

**К РАСЧЕТУ ГОМОГЕННОГО ТУРБУЛЕНТНОГО
ГАЗОВОГО ФАКЕЛА**

Л. А. Вулис, Ш. А. Ершин, Л. П. Ярин

(Алма-Ата)

1. В теории газового факела различают предельные случаи — горение однородной смеси и неперемешанных предварительно газов. Общим для них при интенсивном горении является локализация химической реакции в узкой зоне — фронте пламени. Вне этой зоны во всем пространстве, занятом факелом, осуществляются процессы переноса в среде без источников, в частности диффузия горючих компонентов к фронту пламени. Между этими двумя предельными случаями газового факела имеется, однако, существенное отличие. При горении предварительно перемешанных газов к фронту пламени диффундирует стехиометрическая смесь. При горении неперемешанных газов к зоне горения подводятся раздельно реагирующие компоненты (горючее и окислитель) в стехиометрическом соотношении потоков. В обоих случаях концентрации исходных реагентов на поверхности фронта пламени (при бесконечной большой скорости реакции) равны нулю.

При конечной скорости реакции (в том же предположении об интенсивности процесса горения) можно приближенно сохранить предположение о локализации горения на поверхности фронта. В этом случае, однако, концентрации реагентов на фронте следует считать отличными от нуля. Условие, при котором такое допущение становится невозможным и горение распространяется на весь объем, по существу совпадает с условием срыва. Для рассмотренной модели газового факела естественно использовать в расчете методы, развитые в теории турбулентных струй. В задачу газодинамического расчета входит определение местоположения фронта пламени, построение профилей скорости, температуры и концентрации в поперечных сечениях факела.

В указанной постановке задача о расчете газового факела является замкнутой только для случая горения неперемешанных газов, когда для определения местоположения фронта пламени может быть использовано условие смешения потоков реагентов в стехиометрической пропорции. При горении однородной смеси это условие выполняется тривиально, и система уравнений газодинамики не содержит достаточного числа условий, необходимых для определения всех искомым величин [1, 2].

Условие, необходимое для однозначности решения, должно быть, очевидно, заимствовано из кинетики процесса. Таким образом, расчет гомогенного факела должен сочетать в себе данные по газодинамике турбулентных струйных течений и тепловому режиму горения. Тем самым задача может быть доведена до конца без дополнительных предположений, если учесть конечную скорость реакции горения во всей области течения.

Например, можно попытаться использовать, как и в теории теплового режима диффузионного факела [1, 3], квазигетерогенную схему процесса, о которой речь шла выше. Эта схема отвечает условной локализации горения на фронте пламени. В этом случае уравнения переноса для всей области течения (вне фронта) не будут содержать источников тепла и вещества и расчет существенно упростится. Однако при этом — и это результат схематизации — вновь потребуется дополнительное условие для однозначности решения.

Как будет показано ниже, вводя в качестве такого условия физически вполне правдоподобное предположение о максимальности температуры на фронте пламени, можно замкнуть задачу и определить местоположение фронта, а также профили всех характерных величин.

2. Рассмотрим качественную картину горения факела однородной газовой смеси. Допустим, что струя стехиометрической смеси вытекает в пространство, заполненное воздухом или инертным газом (рис. 1, а). Пусть фронт горения установится в некотором среднем положении. Скорость реакции будем считать при этом конечной, однако столь большой, что фронт пламени можно схематически рассматривать как поверхность [1, 3].

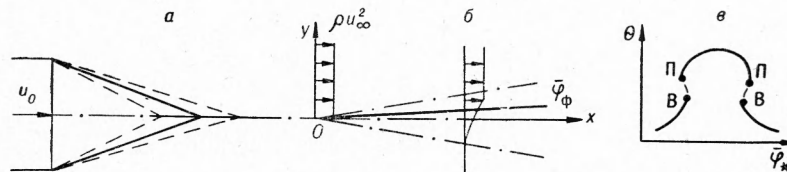


Рис. 1. Схема горения однородной газовой смеси.

