

ГЕОФИЗИКА

ДИНАМИЧЕСКИЙ ПЕРЕСЧЕТ ГОЛОВНЫХ ВОЛН ПРИ ОБРАБОТКЕ
ДАННЫХ СЕЙСМОРАЗВЕДКИ

А.Ф. Еманов, В.С. Селезнев, Н.А. Коршик

Алтае-Саянский филиал Геофизической службы СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия

Рассмотрены алгоритмы выделения волн от преломляющих горизонтов из регистрируемых в сейсморазведке волновых полей. Построен алгоритм многоканального фильтра, обеспечивающего пересчет головных волн из множества точек системы наблюдений на обобщенной плоскости в заданную точку и их суммирование. Исследованы разные алгоритмы пересчета волнового поля головных волн в точку. Показано, что эти алгоритмы являются комбинациями параллельного и последовательного соединений фильтров Винера.

Изучена точность фильтра Винера для пересчета головной волны на один шаг и показано, что она зависит от кратности системы наблюдений по области прослеживания головной волны и значений спектра когерентности. Последний описывает зависимость от частоты соотношения сигнал/шум, где сигналом являются головные волны, а шумами все прочие типы волн и микросейсм. С использованием выражения для точности пересчета на единичном шаге и схемы соединения фильтров Винера в пересчете волнового поля головных волн в точку на основе теории соединений стохастических систем получены формулы расчета точности трассы временного разреза головных волн, позволяющие осуществлять расчеты на реальном материале с учетом алгоритма обработки.

Доказано, что рассмотренные алгоритмы построения трассы временного разреза головных волн в заданной точке отличаются регуляризацией по шумам и пригодны для экспериментального материала различного качества.

Головные волны, когерентные сигналы, фильтры Винера, сейсморазведка.

DYNAMIC CONVERSION OF HEAD WAVES IN SEISMIC-DATA PROCESSING

A.F. Emanov, V.S. Seleznev, and N.A. Korshik

We suggest a new technique for processing head-wave data with a multistage Wiener filter, which provides conversion and stacking of head waves from a receiver array into a user-specified point. Different conversion algorithms are compared and shown to be a combination of parallel and serial Wiener filters.

The Wiener filter accuracy for a conversion iteration depends on the in-line fold and on the coherence spectrum. The latter describes the signal/noise ratio dependence where head waves are the signal and the noise includes all other components and microseisms. Equations for the accuracy of head-wave traces have been derived from a corresponding equation for a single conversion iteration using the multistage Wiener filter schemes and proceeding from the theory of coupling stochastic systems. The obtained equations are applicable to different field data processing algorithms.

The discussed conversion algorithms differ in noise regularization and are fit for data of any quality.

Head waves, coherent signals, Wiener filter, seismic exploration

ВВЕДЕНИЕ

Метод преломленных волн характеризуется существенно менее автоматизированной обработкой, чем метод отраженных волн, и применение систем наблюдений большой кратности в этом виде сейсмических исследований не практикуется. Стремление исследователей применить идеи автоматизации обработки из метода отраженных волн к преломленным волнам привели к созданию метода общей глубинной площадки [Епинатьева и др., 1990]. Данная технология работ позволила получать временные разрезы головных волн, но в них искажаются динамические характеристики преломленных волн, и имеется ряд других недостатков.

Возможность разработки принципиально новых алгоритмов автоматизированной обработки головных волн появилась на основе динамического спектрального соотношения для головных волн, зарегистрированных в четырех взаимозвязанных точках системы наблюдений [Крылов, Сергеев, 1985].

В данной работе уделено внимание развитию алгоритмов динамического пересчета головных волн во временные разрезы и динамические годографы, а точнее, объединению фильтров Винера и динамического пересчета головных волн в одном алгоритме [Еманов и др., 1998; Селезнев, Еманов, 1998].

В обработке данных головных волн можно выделить три этапа: определение областей прослеживания головных волн; сжатие избыточной информации по каждой из областей прослеживания во временном разрезе головных волн; определение параметров среды. Динамический пересчет головных волн во временные разрезы разрабатывался для случая, когда области прослеживания головных волн уже определены. Авторы статьи рассматривают второй этап обработки, целью которой является селекция головных волн из экспериментального волнового поля.

