

УДК 532.546

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ВОЛН В НАСЫЩЕННЫХ ГАЗОМ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ С УЧЕТОМ МЕЖФАЗНОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. Ш. Шагапов, И. Г. Хусаинов, В. Л. Дмитриев

Стерлитамакский государственный педагогический институт, 453103 Стерлитамак

Исследовано влияние процессов теплообмена между газом и скелетом на распространение “быстрой” и “медленной” волн в пористой среде. Указаны области частот, когда затухание волн в насыщенной газом пористой среде определяется в основном процессами теплообмена.

Ключевые слова: пористая среда, линейные волны, дисперсионное соотношение, волновое число, теплообмен.

Введение. Большинство встречающихся в природе и используемых в технике сред не являются однородными и не могут быть отнесены к классу жидкостей, газов или твердых деформируемых тел. Различия в свойствах отдельных фаз, составляющих среду, и межфазные взаимодействия играют определяющую роль в динамике таких сред.

Акустические методы — основные инструменты для изучения таких формирований. В частности, на основе анализа сигнала эха, который связан со структурой и свойствами среды, можно контролировать различные процессы в пористых средах (восстановление естественной проходимости, предотвращение и устранение проблем, связанных с адсорбцией жидкости, и т. д.).

Теоретическое и экспериментальное исследование распространения акустических волн в пористой среде является актуальным и существенно для развития представлений о процессах, сопровождающих применение современных технологий использования пористых сред. Известно много работ, касающихся акустики пористых сред и посвященных изучению процессов распространения волн в таких средах [1–10].

Исследование распространения слабых возмущений в насыщенной жидкостью деформируемой среде с двойной пористостью проведено в [1]. Установлено, что в такой среде распространяются одна поперечная и три продольных волны — деформационная и две фильтрационные. Рассмотрена зависимость скорости волн от межфазного силового взаимодействия.

В [2, 3] путем осреднения дифференциальных уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами рассматривается распространение монохроматических волн в тонкослойных насыщенных средах. Основное внимание уделяется трансформационному механизму затухания таких волн. В [4] исследованы структуры волн в пористых средах. В работе [5] рассмотрены процессы прохождения ступенчатой волной границы раздела “газ — пористая среда” и отражения от жесткой стенки, покрытой пористым материалом. Проанализировано влияние параметров пористой среды и волны на процесс отражения.

В перечисленных выше работах не учитываются возникающие при взаимодействии фаз тепловые эффекты, которые могут оказаться существенными.

Влияние тепло- и массообменных процессов между фазами на распространение малых возмущений в пене рассмотрено в [6], где получено дисперсионное соотношение и иссле-

дована зависимость фазовой скорости и коэффициента затухания волны от параметров среды и возмущения.

В данной работе изучается влияние межфазных тепловых эффектов и межфазных сил на распространение волн в пористых средах. Тепловые эффекты учитываются впервые.

Основные уравнения. Рассмотрим насыщенную газом пористую среду (например, губку). При анализе распространения одномерных волн в такой среде будем считать, что длина волны намного больше размеров пор.

Запишем макроскопические линеаризованные уравнения неразрывности для скелета пористой среды и газа в порах в двухскоростном приближении

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + \rho_{j0} \frac{\partial v_j}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

где ρ_j и v_j — соответственно плотность и скорость j -й фазы. Нижний индекс $j = s, g$ будем относить к параметрам скелета и газа в порах, а дополнительный нижний индекс 0 — к начальному состоянию.