Примем в соответствии со сказанным выше, что температура максимальна на фронте пламени. Это допущение не требует доказательства, поскольку наличие максимума температуры вне зоны горения физически нереально (в связи с отсутствием источников тепла в областях, где происходит одно только перемешивание). Необходимо, однако, пойти дальше и для замыкания расчета допустить, что фронту пламени отвечает максимально возможная в данных условиях температура (т. е. наибольшая скорость сгорания и соответственно максимально возможное при заданной кинетике количество сгорающего газа). Действительно, легко представить себе, что фронт горения, неудовлетворяющий этому условию, будет неустойчив. Любое отклонение в этом случае приводило бы к повышению скорости сгорания и «автоматическому» смещению фронта в положение, отвечающее возможному максимуму температуры. Что касается последнего, то его устойчивость нарушится только тогда, когда скорость подвода горючей смеси превысит возможную скорость горения и произойдет обычное потухание [4]. Это условие является определяющим для срыва пламени и (в рамках квазигетерогенной схемы) также содержится в результатах расчета. Для интенсивного горения, вдали от условий срыва, расчет профилей динамического давления, температуры и т. д. требует одного только задания местоположения фронта пламени.

Следует отметить, что для замыкания расчетной системы уравнений переноса можно было бы взамен учета конечной скорости реакции и предположения об экстремуме температуры на фронте использовать выражение для «турбулентной скорости распространения пламени». Последняя, однако, определена отнюдь не четко и, в сущности, является

не заданной, а резульативной характеристикой явления. Поэтому ниже будет принят обратный порядок расчета — по выбранному местоположению фронта будет определена расчетом зависимость u_T от параметра задачи.

3. Количественный расчет проведем на простейшем примере горения газовой смеси в плоскопараллельном пограничном слое (рис. 1, б). Следуя уже упоминавшейся квазигетерогенной схеме (локализация реакции на фронте [1, 3]), запишем в актуальных величинах для плоского изобарического течения уравнения пограничного слоя¹

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right), \\ \rho \frac{\partial C}{\partial t} + \rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Уравнение энергии и диффузии необходимо интегрировать отдельно для внутренней и внешней областей факела, так как фронт пламени является поверхностью слабого разрыва для температуры и концентрации. Полученные для разных областей решения «стыкуются» затем на фронте пламени. Предварительно находится единое для всего поля течения решение динамической задачи. В дальнейшем, после осреднения, будем рассматривать только стационарное течение.

В указанной постановке граничные условия для рассматриваемой стационарной задачи имеют вид:

$$u \rightarrow u_{+\infty}, \quad T \rightarrow T_{+\infty}, \quad C \rightarrow C_{+\infty} \quad \text{при } y \rightarrow +\infty;$$

$$u \rightarrow 0, \quad T \rightarrow T_{-\infty}, \quad C \rightarrow C_{-\infty} \quad \text{при } y \rightarrow -\infty;$$

$$\left. \begin{aligned} \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_1 - \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_2 &= K_0 \cdot W(C) \exp \left(-\frac{E}{RT} \right) \\ q \left\{ \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_1 - \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_2 \right\} &= \lambda_{\Phi} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right|_1 + \lambda_{\Phi} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right|_2 \end{aligned} \right\} \text{при } y = y_{\Phi};$$

$$T = T_{\Phi}, \quad C = C_{\Phi},$$

где $K = K_0 \exp \left(-\frac{E}{RT} \right)$ — константа скорости реакции по закону Аррениуса; $W(C)$ — некоторая функция концентрации, определяемая порядком реакции; E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная; q — тепловой эффект реакции; индексы $+\infty$, $-\infty$ относятся соответственно к горючей смеси и окружающему факел газу; индекс «ф» указывает, что значение данной величины берется на фронте пламени,

¹ В дальнейшем, для упрощения задачи, в первом приближении примем $\rho = \text{const}$. Это допущение существенных изменений в конечные результаты расчета не вносит.

индекс «1» относится к потоку, подходящему к фронту, индекс «2» — к потоку, отходящему от фронта.

Решение системы уравнений (1) для осредненного турбулентного движения может быть получено в рамках различных расчетных схем [2, 5]. Следуя [5], перепишем систему уравнений для стационарного турбулентного пограничного слоя в виде:

$$\begin{aligned} u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_{\tau} \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ u \frac{\partial \Delta i}{\partial x} + v \frac{\partial \Delta i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(a_{\tau} \frac{\partial \Delta i}{\partial y} \right), \\ u \frac{\partial \Delta C}{\partial x} + v \frac{\partial \Delta C}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left(D_{\tau} \frac{\partial \Delta C}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Граничные условия для этой системы имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_{+\infty}} \rightarrow 1, \quad \frac{\Delta C}{\Delta C_{+\infty}} \rightarrow 1, \quad \frac{\Delta i}{\Delta i_{+\infty}} \rightarrow 1 \quad \text{при } y \rightarrow +\infty; \\ \frac{u}{u_{+\infty}} \rightarrow 0, \quad \frac{\Delta C}{\Delta C_{-\infty}} \rightarrow 1, \quad \frac{\Delta i}{\Delta i_{-\infty}} \rightarrow 1 \quad \text{при } y \rightarrow -\infty. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_1 - \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_2 &= K_0 \cdot W(C) \cdot \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (3) \\ q \left\{ \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_1 - \rho D_{\Phi} \left| \frac{\partial C}{\partial y} \right|_2 \right\} &= \lambda_{\Phi} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right|_1 + \lambda_{\Phi} \left| \frac{\partial T}{\partial y} \right|_2 \quad (4) \\ \frac{\Delta i}{\Delta i_{\pm\infty}} &= 0, \quad \frac{\Delta C}{\Delta C_{\pm\infty}} = 0 \end{aligned} \right\} \text{при } y = y_{\Phi}.$$

здесь ν_{τ} , a_{τ} , D_{τ} — соответственно условные коэффициенты турбулентной вязкости, температуропроводности и диффузии; $\Delta i = C_p \Delta T$. В дальнейшем для простоты примем, что $T_{+\infty} = T_{-\infty}$ и $W(C) = \rho C$ (т. е. будем считать, что происходит реакция первого порядка). Эти допущения не имеют, впрочем, принципиального значения.

Автомодельное решение (в приближении Гертлера [6]) может быть записано в виде, тождественном решению аналогичной задачи для горения неперемешанных газов [3]:

а) для области изменения приведенной координаты $\bar{\varphi}_{\Phi} \leq \bar{\varphi} \leq +\infty$ ($\bar{\varphi} = \frac{y}{ax} + \varphi_0$; a — коэффициент турбулентной структуры струи; $\varphi_0 = \text{const}$),

$$\frac{C - C_{\Phi}}{C_{-\infty} - C_{\Phi}} = \left[1 - \frac{1 - \text{erf}(\bar{\varphi} \sqrt{\sigma_1})}{1 - \text{erf}(\bar{\varphi}_{\Phi} \sqrt{\sigma_1})} \right], \quad (5)$$

$$\frac{T - T_{+\infty}}{T_{\Phi} - T_{+\infty}} = 1 - \left[1 - \frac{1 - \text{erf}(\bar{\varphi} \sqrt{\sigma})}{1 - \text{erf}(\bar{\varphi}_{\Phi} \sqrt{\sigma})} \right], \quad (6)$$

$$\text{erf}(z) = \frac{r}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{-t^2} dt;$$

б) для области изменения приведенной координаты $-\infty \leq \bar{\varphi} < \bar{\varphi}_\Phi$

$$\frac{C - C_\Phi}{C_\Phi - C_{-\infty}} = \left[1 - \frac{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi} \sqrt{\sigma_1})}{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma_1})} \right]; \quad (7)$$

$$\frac{T - T_{-\infty}}{T_\Phi - T_{-\infty}} = 1 - \left[1 - \frac{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi} \sqrt{\sigma})}{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})} \right], \quad (8)$$

где σ и σ_1 — турбулентные числа Прандтля (тепловое и диффузионное).

Решение динамической задачи для области изменения $-\infty \leq \bar{\varphi} \leq +\infty$ имеет вид:

$$\frac{u}{u_{+\infty}} = \frac{1}{2} [1 - \operatorname{erf}(\bar{\varphi})]. \quad (9)$$

Для определения неизвестных из газодинамического расчета значений температуры и концентрации на фронте пламени используем условия (3), (4) — уравнения материального и теплового баланса, приведенные к обычной в теории теплового режима горения форме [4]:

$$\psi_1 = \frac{\tau}{\tau + e^{\theta}}, \quad \left(\tau = \frac{[1 - \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]^2}{[\operatorname{erf}(\bar{\varphi} \sqrt{\sigma})]_\Phi'} \cdot \frac{a_1 \cdot K_0}{u_{+\infty}} \right); \quad (10)$$

$$\psi_2 = \frac{1}{\vartheta} \cdot \frac{2}{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})} (\theta - \theta_\infty), \quad (11)$$

здесь $\psi = 1 - \frac{C_\Phi}{C_*}$ — коэффициент полноты сгорания; C_* — концентрация смеси при $\bar{\varphi} = \bar{\varphi}_\Phi$ (при смешении газов без горения); a_1 — приведенный коэффициент турбулентной структуры струи; $\vartheta = \frac{q C_0 R}{E C_p}$ — приведенная калорийность смеси, $\theta = \frac{RT}{E}$.