ПЕРЕСЧЕТ ГОЛОВНЫХ ВОЛН ОДНОКАНАЛЬНЫМИ ФИЛЬТРАМИ ВИНЕРА

В работе [Крылов, Сергеев, 1985] установлены соотношения для волновых полей головных волн, полученных в четырех взаимосвязанных точках системы наблюдения (рис. 1)

$$F_{i,j}(\omega)F_{i+1,j+1}(\omega) = F_{i+1,j}(\omega)F_{i,j+1}(\omega), \quad (1)$$

где $F(\omega)$ — спектры головных волн в точках обобщенной плоскости, а i и j — порядковые номера источников и приемников соответственно.

В соответствии с (1) для пересчета волнового поля из одной точки обобщенной плоскости в другую можно использовать линейную систему. Процедура пересчета волнового поля из точки (i, j) в точку $(i+1, j)$ на обобщенной плоскости будет описываться спектральным выражением

$$\hat{F}_{i+1,j}(\omega) = \hat{F}_{i,j}(\omega)h_{i,i+1}^i(\omega), \quad (2)$$

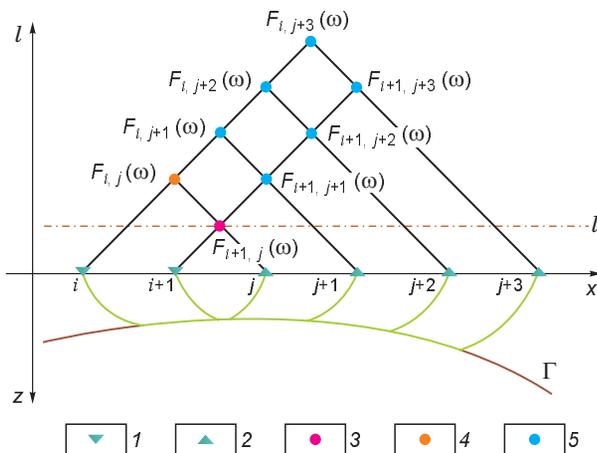
где $h_{i,i+1}^i(\omega)$ — частотная характеристика линейного фильтра, обеспечивающего пересчет головных волн, $\hat{F}_{i,j}(\omega)$ — спектр суммы сигнала и случайной помехи в точке (i, j) ; $\hat{F}_{i+1,j}(\omega)$ — спектр сейсмограммы, пересчитанной в точку $(i+1, j)$.

Для головных волн, используя (1), можно записать условие равенства фильтров пересчета на нагоняющих корреляционных ходах (см. рис. 1)

$$h_{i,i+1}^i(\omega) = h_{i+1,i+1}^{i+1}(\omega) = h_{i+2,i+1}^{i+2}(\omega) = \dots = h_{i+k,i+1}^{i+k}(\omega). \quad (3)$$

Это равенство справедливо для случая отсутствия шумов на сейсмограммах. Согласно (3), для пересчета головной волны из точки (i, j) в точку $(i+1, j)$ можно воспользоваться фильтром, полученным по любому из нагоняющих корреляционных ходов. При наличии шумов на сейсмограммах, фильтры, построенные по разным корреляционным ходам, не равны. В такой ситуации может использоваться многократный пересчет одного и того же сигнала с разными фильтрами и его суммирование, равновесное [Крылов, Сергеев, 1985] или взвешенное [Митрофанов, Сергеев, 1986].

Возможен и другой вариант организации пересчета головных волн. В соответствии с (3), имея множество равных линейных систем, примем, что последняя одна и та же, но с множеством реализаций сигналов и шумов на ее входе и выходе. Таким образом, у нас есть линейная система с известным набором пар входных и выходных сигналов, записанных на фоне независимых шумов, и одна реализация записи головных волн на входе, которую необходимо пересчитать в запись головных волн на выходе линейной системы.



Оптимальный фильтр для пересчета головной волны из одной точки обобщенной плоскости в другую будем искать, используя общеизвестный подход к построению одноканального фильтра Винера [Гольдин, 1974; Бендат, Пирсол, 1983; Селезнев, Еманов, 1998]. На вход линейной системы с импульсной характеристикой $h(t)$

Рис. 1. Система наблюдений на обобщенной плоскости и лучевая схема.

1 — i -й источник сейсмических волн; 2 — j -й приемник сейсмических волн; 3 — точка, в которую пересчитываются головные волны; 4 — точка, из которой ведется пересчет головных волн; 5 — точки, используемые для построения фильтров пересчета. Г — преломленная граница.