Уравнение импульсов для всей системы в целом запишем в виде

$$\rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} + \rho_{s0} \frac{\partial v_s}{\partial t} = \alpha_{s0} \frac{\partial \sigma_s}{\partial x} - \alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x}, \quad (2)$$

где p_g — давление газа; α_s и α_g — объемные содержания твердой и газовой фаз соответственно; σ_s — напряжение. Примем для скелета модель Фойгта [11]. Тогда имеем

$$\sigma_s = E_s \varepsilon + \mu_s \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial x}, \quad (3)$$

где E_s и μ_s — модуль упругости и коэффициент динамической вязкости пористого скелета соответственно. Уравнение импульсов для газовой фазы имеет следующий вид [7]:

$$\rho_{g0} \frac{\partial v_g}{\partial t} = -\alpha_{g0} \frac{\partial p_g}{\partial x} - F, \quad F = F_m + F_\mu + F_B, \quad (4)$$

где

$$F_m = \frac{1}{2} \eta_m \alpha_{g0} \alpha_{s0} \rho_g^0 \left(\frac{\partial v_g}{\partial t} - \frac{\partial v_s}{\partial t} \right), \quad F_\mu = \frac{9}{2} \eta_\mu \alpha_{g0} \alpha_{s0} \mu_g (v_g - v_s) a_0^{-2},$$

$$F_B = 6 \eta_B a_0^2 \sqrt{\pi \rho_g^0 \mu_g} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v_g - v_s) \frac{d\tau}{\sqrt{t - \tau}}.$$

Здесь F_m — сила присоединенных масс, вызванная инерционным взаимодействием фаз; F_μ — аналог силы вязкого трения Стокса; F_B — сила Бассэ, возникающая вследствие нестационарных эффектов; μ_g — динамическая вязкость газа; η_m, η_μ, η_B — коэффициенты, зависящие от параметров пористой среды [1].

Процессы диссипации тепла в изучаемой системе определяются распределением температуры вблизи межфазных границ. Для описания микронеоднородностей температуры используется схематизация структуры среды, предложенная в работе [7]. При этом пористую среду, насыщенную газом, будем рассматривать как систему сферических газовых пузырьков, окруженных слоем материала скелета. Таким образом, в каждой макроскопической точке, определяемой координатой x , вводим типичную ячейку, состоящую из газового пузырька и приходящегося на него скелета. Внутри ячейки имеется распределение температуры $T_j'(t, x, r)$ и плотности газа $\rho_g^0(t, x, r)$, где r — координата, отсчитываемая от центра ячейки.

Связь между плотностью $\rho_g^0(t, x, r)$ и истинной плотностью, являющейся средней для газовой фазы, $\rho_g^0(t, x)$ определяется с помощью выражения

$$\rho_g^0 = \frac{3}{4\pi a^3} \int_0^a \rho_g'^0 4\pi r^2 dr,$$

где a — радиус поры.

Кроме того, для истинных плотностей ρ_j^0 и объемных содержаний фаз α_j можно записать следующие кинематические соотношения:

$$\rho_j = \alpha_j \rho_j^0, \quad \alpha_g = a^3 / (a + b)^3, \quad \alpha_g + \alpha_s = 1,$$

где b — полутолщина стенки поры.

Если выполняется условие $b \ll a$ ($\alpha_s \ll 1$), то имеем $\alpha_s = 3b/a$.

Для описания распределения температур в ячейке пористой среды запишем линеаризованные уравнения теплопроводности [6]

$$\rho_{g0}^0 c_g \frac{\partial T'_g}{\partial t} = \lambda_g r^{-2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T'_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial p_g}{\partial t} \quad (0 < r < a_0); \quad (5)$$

$$\rho_{s0}^0 c_s \frac{\partial T'_s}{\partial t} = \lambda_s \frac{\partial^2 T'_s}{\partial r^2} \quad (a_0 < r < a_0 + b_0), \quad (6)$$

где λ_j и c_j — соответственно коэффициенты теплопроводности и удельная теплоемкость при постоянном давлении ($j = g, s$); a_0 — средний радиус пор; b_0 — средняя полутолщина стенок пор.