Стационарные значения температуры и концентрации определяются из условия равенства теплоотвода и тепловыделения в зоне горения

$$\psi_1 = \psi_2. \quad (12)$$

В это уравнение входит не известная еще величина $\bar{\varphi}_\Phi$ — координата фронта пламени. Задавая значения $\bar{\varphi}_\Phi$, из соотношения (12) можно определить величину стационарной температуры горения для заданных условий ($u_{+\infty}$, $C_{+\infty}$, $T_{+\infty}$ и т. д.). Зависимость температуры на фронте от координаты $\bar{\varphi}_\Phi$ схематически показана на рис. 1, в. Согласно развитым в начале статьи представлениям, примем для однозначности решения условие:

$$\frac{d\theta_\Phi}{d\bar{\varphi}_\Phi} = 0. \quad (13)$$

Применяя условие (13) к соотношению (12), получим связь между максимальной температурой горения и координатой $\bar{\varphi}_\Phi$

$$\theta = \frac{1}{\ln \left\{ \frac{1}{1 + \frac{\tau'}{\tau} \frac{[1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]}{[\operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]_\Phi}} \right\}} \quad (14)$$

Используя выражения (14) и (12), получим уравнение, определяющее местоположение фронта пламени

$$\frac{1}{\left\{ \frac{1}{1 + \frac{\tau'}{\tau} \frac{[1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]}{[\operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]_\Phi}} \right\}} = \frac{2}{\vartheta} \frac{1}{1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})} \times \left\{ \ln \left\{ \frac{1}{1 + \frac{\tau'}{\tau} \frac{[1 + \operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]}{[\operatorname{erf}(\bar{\varphi}_\Phi \sqrt{\sigma})]_\Phi}} \right\} - \theta_\infty \right\} \quad (15)$$

в виде зависимости координаты фронта $\bar{\varphi}_\Phi$ от калорийности смеси.

Следует отметить, что уравнение (12) имеет три корня. Два из них, как известно из теории теплового режима [4], определяют устойчивые режимы: горение и медленное окисление. Третий, промежуточный режим отвечает неустойчивому состоянию системы (рис. 2). В связи с этим при решении уравнения (15) необходимо выбирать корень, отвечающий верхнему режиму — горению.

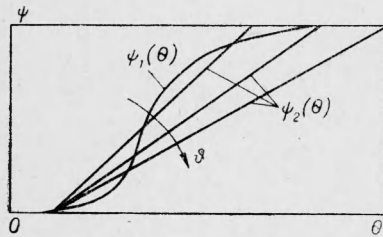


Рис. 2. Зависимость $\psi_1(\theta)$ и $\psi_2(\theta)$ от различных значений θ (стрелкой указано направление возрастания θ).

Результаты расчета местоположения фронта пламени в зависимости от теплотворности смеси, скорости потока и т. д., приведены на рис. 3, а¹. Как видно из графика, повышение теплотворности смеси приводит к смещению фронта пламени к внутренней границе пограничного слоя. Этот результат подтверждает высказанное Г. Н. Абрамовичем [2] предположение о расположении фронта пламени при горении высококалорийных сме-

сей вблизи внутренней границы области смещения. Увеличение приведенного коэффициента турбулентной структуры струи и повышение реакционной способности смеси (K_0) приводит также к смещению фронта пламени в сторону набегающего потока. Противоположное по характеру влияние оказывает на местоположение фронта пламени увеличение скорости струи.

Для примера на рис. 3, а пунктиром нанесена также зависимость $\bar{\varphi}_\Phi = f(\vartheta)$ при другом ($\theta_{+\infty} = 0,064$) значении начальной температуры смеси. Как видно из рисунка, в случае увеличения начальной температуры смеси процесс горения может проходить и в бескризисном режи-

¹ В проведении численных расчетов принимала участие Р. П. Рыбалова.

ме. Последнее находится в полном соответствии с известными положениями теории теплового режима [4]. Зависимость температуры горения от калорийности смеси приведена на рис. 3, б.

