнение данных рис. 1, 2 с известными оценками для сталей [10, 28—31] относительно  $\mu$  показывает близкие значения при соответствующих скоростях деформаций.

Рассмотрим подробнее структуру безразмерного параметра  $w = \mu e_1 / \sigma_s$ . Подстановка его в (3.10) показывает, что предельная деформация материала кольца также имеет экстремум относительно этого параметра. Так как коэффициент вязкости и предел текучести реальных металлов зависят от изменения скорости деформаций [26—28], можно условно принять для динамических характеристик соотношения

$$(4.3) \quad \sigma_s = \sigma_{s0} \left( 1 + a_0 x^{n_1} \right), \quad \mu = \mu_0 x^{-n_2}, \quad x = \dot{e}_1 / \dot{e}_{10} \geq 1,$$

где  $n_1, n_2, a_0$  — положительные постоянные;  $\sigma_{s0}, \mu_0$  — механические характеристики металла, полученные в процессе испытаний при доступной скорости деформаций  $\dot{e}_{10} \leq \dot{e}_1$ . Формулы (4.3) отражают опытные наблюдения: незначительный рост предела текучести, а в ряде случаев и снижение, когда увеличивается скорость деформации (зависимость, близкая к линейной), и гиперболический характер уменьшения коэффициента вязкости металлов (см., например, [28] и рис. 1, 2). Тогда из (4.3) для параметра  $w$  получим равенство

$$(4.4) \quad w = \left( \frac{\mu_0 \dot{e}_{10}}{\sigma_{s0}} \right) \left[ \frac{x^{1-n_2}}{1 + a_0 x^{n_1}} \right].$$

Анализ формулы (4.4) относительно изменения  $x$  показывает, что для определенных параметров  $n_1, n_2, a_0$  зависимость  $w(x)$  имеет экстремальные значения. Например, при  $n_1 = 1, n_2 = a_0 = 1/2$

$$w_{\text{макс}} = \left( \frac{\mu_0 \dot{e}_{10}}{\sigma_{s0}} \right) / \sqrt{2} \quad (x = 2).$$

Следовательно, существование максимального значения для деформации металла в момент разрушения оболочки в зависимости от скорости деформаций есть характеристика материала. Это объясняется разной интенсивностью изменения прочностных свойств металла ( $\sigma_s$ ) и внутреннего трения ( $\mu$ ) в процессе неустановившейся деформации, что и определяет пик пластичности.

Если рассмотреть опытные результаты [34, 35] относительно зависимости  $e_{2*}(M)$  ( $M$  — отношение веса взрывчатого вещества к весу цилиндрической оболочки на единицу длины), получим кривые с максимумом. Например, согласно экспериментам по высокоскоростному разрушению тонкостенных стальных труб [34], находим расположение опытных точек вдоль кривой, имеющей максимум  $e_{2*} \approx 0,82$  при  $M \approx 0,87$  (рис. 3).

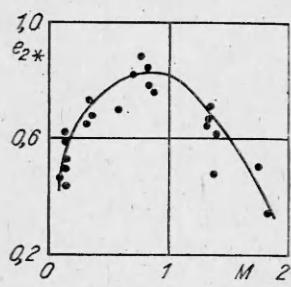


Рис. 3

Аналогичные кривые с экстремумом получим после обработки опытных данных по взрывному разрушению труб из дюралюминия, свинца, меди и латуни [35].

Отмеченный здесь факт существования экстремальных значений для функций  $e_{2*}(e_2)$ ,  $e_{2*}(M)$  можно, по-видимому, объяснить наличием однозначной монотонной функциональной зависимости между параметрами  $e_2$ ,  $M$ , на что указывает энергетическая оценка скорости движения цилиндрической оболочки при взрывном нагружении [1].