подается сигнал $F_{i,j}(t)$, а на выходе формируется сигнал $F_{i,j+1}(t) = F_{i,j}(t) * h(t)$, где знак (*) — знак операции свертки. Мы имеем возможность измерить только $\hat{F}_{i,j}(t) = F_{i,j}(t) + W_{i,j}(t)$, где $W_{i,j}(t)$ — реализация случайных шумов. Будем искать оптимальный фильтр Винера, преобразующий наилучшим образом сигнал $F_{i,j}(t)$ в сигнал на выходе линейной системы $F_{i,j+1}(t)$. Для этого необходимо минимизировать по $h(t)$ математическое ожидание квадрата ошибки между сигналом $\hat{F}_{i,j}(t)$, пропущенным через фильтр, и истинным сигналом $F_{i,j+1}(t)$ на выходе линейной системы

$$M |F_{i,j+1}(t) - \hat{F}_{i,j}(t) * h_{\text{опт}}(t)|^2 = \min. \quad (4)$$

Взяв производную по $h(t)$ от данного выражения и приравняв ее к нулю, после несложных преобразований получим:

$$M [F_{i,j+1}(t) \hat{F}_{i,j}(t - \theta)] - h_{\text{опт}}(\tau) * M [\hat{F}_{i,j}(t - \tau) \hat{F}_{i,j}(t - \theta)] = 0.$$

Учитывая, что $M [F_{i,j+1}(t) \hat{F}_{i,j}(t - \theta)] = R_{12}(\theta)$ — осредненная взаимно корреляционная функция между сигналами на входе и выходе линейной системы, а $M [\hat{F}_{i,j}(t) \hat{F}_{i,j}(t - \theta)] = R_{11}(\tau - \theta)$ осредненная автокорреляционная функция на входе линейной системы, получим

$$R_{12}(\theta) - h_{\text{опт}}(\tau) * R_{11}(\tau - \theta) = 0 \quad (5)$$

или, переходя в частотную область,

$$h_{\text{опт}}(\omega) = \frac{R_{12}(\omega)}{R_{11}(\omega)} = \frac{M [F_{i,j+1}(\omega) F_{i,j}^*(\omega)]}{M |\hat{F}_{i,j}(\omega)|^2}, \quad (6)$$

где (*) — комплексное сопряжение спектра. Основной вопрос в том, каким образом вычислить осредненные взаимный и автоспектры в выражении (6). Для головных волн мы имеем множество реализаций входных и выходных сигналов на фоне независимых реализаций случайных шумов. Усреднение спектров можно выполнить по множеству реализаций, используя записи на параллельных корреляционных ходах. В этом случае

$$R_{12}(\omega) = \sum_k \hat{F}_{i+k,j+1}(\omega) \hat{F}_{i+k,j}^*(\omega), \quad R_{11}(\omega) = \sum_k |\hat{F}_{i+k,j}(\omega)|^2,$$

а формула пересчета головной волны из точки (i, j) в точку $(i, j + 1)$ примет вид:

$$F_{i,j+1}(\omega) = \hat{F}_{i,j}(\omega) \frac{\sum_k [\hat{F}_{i+k,j+1}(\omega) \hat{F}_{i+k,j}^*(\omega)]}{\sum_k |\hat{F}_{i+k,j}(\omega)|^2}. \quad (7)$$

Сравнивая (1) и (7), видно, что если в первом случае единичный пересчет ведется по трем сейсмограммам, то в случае (7) в построении фильтра для одного акта пересчета берется множество пар сейсмограмм с параллельных корреляционных ходов. Для системы наблюдения (см. рис. 1) с использованием формулы (1) мы будем делать множество грубых пересчетов одной и той же волны и ее суммирование, а в соответствии с (7) пересчитывается головная волна один раз с более точным фильтром, построенным по множеству сейсмограмм.

Легко показать, что

$$M h_{\text{опт}}(\omega) = \frac{M \{ [F_{i,j+1}(\omega) + W_{i,j+1}(\omega)] [F_{i,j}^*(\omega) + W_{i,j}^*(\omega)] \}}{M |F_{i,j}(\omega) + W_{i,j}(\omega)|^2} = \frac{h(\omega)}{1 + \frac{N(\omega)}{|F(\omega)|^2}},$$

где $N(\omega)$ — спектр мощности помехи, $N(\omega)/|F(\omega)|^2$ — является осредненным по множеству сейсмограмм квадратом соотношения шум/сигнал.

Математическое ожидание оценки оптимального фильтра Винера для пересчета головных волн отличается от истинного фильтра его регуляризацией по усредненному соотношению шум/сигнал.

Для системы наблюдений кратности n схема пересчета головных волн в заданную точку обобщенной плоскости имеет вид (рис. 2). В точку O пересчитываются только сейсмограммы с корреляционных ходов, пересекающихся в этой точке [Селезнев, Еманов, 1998].