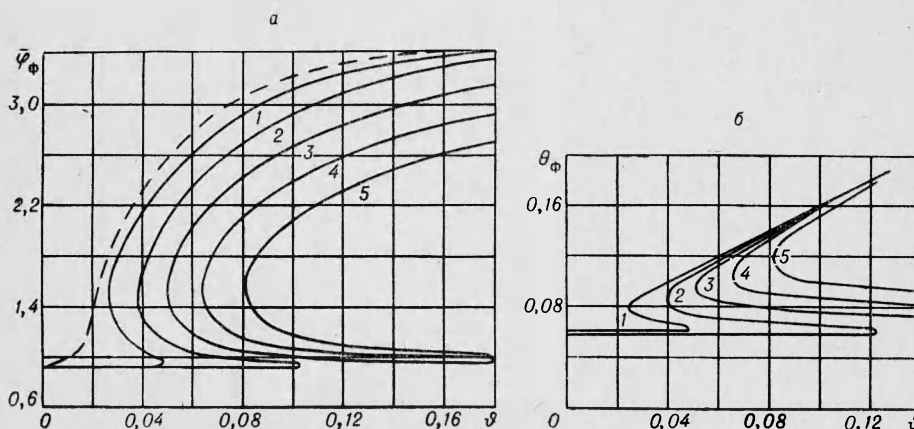


Рис. 3. Зависимость температуры горения и местоположения фронта пламени $\bar{\varphi}_\Phi$ от калорийности смеси при следующих скоростях истечения газа: 1 м/сек (1), 2,71 м/сек (2), 7,3 м/сек (3), 21 м/сек (4), 54,2 м/сек (5). $E = 4 \cdot 10^4$ ккал/моль · град; $\Omega = 15,5$; $\theta_{+\infty} = 0,058$.

Значительный интерес представляет вопрос о влиянии параметров процесса на полноту сгорания. На рис. 4 показана зависимость полноты сгорания от начальной скорости истечения газа и калорийности смеси. Из этого графика видно, что увеличение скорости или уменьшение калорийности приводит к снижению полноты сгорания.

Приведенные выше качественные выводы проиллюстрируем следующим примером.

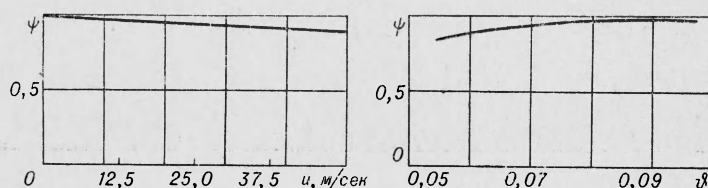


Рис. 4. Зависимость полноты сгорания от начальной скорости истечения и калорийности смеси.

Рассмотрим горение смеси углеводородного топлива, характеризующегося стехиометрическим соотношением 15 : 5 (по воздуху), калорийностью 10^4 ккал/кг и энергией активации $E = 4 \cdot 10^4$ ккал/моль · град. Значение приведенного кинетического комплекса K_0 положим равным $1,2 \cdot 10^6$. Для данных условий величина безразмерной характеристики теплотворности равна 0,0922. Этому значению теплотворности газовой смеси (при $u_{+\infty} = 20$ м/сек) соответствует $\bar{\varphi}_\Phi = 2,26$; $\theta_\Phi = 0,148$. Принимая коэффициент турбулентной структуры струи при горении равным 0,05, получим величину угла наклона фронта к оси $\text{arctg} \frac{y}{x}$ равной $5^\circ 30'$.

На рис. 5 приведена фотография турбулентного гомогенного факела, полученная на горелке типа Бунзена с диаметром сопла 30 мм.

Сплошной линией показано рассчитанное по соотношению (15) местоположение фронта пламени. Из рисунка видно, что имеет место качественное соответствие расчета с опытом. Следует отметить, что настоящий расчет дает возможность определить осредненное значение скорости турбулентного распространения пламени. Действительно, зная $\bar{\varphi}_\Phi$, можно по правилу В. А. Михельсона найти значение u_τ из следующего соотношения

$$u_\tau = u_{+\infty} \frac{\bar{\varphi}_\Phi a}{\sqrt{1 + (\bar{\varphi}_\Phi a)^2}}. \quad (16)$$

Определенная таким образом скорость турбулентного горения учитывает факторы как газодинамической, так и кинетической природы. Косвенно (через посредство эмпирической постоянной «а») на ней сказывается также уровень турбулентности потока и др.