Учитывая непрерывность температуры и теплового потока на поверхности раздела фаз $r = a_0$, граничные условия на ней для уравнений (5) и (6) запишем в виде

$$T'_g = T'_s, \quad \lambda_s \frac{\partial T'_s}{\partial r} = \lambda_g \frac{\partial T'_g}{\partial r} \quad (r = a_0). \quad (7)$$

Запишем условия ограниченности температур в центре пузырьков и отсутствия теплообмена между ячейками (условие адиабатичности ячеек)

$$\frac{\partial T'_g}{\partial r} = 0 \quad (r = 0), \quad \frac{\partial T'_s}{\partial r} = 0 \quad (r = a_0 + b_0). \quad (8)$$

Газ, находящийся в порах среды, будем считать калорически совершенным. Тогда

$$p_g = \rho_g'^0 R T'_g, \quad (9)$$

где R — газовая постоянная.

Распространение линейных волн в пористой среде. Решение системы уравнений (1)–(6), (9) будем искать в виде затухающих бегущих волн:

$$\rho_j^0, v_j, p_j, \alpha_j \cong \exp[i(Kx - \omega t)], \quad T'_j = A_{T_j}(r) \exp[i(Kx - \omega t)], \quad K = k + i\delta, \quad (10)$$

где ω — круговая частота; K — комплексное волновое число; $C_p = \omega/k$ — средняя фазовая скорость; δ — коэффициент затухания.

Выражения для распределения температур T'_g и T'_s получаем, решая систему уравнений (5), (6) с учетом условий (7), (8):

$$A_{T'_g} = T_0(1 - \gamma^{-1}) \left[1 - A \frac{\text{sh}(y_g r / a_0)}{\text{sh}(y_g)} \frac{a_0}{r} \right] \frac{A_{p_g}}{P_0},$$

$$A_{T'_s} = T_0(1 - \gamma^{-1}) \frac{\text{ch}[y_s(a_0 + b_0 - r)/b_0]}{\text{ch}(y_s)} \frac{A_{p_g}}{P_0} (1 - A),$$

$$A = 1/[1 + y_s \operatorname{cth}(y_s) \Pi_g(y_g)/\eta], \quad \Pi_g(y_g) = 3[y_g \operatorname{cth}(y_g) - 1]y_g^{-2},$$

$$y_g = \sqrt{-\frac{i\omega a_0^2}{\varkappa_g}}, \quad y_s = \sqrt{-\frac{i\omega b_0^2}{\varkappa_s}}, \quad \varkappa_g = \frac{\lambda_g}{\rho_{g0}^0 c_g}, \quad \varkappa_s = \frac{\lambda_s}{\rho_{s0}^0 c_s}, \quad \eta = \frac{\alpha_{s0} \rho_{s0}^0 c_s}{\alpha_{g0} \rho_{g0}^0 c_g}.$$

Из условия существования решения вида (10) после ряда преобразований получаем следующее дисперсионное соотношение:

$$\frac{K}{\omega} = \pm \frac{1}{C_g \sqrt{2}} \sqrt{B_1 + B_2 \tilde{C}^2 \pm \sqrt{(B_1 + B_2 \tilde{C}^2)^2 - 4B_3 \tilde{C}^2}}. \quad (11)$$

Здесь

$$B_1 = (1 + \chi_T)(1 + i\chi_V \alpha_{s0}), \quad B_2 = \frac{1 + i\beta \chi_V}{1 - i\omega \mu_s / E_s}, \quad B_3 = \frac{(1 + \chi_T)(i\chi_V(\alpha_{s0} + \beta \alpha_{g0}) + 1)}{1 - i\omega \mu_s / E_s},$$

$$\beta = \frac{\rho_{g0}^0}{\rho_{s0}^0}, \quad \tilde{C} = \frac{C_g}{C_s}, \quad C_g = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_{g0}^0}}, \quad C_s = \sqrt{\frac{E_s}{\rho_{s0}^0}}, \quad \chi_T = (\gamma - 1)A \Pi_g(y_g), \quad \chi_V = \frac{1}{\omega \tau^*},$$

$$\tau^{*-1} = -i\omega \eta_m \alpha_{g0} \alpha_{s0} / 2 + \eta_\mu \alpha_{g0} \alpha_{s0} \nu_g a_0^{-2} + \eta_B (1 + i) \alpha_{g0} \alpha_{s0} a_0^{-1} \sqrt{2\nu_g \omega}, \quad \nu_g = \mu_g / \rho_{g0}^0,$$

где C_g, C_s — фазовые скорости волны в газе и в скелете; ρ_{j0}^0 — начальная истинная плотность j -й фазы.