Приняв, что каждый сигнал с выделенных корреляционных ходов будем пересчитывать в точку O одним фильтром (шагом), мы сможем построить единственный вариант пересчета головных волн в точку (см. рис. 2, А). В данном случае можно использовать сейсмограммы только треугольной области.

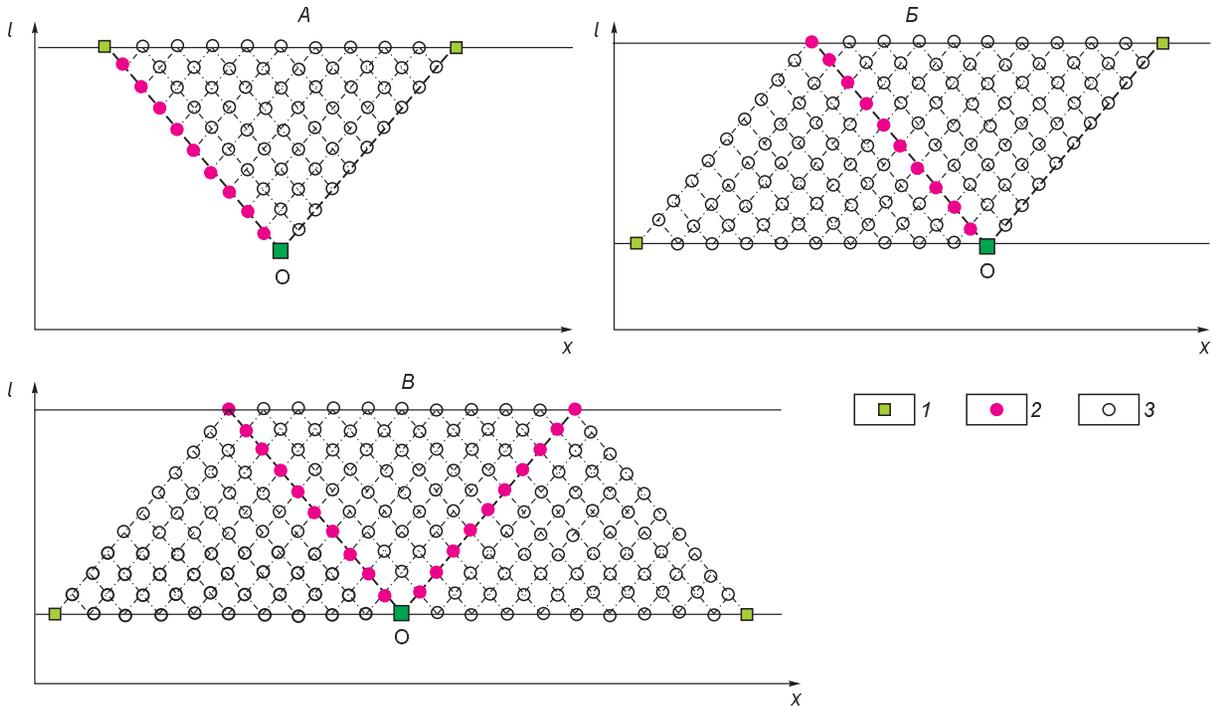


Рис. 2. Схемы пересчета волнового поля головных волн в точку.

Области: *A* — треугольная; *B* — в виде параллелограмма; *B* — трапециевидная.

l — точка, в которую пересчитывается поле; 2 — точки, из которых головные волны пересчитываются; 3 — точки, сейсмограммы из которых используются для построения фильтров пересчета.

Недостатком данной схемы является то, что количество параллельных корреляционных ходов, используемых для построения фильтров, уменьшается с увеличением удаленности точки, из которой сигнал пересчитывается, от заданной для пересчета точки. В результате этого математическое ожидание взаимного и автоспектров будет оцениваться по разному числу реализаций, и точность построения фильтров будет неодинакова.

Обеспечить равномерную точность фильтров можно, отказавшись от пересчета сигналов одним шагом в заданную точку. Для пересчета одного корреляционного хода используется область в виде параллелограмма (см. рис. 2, *B*). Сейсмограмма из верхней точки пересчитывается до ближайшей с фильтром, рассчитанным по $(2n - 3)$ корреляционным ходам. Сумма двух сейсмограмм пересчитывается еще на один шаг и суммируется с третьей, и последовательными шагами все волновое поле собирается в заданную точку. Для данной схемы число осреднений в фильтре для любого шага равно $(2n - 3)$.