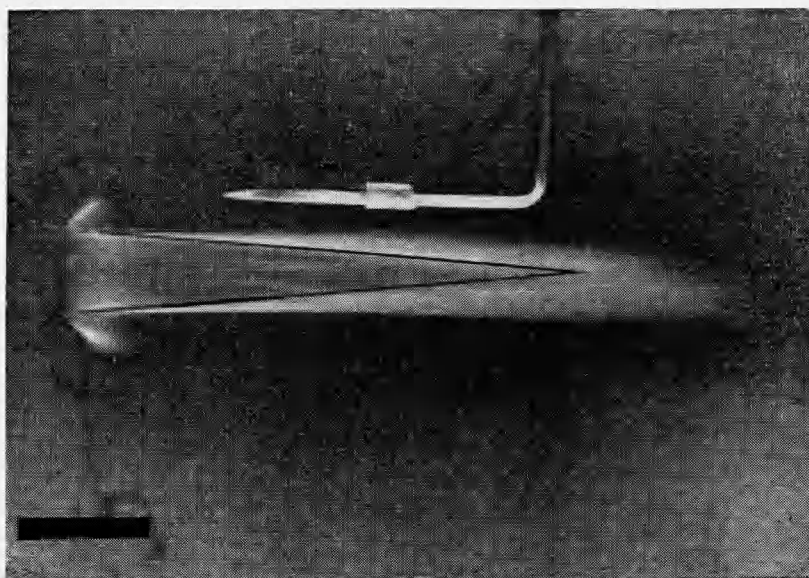


Рис. 5. Фотография турбулентного гомогенного факела.

На рис. 6 приведены расчетные данные по влиянию скорости набегающего потока на местоположение фронта горения и скорости турбулентного распространения пламени. Как видно из графика, увеличение скорости истечения смеси приводит к уменьшению угла наклона фронта по отношению к направлению движения потока и росту скорости турбулентного распространения пламени. При этом зависимость $u_\tau = f(u_{+\infty})$ может быть аппроксимирована (как это обычно делается в теории горения) в виде зависимости

$$u_\tau = K u_{+\infty}^n \quad (u_{+\infty} \sim u'). \quad (17)$$

Сопоставление выражения (16) и соотношения (17) показывает, что показатель степени n равен 0,75.

В заключение остановимся на некоторых общих свойствах газового факела. В диффузионном факеле (горение неперемешанных газов), как и всегда при диффузионном горении, определяющая роль принадлежит смешению. Поэтому местоположение фронта пламени определяется из уравнений переноса с соответствующими граничными условиями.

При горении гомогенного факела наличие фронта пламени и близкой к нулю концентрации стехиометрической смеси на нем сближает его с диффузионным горением. При этом, однако, для расчета требуется учет конечной скорости реакции и в квазигетерогенной схеме — предположение о том, что местоположение фронта отвечает максимально возможной температуре. Принимая определенную таким образом координату фронта, можно провести полный газодинамический расчет. Наряду с этим, учет конечной скорости реакции позволяет определить не только профили характерных величин, но и полноту сгорания и условия срыва факела.

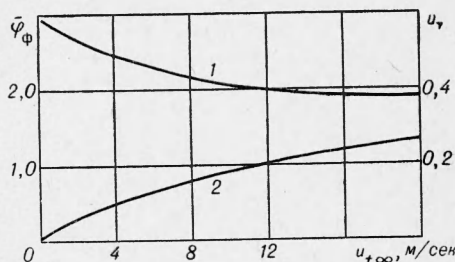


Рис. 6. Зависимость местоположения фронта пламени и величины турбулентной скорости распространения пламени от скорости истечения смеси.

$$1 - \bar{\varphi}_{\Phi} = f(u_{+\infty}); \quad 2 - u_{\tau} = f(u_{+\infty}).$$

Поступила в редакцию
27/VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. А. Вулис.— Сб. «Теория и практика сжигания газа». М., изд-во «Недра», 1964.
2. Г. Н. Абрамович. Теория турбулентных струй. М., Физматгиз, 1960.
3. Л. П. Ярин. Изв. АН КазССР. сер. энергетическая, 1961, 1 (19).
4. Л. А. Вулис. Тепловой режим горения. М., Госэнергоиздат, 1954.
5. Л. А. Вулис, В. П. Кашкаров. Теория струй вязкой жидкости. М.—Л., изд-во «Наука», 1965.
6. H. Görtler. ZAMM, 1942, 22, 5.