Коэффициенты χ_V и χ_T учитывают влияние соответственно нестационарных сил межфазного взаимодействия и теплообмена между скелетом и газом на динамику “быстрой” и “медленной” волн.

Результаты расчета. По дисперсионному соотношению (11) были рассчитаны средняя фазовая скорость и коэффициент затухания обеих волн. Расчеты были проведены для систем резина — воздух (пористая среда типа губки) и резина — водород. Параметры фаз были взяты при температуре среды 300 К. Для резины: $\rho_{s0}^0 = 920$ кг/м³, $E_s = 10^8$ Па, $\lambda_s = 0,15$ Вт/(м·К), $c_s = 1571$ Дж/(кг·К), $\mu_s = 100$ Па·с; для воздуха: $\rho_{g0}^0 = 1,29$ кг/м³, $c_g = 1006$ Дж/(кг·К), $\lambda_g = 0,025$ Вт/(м·К), $\gamma = 1,4$, $\mu_g = 1,86 \cdot 10^{-5}$ Па·с; для водорода: $\rho_{g0}^0 = 0,09$ кг/м³, $\lambda_g = 0,17$ Вт/(м·К), $\mu_g = 0,84 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $c_g = 14284$ Дж/(кг·К), $\gamma = 1,41$. При проведении расчетов контролировалось выполнение условия сплошности, т. е. длина волны должна быть больше характерного размера неоднородности среды.

На рис. 1 и 2 представлены зависимости фазовой скорости и коэффициента затухания “медленной” (линии 1, 2, 3) и “быстрой” (линии 4, 5, 6) волн от частоты для системы резина — воздух. Линии 2, 6 построены с учетом теплообмена и без учета межфазных сил; линии 3, 5 — без учета теплообмена и с учетом межфазных сил; линии 1, 4 — с учетом теплообмена и межфазных сил. Здесь и далее газосодержание считается равным $\alpha_{g0} = 0,9$.

Из рис. 1 и 2 следует, что процесс теплообмена сильно влияет на затухание “быстрых” волн в области низких частот; влияние теплообмена на затухание “медленных” волн становится заметным начиная с частоты $\omega^* \approx 10^2$ с⁻¹. Уменьшение характерных размеров среды в 10 раз приводит к смещению характерной частоты ω^* в 20 раз в сторону увеличения. При больших значениях частоты ($\omega \approx 10^6$ с⁻¹) влияние теплообмена и межфазных сил на скорость “медленной” волны незначительно.

На рис. 3 показано влияние размеров пор на скорость и коэффициент затухания “медленной” (линии 1, 2) и “быстрой” (линии 3, 4) волн. Линии 1, 3 и 2, 4 соответствуют размерам пор $a_0 = 10^{-3}$ м и $a_0 = 10^{-4}$ м соответственно. Видно, что при уменьшении