Пересчет точек обратного корреляционного хода также проводится по области в виде параллелограмма (см. рис. 2, *B*), но с наклоном в другую сторону. В целом пересчет двух корреляционных ходов охватит трапециевидную область (см. рис. 2, *B*).

ПЕРЕСЧЕТ ГОЛОВНЫХ ВОЛН ИЗ ДВУХ ТОЧЕК ОБОБЩЕННОЙ ПЛОСКОСТИ В ОДНУ

Для пересчета сигналов в точку $O(i, j)$ (см. рис. 2, *B*) возьмем две произвольные точки: одну на прямом $(i, j + b)$, а другую на обратном $(i - a, j)$ корреляционных ходах, пересекающихся в O , и рассмотрим пересчет головных волн из выбранных точек в O . Пересчет сигналов из двух точек в одну с использованием двухканального фильтра Винера [Еманов и др., 2001] может быть осуществлен по формуле

$$F'_{i,j}(\omega) = \hat{F}_{i-a,j}(\omega)L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) + \hat{F}_{i,j+b}(\omega)L_{i,j+b}^{i,j}(\omega), \quad (8)$$

где $L_{i-a,j}^{i,j}(\omega)$ и $L_{i,j+b}^{i,j}(\omega)$ — спектральные характеристики двухканального фильтра Винера для пересчета головных волн из двух точек в одну, «штрих» используется для того, чтобы отличать экспериментальные записи от полученных путем пересчета из других точек.

Для нахождения характеристик двухканального фильтра Винера для головных волн воспользуемся стандартным подходом, минимизируя выражение математического ожидания квадрата ошибки

$$M |F_{i,j}(\omega) - L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) \hat{F}_{i-a,j}(\omega) - L_{i,j+b}^{i,j}(\omega) \hat{F}_{i,j+b}(\omega)|^2 = \min. \quad (9)$$

Взяв производные по каждому из фильтров и приравняв их к нулю, получим систему уравнений

$$R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) + R_{i-a,j}^{i,j+b}(\omega) L_{i,j+b}^{i,j}(\omega) - R_{i-a,j}^{i,j}(\omega) = 0, \quad (10)$$

$$R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) L_{i,j+b}^{i,j}(\omega) + R_{i,j+b}^{i-a,j}(\omega) L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) - R_{i,j+b}^{i,j}(\omega) = 0,$$

где $R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) = M |\hat{F}_{i-a,j}(\omega)|^2$ — математическое ожидание квадрата модуля спектра сейсмической трассы в точке на обобщенной плоскости $(i-a, j)$. $R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) = M |\hat{F}_{i,j+b}(\omega)|^2$ — то же, в точке $(i, j+b)$, $R_{i-a,j}^{i,j+b}(\omega) = R_{i,j+b}^{i-a,j}(\omega) = M [F_{i-a,j}(\omega) F_{i,j+b}^*(\omega)]$ — усредненный по множеству реализаций взаимный спектр между сейсмическими трассами в точках $(i-a, j)$ и $(i, j+b)$; $R_{i-a,j}^{i,j}(\omega)$ и $R_{i,j+b}^{i,j}(\omega)$ — математические ожидания взаимных спектров между записями в точках (i, j) и $(i-a, j)$ и в точках (i, j) и $(i, j+b)$; $R_{i-a,j}^{i,j}(\omega)$ и $R_{i,j+b}^{i,j}(\omega)$ — то же, соответственно для пары точек $(i-a, j)$ и (i, j) и пары точек $i, j+b$ и (i, j) .

Из уравнений (10) получим спектральные характеристики двухканального фильтра Винера для пересчета головных волн из двух точек обобщенной плоскости в одну

$$L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) = \frac{R_{i-a,j}^{i,j}(\omega) \left[1 - \frac{R_{i-a,j}^{i,j+b}(\omega) R_{i,j+b}^{i,j}(\omega)}{R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega)} \right]}{R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) [1 - \gamma_{ab}^2(\omega)]},$$

$$L_{i,j+b}^{i,j}(\omega) = \frac{R_{i,j+b}^{i,j}(\omega) \left[1 - \frac{R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) R_{i-a,j}^{i,j}(\omega)}{R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega)} \right]}{R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) [1 - \gamma_{ab}^2(\omega)]}, \quad (11)$$