Таким образом, найденные аналитические зависимости на основе энергетического критерия разрушения (3.1) не противоречат известным опытным данным по разрушению металлических труб под действием продуктов взрыва, а также позволяют в более общей постановке реально прогнозировать значение пика пластичности в процессе неустановившейся деформации металлических цилиндрических оболочек. В частности, из (1.2)–(1.4), (3.11), (3.12) следует, что разные законы распределения плотности материала кольца по-разному влияют на величину  $e_{1*,\max}$ . Например, при справедливости (1.2) параметр  $\alpha_1 > 0$  увеличивает значение  $e_{1*,\max}$ , тогда как при (1.3) с ростом параметра  $\alpha_2$   $e_{1*,\max}$  уменьшается. При этом в обоих случаях учет сжимаемости материала снижает значение скорости деформации, при которой достигается пик пластичности. Такие оценки необходимы на практике для выбора технологического режима при изготовлении в динамике металлических труб либо при создании новых конструктивных форм цилиндрических сосудов давления.

Автор признателен А. Г. Иванову за внимание к работе и весьма полезные обсуждения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Одинцов В. А., Чудов Л. А. Расширение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации.— В кн.: Механика. Проблемы динамики упругопластических сред. М.: Мир, 1975.
2. Санасарян Н. С. Вязкопластическая деформация труб при взрыве ВВ в зависимости от свойств окружающей среды.— ФГВ, 1971, т. 7, № 4.
3. Кузнецов В. М. О разрушении металлических колец в пластическом состоянии.— ФГВ, 1973, т. 9, № 4.
4. Иванов А. Г., Кочкин Л. И. и др. Взрывное разрушение труб.— ФГВ, 1974, т. 10, № 1.
5. Stelly M., Legrand J., Dormeval R. Some metallurgical aspects of the dynamic expansion of shells.— In: Shock Waves and High-Strain-Rate Phenomena in Metals: Conc. and Appl.: Proc. Int. Conf. Metallurg. Eff. High-Strain-Rate Deform. and Fabr., Albuquerque, N. M., 1980. N. Y.; L., 1981.
6. Иванов А. Г. Особенности взрывной деформации и разрушения труб.— ПП, 1976, № 11.
7. Иванов А. Г., Минеев В. И. О масштабных эффектах при разрушении.— ФГВ, 1979, т. 15, № 5.
8. Иванов А. Г. Феноменология разрушения и откол.— ФГВ, 1985, т. 21, № 2.
9. Фадеенко Ю. И. Временные критерии разрушения в динамике твердого тела.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 32. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1977.
10. Ильин А. А. Деформация вязкопластического тела.— Учен. зап. МГУ. Механика, 1940; вып. 39.
11. Огибалов П. М., Мирзаджанзаде А. Х. Нестационарные движения вязкопластических сред.— М.: Изд-во МГУ, 1970.
12. Баум О. А., Орленко Л. П. и др. Физика взрыва.— М.: Наука, 1975.
13. Цыпкин В. И., Иванов А. Г. и др. Влияние масштаба, геометрии и заполняющей среды на прочность стальных сосудов при внутреннем импульсном нагружении.— Атом. энергия, 1976, т. 41, вып. 5.
14. Сериков С. В. Нестационарное расширение до разрушения сжимаемого кольца в схеме идеальной пластичности.— ФГВ, 1980, т. 16, № 4.
15. Смирнов В. С., Григорьев А. К. и др. Сопротивление деформации и пластичность металлов (при обработке давлением).— М.: Металлургия, 1975.
16. Гуляев А. П. Металловедение.— М.: Металлургия, 1977.

17. Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А. Расширение идеально-пластической цилиндрической оболочки под действием продуктов детонации.— ПМТФ, 1974, № 2.
18. Кошелев Э. А. Об устойчивости течения кольца несжимаемой жидкости под действием переменного внутреннего давления.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 13. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1973.
19. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М.: Наука, 1971.
20. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решения сингулярно возмущенных уравнений.— М.: Наука, 1973.
21. Сериков С. В. Безволновое неустановившееся движение пластического кольца из сжимаемого материала.— В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 48. Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1980.
22. Одинцов В. А., Селиванов В. В., Чудов Л. А. Движение упругопластической оболочки с фазовым переходом под действием продуктов детонации.— Изв. АН СССР. МТТ, 1974, № 3.
23. Кузнецов В. М. О нестационарном распространении системы трещин в хрупком материале.— ПМТФ, 1968, № 2.
24. Колобанова А. Е., Одинцов В. А., Чудов Л. А. Распространение системы трещин в цилиндре при импульсном нагружении. Препринт № 181.— М.: ИПМ АН СССР, 1981.
25. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения.— М.: Наука, 1974.
26. Иванов А. Г., Кашаев Ю. Г. и др. Влияние предыстории нагружения на механические свойства стали при одноосном растяжении.— ПМТФ, 1982, № 6.
27. Волошенко-Климовицкий Ю. Я. Динамический предел текучести.— М.: Наука, 1965.
28. Дерибас А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом.— Новосибирск: Наука, 1980.
29. Попов С. М. Абсолютная вязкость сталей.— Инж. сб., 1941, т. 1, № 1.
30. Захаренко И. Д., Мали В. И. Вязкость металлов при сварке взрывом.— В кн.: Горение и взрыв. М.: Наука, 1972.
31. Годунов С. К., Дерибас А. А. и др. Исследование вязкости металлов при высокоскоростных соударениях.— ФГВ, 1971, т. 7, № 1.
32. Степанов Г. В., Бащенко А. П. Определение коэффициента вязкости алюминиевого сплава Д16 при внедрении конуса.— ПП, 1984, № 10.
33. Olive F., Nicaud A. et al. Rupture behaviour of metals in explosive expansion.— In: Mech. Prop. High Rates Strain: Proc. 2nd Conf., Oxford, 1979. Bristol — London, 1980.
34. Иванов А. Г., Кочкин Л. И. и др. Высокоскоростное разрушение тонкостенных труб из мягкой стали.— ПМТФ, 1983, № 1.
35. Воробьев А. И., Гайнуллин М. С. и др. Экспериментальное исследование движения цилиндрических оболочек под действием продуктов взрыва в полости.— ПМТФ, 1974, № 6.

Поступила 24/XII 1985 г.

УДК 539.42 : 620.172.254

## КИНЕТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ В СРЕДАХ С МИКРОТРЕЩИНАМИ И РАЗРУШЕНИЕ МЕТАЛЛОВ В ВОЛНАХ НАПРЯЖЕНИЙ

*B. B. Беляев, O. B. Наймарк*

(Пермь)

В настоящее время признание законного дефекта структуры твердых тел получили микротрешины. Исследования, проведенные в металлах микроскопическими методами, показывают, что деформирование при различных видах нагружения (развитые пластические деформации, ползучесть, динамические и усталостные нагрузжения) сопровождается множественным зарождением и ростом микротрешин [1—4]. Последние характеризуются распределением по размерам, обладают анизогеометричностью формы (большой для хрупких тел и меньший для пластичных), разрушение и релаксационные свойства существенно определяются кинетикой роста микротрещин [5]. Экспериментальное изучение разрушения при ударных нагрузках также установило множественное зарождение и рост микротрещин в волнах напряжений [3, 4, 6, 7]. Фрактографическое изучение показывает, что динамическое разрушение, как правило, включает следующие основные стадии: быстрое зарождение микротрещин, рост их под действием растягивающих напряжений, слияние микротрещин и разделение материала с образованием одной или более свободных поверхностей. Исходя из характерной формы микротрещин в [3, 4, 6] разрушение при ударно-волновых нагрузках, как и при квазистатических, подразделяется на два класса: вязкое и хрупкое. В [3, 8—10] обсуждается вопрос о корреляции динамических и квазистатических данных, характеризующих разрушение как процесс накопления микротрещин.