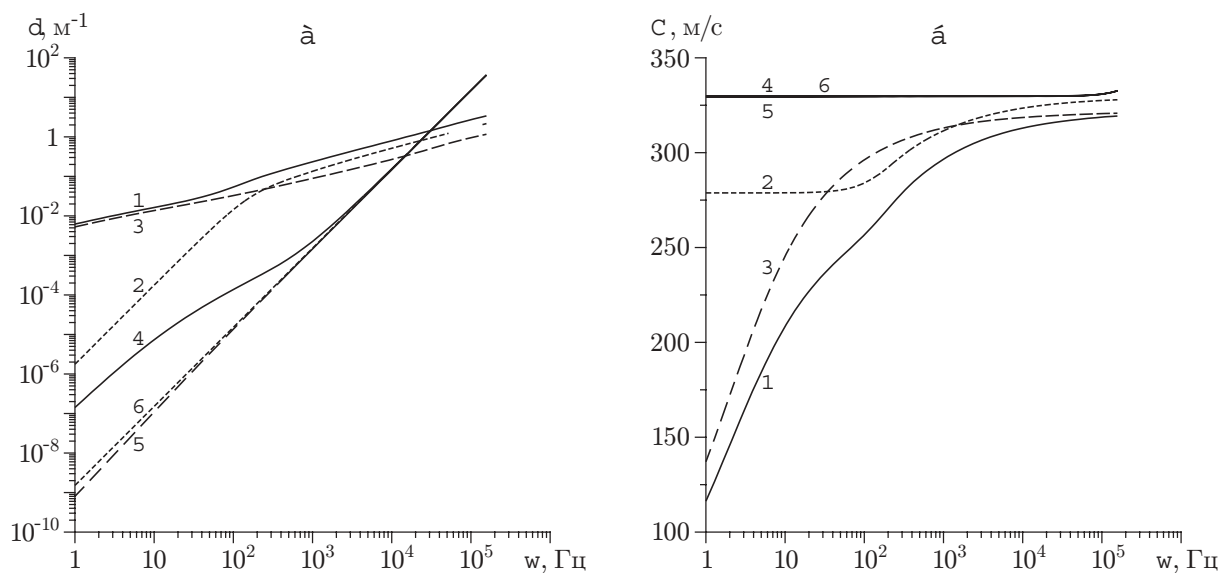


Рис. 1. Зависимость коэффициента затухания (а) и фазовой скорости (б) “медленной” и “быстрой” волн от частоты при $a_0 = 10^{-3}$ м, $b_0 = 3,57 \cdot 10^{-5}$ м

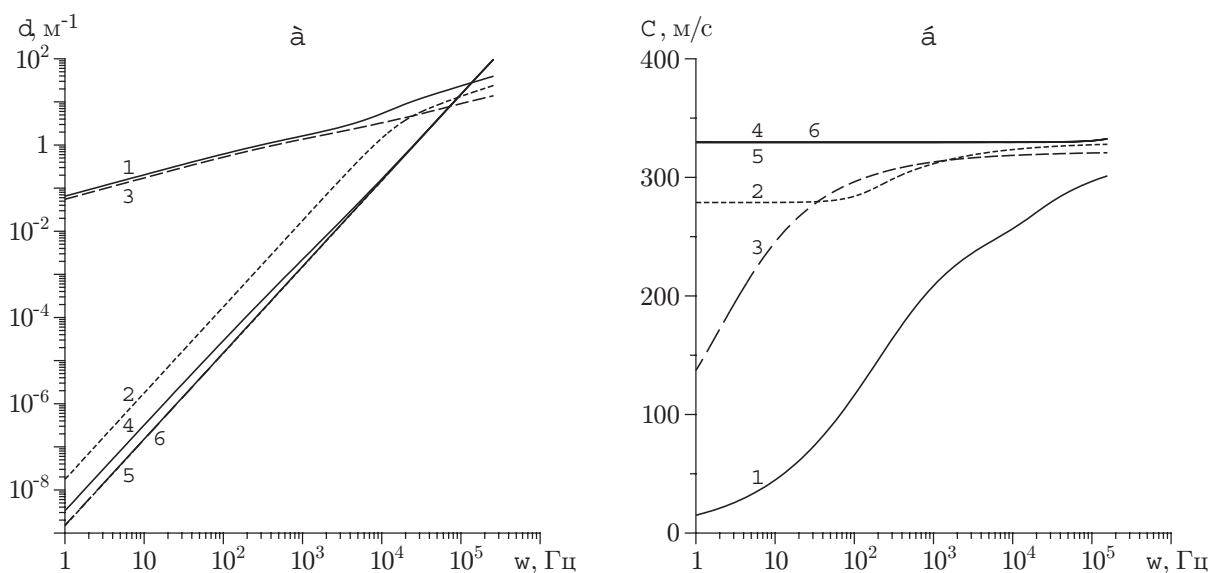


Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания (а) и фазовой скорости (б) “медленной” и “быстрой” волн от частоты при $a_0 = 10^{-4}$ м, $b_0 = 3,57 \cdot 10^{-6}$ м