где $\gamma_{ab}^2(\omega) = \frac{|R_{i-a,j}^{i,j+b}(\omega)|^2}{R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega)}$ — квадрат спектра когерентности между трассами в точках $(i-a, j)$ и $(i, j+b)$. Формулы (11) являются спектральными характеристиками стандартного двухканального фильтра Винера. Математические ожидания взаимных и автоспектров, входящих в (11), найдем воспользовавшись равенством (3), т.е. усреднение спектров осуществим по параллельным корреляционным ходам. В этом случае

$$R_{i-a,j}^{i,j}(\omega) = \sum_k \hat{F}_{i-a+k,j}(\omega) \hat{F}_{i+k,j}^*(\omega),$$

где k — индекс, соответствующий переходу на параллельные корреляционные ходы может иметь как отрицательные, так и положительные значения, кроме нуля,

$$R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) = \sum_k |\hat{F}_{i-a+k,j}(\omega)|^2,$$

$$R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) = \sum_k |\hat{F}_{i,j+b+k}(\omega)|^2, \quad R_{i-a,j}^{i,j+b}(\omega) = \sum_k \hat{F}_{i-a+k,j}(\omega) \hat{F}_{i,j+b+k}^*(\omega),$$

$$R_{i-a,j}^{i,j}(\omega) = \sum_k \hat{F}_{i-a+k,j}(\omega) \hat{F}_{i,j+b+k}^*(\omega).$$

В спектральных характеристиках двухканального фильтра Винера присутствуют одноканальные фильтры Винера для головных волн и как множитель выражение, зависящее от частоты. Роль множителей — осуществлять взвешивание при суммировании пересчитанных в заданную точку сейсмограмм.

МНОГОКАНАЛЬНЫЙ ФИЛЬТР ВИНЕРА ДЛЯ ПЕРЕСЧЕТА ГОЛОВНЫХ ВОЛН

Полученный выше результат дает основания полагать, что схема пересчета головных волн с одноканальными фильтрами Винера может быть улучшена за счет применения многоканальных фильтров Винера. Будем пересчитывать в точку на обобщенной плоскости головные волны с сейсмограмм из всех точек прямого и обратного корреляционных ходов одновременно. Пересчет многоканальным фильтром Винера можно осуществить по формуле [Гольдин, 1974]

$$F'_{i,j}(\omega) = \sum_a \hat{F}_{i-a,j}(\omega) L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) + \sum_b \hat{F}_{i,j+b}(\omega) L_{i,j+b}^{i,j}(\omega), \quad (12)$$

где a и b — целые числа (кроме нуля), осуществляющие переход по индексам от сейсмограммы к сейсмограмме вдоль корреляционных ходов.

Задача пересчета волн из заданного множества точек в одну сводится к построению алгоритма многоканального фильтра Винера для головных волн. Минимизируем математическое ожидание квадрата ошибки

$$M |F_{i,j}(\omega) - \sum_a L_{i-a,j}^{i,j}(\omega) \hat{F}_{i-a,j}(\omega) - \sum_b L_{i,j+b}^{i,j}(\omega) \hat{F}_{i,j+b}(\omega)|^2 = \min. \quad (13)$$

Взяв производные от (13) по каждому из фильтров и приравняв их к нулю, получим систему уравнений в матричной записи

$$\begin{pmatrix} \tilde{R}_{i-a,j}^{i,j}(\omega) \\ \tilde{R}_{i-(a-1),j}^{i,j}(\omega) \\ \tilde{R}_{i-(a-2),j}^{i,j}(\omega) \\ \vdots \\ \tilde{R}_{i+1,j}^{i,j}(\omega) \\ \tilde{R}_{i,j+b}^{i,j}(\omega) \\ \tilde{R}_{i,j+(b-1)}^{i,j}(\omega) \\ \tilde{R}_{i,j+(b-2)}^{i,j}(\omega) \\ \vdots \\ \tilde{R}_{i,j+1}^{i,j}(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) & R_{i-(a-1),j}^{i-(a-1),j}(\omega) & R_{i+1,j}^{i+1,j}(\omega) \\ R_{i-(a-1),j}^{i-a,j}(\omega) & R_{i-(a-1),j}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i-(a-1),j}^{i+1,j}(\omega) \\ R_{i-(a-2),j}^{i-a,j}(\omega) & R_{i-(a-2),j}^{i-(a-2),j}(\omega) & \dots & R_{i-(a-2),j}^{i+1,j}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{i+1,j}^{i-a,j}(\omega) & R_{i+1,j}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i+1,j}^{i+1,j}(\omega) \\ R_{i,j+b}^{i-a,j}(\omega) & R_{i,j+b}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i,j+b}^{i+1,j}(\omega) \\ R_{i,j+(b-1)}^{i-a,j}(\omega) & R_{i,j+(b-1)}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i,j+(b-1)}^{i+1,j}(\omega) \\ R_{i,j+(b-2)}^{i-a,j}(\omega) & R_{i,j+(b-2)}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i,j+(b-2)}^{i+1,j}(\omega) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ R_{i,j+1}^{i-a,j}(\omega) & R_{i,j+1}^{i-(a-1),j}(\omega) & \dots & R_{i,j+1}^{i+1,j}(\omega) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} L_{i-a,j}^{i,j} \\ L_{i-(a-1),j}^{i,j} \\ L_{i-(a-2),j}^{i,j} \\ \vdots \\ L_{i+1,j}^{i,j} \\ L_{i,j+b}^{i,j} \\ L_{i,j+(b-1)}^{i,j} \\ L_{i,j+(b-2)}^{i,j} \\ \vdots \\ L_{i,j+1}^{i,j} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где $R_{i-a,j}^{i-a,j}(\omega) = M |\hat{F}_{i-a,j}(\omega)|^2$ — математическое ожидание квадрата модуля спектра сейсмической трассы на обобщенной плоскости в точке $(i-a, j)$, $R_{i,j+b}^{i,j+b}(\omega) = M |\hat{F}_{i,j+b}(\omega)|^2$ — математическое ожидание квадрата модуля спектра сейсмической трассы на обобщенной плоскости в точке $(i, j+b)$, $R_{i-a,j}^{i+1,j}(\omega) = R_{i+1,j}^{i-a,j}(\omega) = M [\hat{F}_{i-a,j}(\omega) \hat{F}_{i+1,j}^*(\omega)]$ — усредненный по множеству реализаций взаимный спектр между сейсмическими трассами в точках $(i-a, j)$ и $(i+1, j)$, $R_{i,j+b}^{i,j+(b-1)}(\omega) = R_{i,j+(b-1)}^{i,j+b}(\omega) = M [\hat{F}_{i,j+b}(\omega) \hat{F}_{i,j+(b-1)}^*(\omega)]$ — усредненный по множеству реализаций автоспектр между сейсмическими трассами в точках $(i, j+b)$ и $(i, j+(b-1))$, $\tilde{R}_{i-(a-1),j}^{i,j}(\omega) = \tilde{R}_{i-(a-1),j}^{i-(a-1),j}(\omega) = M [\hat{F}_{i-(a-1),j}(\omega) \hat{F}_{i,j}^*(\omega)]$ и $\tilde{R}_{i,j+b}^{i,j}(\omega)$ — математические ожидания взаимных спектров

для пары точек $(i - (a - 1), j)$ и (i, j) и пары точек $(i, j + b)$ и (i, j) будут аналогичны и для остальных точек. Математические ожидания авто- и взаимных спектров заменяются усреднениями по параллельным корреляционным ходам. Таким образом, мы можем построить матрицу, решение которой даст нам вектор-столбец спектральных характеристик многоканального фильтра Винера для пересчета головных волн в трассу временного разреза.

Решение матрицы (14) и организация пересчета головных волн многоканальным фильтром Винера из множества точек в одну является стандартной задачей. Объединение многоканального фильтра Винера с динамическим пересчетом головных волн происходит на стадии усреднения по параллельным корреляционным ходам авто- и взаимных спектров, являющихся элементами матрицы.

ТОЧНОСТЬ ПОСТРОЕНИЯ ВРЕМЕННОГО РАЗРЕЗА ПОЛЯ ГОЛОВНЫХ ВОЛН

Взгляд на точность построения временного разреза поля головных волн тесно связан с пониманием смысла, который вкладывается в выражение «временной разрез поля головных волн». В представленном в данной работе методе обработки сейсмограмм, временной разрез поля головных волн на заданной базе наблюдений является набором трасс, где присутствуют только головные волны. Рассмотренные алгоритмы фактически являются методом селекции волн с параллельными нагоняющими годографами, какими являются все волны, выходящие в точку приема как головные.

Совершенно ясно, что временной разрез поля головных волн будет строиться с некоторой степенью приближения. Рассмотрим, как зависит точность от кратности системы наблюдений и от особенностей волнового поля.

Оценим точность восстановления не какой-либо величины, а целой сейсмической трассы, состоящей из набора отчетов в заданном временном окне. Истинным значением является функция времени, описывающая головные волны, регистрируемые в заданной точке. Под точностью трассы временного разреза понимаем отличие результата обработки экспериментальных данных от истинной записи головных волн.