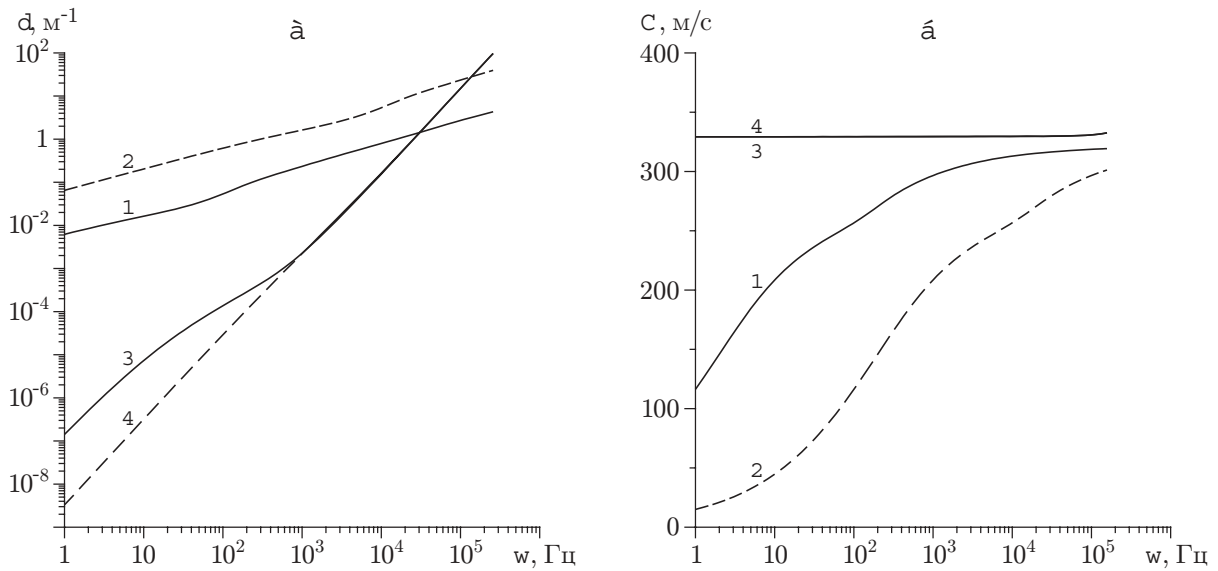


Рис. 3. Влияние размеров пор на коэффициент затухания (а) и фазовую скорость (б) “медленной” и “быстрой” волн

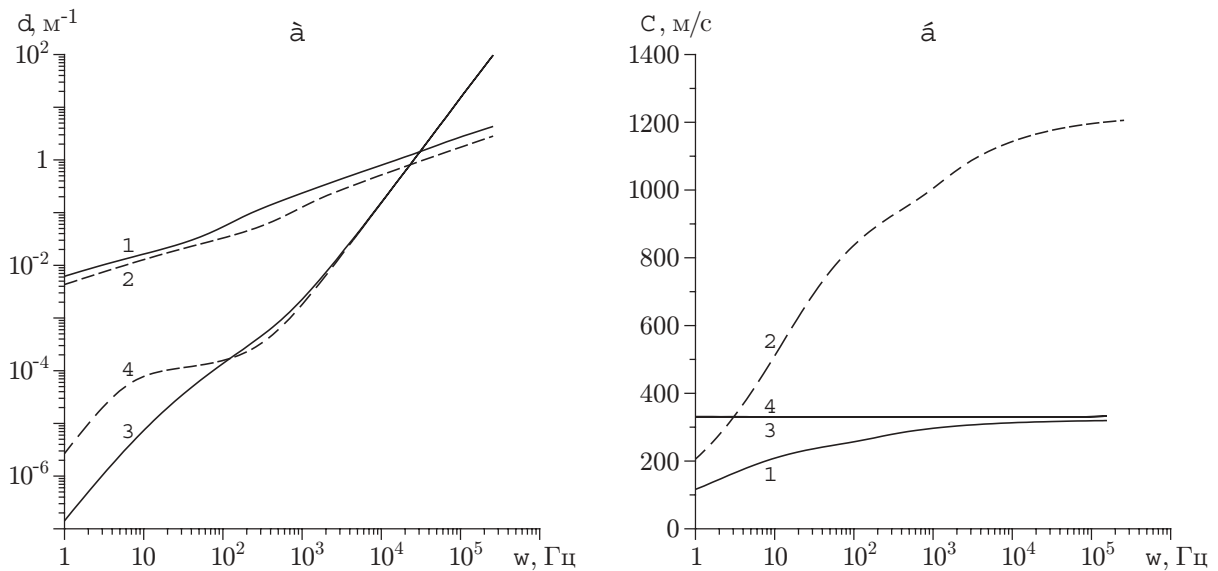


Рис. 4. Зависимость коэффициента затухания (а) и фазовой скорости (б) “медленной” и “быстрой” волн от частоты для систем резина — воздух и резина — водород при $a_0 = 10^{-3}$ м

размеров пор скорость “медленной” волны в газе уменьшается, в то время как скорость “быстрой” волны слабо зависит от размеров пор.

При уменьшении размеров пор на порядок затухание “медленной” волны увеличивается также примерно на порядок. “Быстрая” волна при больших размерах пор затухает сильнее в области низких частот; начиная со значения $\omega^* \sim 10^3 \text{ с}^{-1}$ затухание этой волны практически одинаково для рассматриваемых размеров пор.

На рис. 4 показаны зависимости скорости и коэффициента затухания “медленной” (линии 1, 2) и “быстрой” (линии 3, 4) волн от частоты. Линии 1 и 3 соответствуют пористой среде резина — воздух, а линии 2 и 4 — резина — водород. Видно, что “медленная” волна в системе резина — воздух затухает быстрее, чем в системе резина — водород. “Быстрая” волна затухает сильнее в пористой среде резина — водород в области низких частот; в области частот $\omega^* \geq 10^2 \text{ с}^{-1}$ затухание в обоих случаях практически одинаково. Скорость “медленной” волны в водороде больше, чем в воздухе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Губайдуллин А. А., Кучугурина О. Ю. Распространение слабых возмущений в трещиновато-пористых средах // Прикл. математика и механика. 1999. Т. 63, вып. 5. С. 816.
2. Егоров А. Г. Затухание упругих волн в тонкослоистых насыщенных пористых средах // Прикл. математика и механика. 1989. Т. 53, вып. 3. С. 911–918.
3. Егоров А. Г., Костерин А. В., Скворцов Э. В. Консолидация и акустические волны в насыщенных пористых средах. Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1990.
4. Смирнов Н. Н., Сафаргулова С. И. О скорости распространения малых возмущений в пористых средах // Прикл. математика и механика. 1991. Т. 55, вып. 3. С. 410–415.
5. Губайдуллин А. А., Дудко Д. Н., Урманчиев С. Ф. Моделирование взаимодействия воздушной ударной волны с пористым экраном // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 4. С. 87–96.
6. Шагапов В. Ш. Влияние тепломассообменных процессов между фазами на распространение малых возмущений в пене // Теплофизика высоких температур. 1985. Т. 23, № 1. С. 126–132.
7. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987.
8. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
9. Shagapov V. Sh., Khlestkina N. M., Lhuillier D. Acoustic waves in channels with porous and permeable walls // Transport in Porous Media. 1999. V. 35, N 3. P. 327–344.
10. Tuncay K., Corapcioglu M. Y. Body waves in fractured porous media saturated by two immiscible Newtonian fluids // Transport in Porous Media. 1996. V. 23, N 3. P. 259–273.
11. Рейнер М. Деформация и течение. М.: Гостехиздат, 1963.

*Поступила в редакцию 10/II 2003 г.,
в окончательном варианте — 10/XI 2003 г.*