Рассмотрим вопрос о погрешности оценки характеристики фильтра по (7). Погрешность расчета характеристики можно оценить, используя среднее значение квадрата ошибки [Бендат, Пирсол, 1983]

$$M \{ [h'_{0i}(\omega) - h_{0i}(\omega)]^2 \} = M \{ [h'_{0i}(\omega) - M [h'_{0i}(\omega)]]^2 \} + M \{ [M [h'_{0i}(\omega)] - h_{0i}(\omega)]^2 \},$$

где $h'_{0i}(\omega)$ — экспериментально вычисленная характеристика фильтра.

В этом выражении первое слагаемое является дисперсией оценки $D [h'_{0i}(\omega)]$, а второе — квадратом смещения оценки $b^2 [h'_{0i}(\omega)]$. Как было уже показано выше, смещенная оценка выражается в регуляризации амплитудной характеристики фильтра, что повышает устойчивость решения рассматриваемой задачи. Погрешность определяется дисперсией оценки. При изучении случайной ошибки в характеристике фильтра отдельно рассмотрим погрешность фазовой и амплитудной характеристик.

В соответствии с (7) фазовой характеристикой фильтра является математическое ожидание фазовой характеристики взаимного спектра между входом и выходом фильтра, пересчитывающего головные волны. Взаимный спектр вычисляется из реальной и мнимой частей

$$|R'_{0i}(\omega)|^2 = C_{0i}^2(\omega) + Q_{0i}^2(\omega), \quad \text{а} \quad \text{tg} \theta_{0i}(\omega) = C_{0i}(\omega)/Q_{0i}(\omega), \quad (15)$$

где $C_{0i}(\omega)$ — реальная часть взаимного спектра, $Q_{0i}(\omega)$ — его мнимая часть, а $\theta_{0i}(\omega)$ — фазовый спектр. Для вывода формулы случайной ошибки фазовой характеристики фильтра для пересчета головных волн нам будут нужны математические ожидания квадратов реальной и мнимой частей взаимного спектра

$$M [C_{0i}^2(\omega)] = \frac{1}{2} [R_0(\omega)R_i(\omega) + 3C_{0i}^2(\omega) - Q_{0i}^2(\omega)], \quad (16)$$

$$M [Q_{0i}^2(\omega)] = \frac{1}{2} [R_0(\omega)R_i(\omega) + 3Q_{0i}^2(\omega) - C_{0i}^2(\omega)]. \quad (17)$$

Формулы (16) и (17) легко выводятся, если реальную и мнимую части взаимного спектра расписать через реальные и мнимые части спектров на входе и выходе фильтра, возвести в квадрат и взять математическое ожидание. Дисперсия реальной части спектра

$$D [C_{0i}(\omega)] = M [C_{0i}^2(\omega)] - C_{0i}^2(\omega) = \frac{1}{2} [R_0(\omega)R_i(\omega) + C_{0i}^2(\omega) - Q_{0i}^2(\omega)], \quad (18)$$

а мнимой

$$D [Q_{0i}(\omega)] = M [Q_{0i}^2(\omega)] - Q_{0i}^2(\omega) = \frac{1}{2} [R_0(\omega)R_i(\omega) + Q_{0i}^2(\omega) - C_{0i}^2(\omega)]. \quad (19)$$

Аналогично расчету дисперсии оценок, можно получить выражение для ковариации между реальной и мнимой частями взаимного спектра

$$\text{cov}[C'_{0i}(\omega), Q'_{0i}(\omega)] = M[C'_{0i}(\omega)Q'_{0i}(\omega)] - C_{0i}(\omega)Q_{0i}(\omega) = C_{0i}(\omega)Q_{0i}(\omega). \quad (20)$$

Возьмем производную от обеих частей выражения для фазовой характеристики (15) и осуществим аппроксимацию конечными разностями

$$\sec^2\theta_{0i}(\omega) \cdot \Delta\theta_{0i}(\omega) \approx \frac{C_{0i}(\omega)\Delta Q_{0i}(\omega) - Q_{0i}(\omega)\Delta C_{0i}(\omega)}{C_{0i}^2(\omega)}.$$

Учитывая, что $\sec^2\theta_{0i}(\omega) = |R_{0i}(\omega)|^2/C_{0i}^2(\omega)$, получим

$$\Delta\theta_{0i}(\omega) \approx \frac{C_{0i}(\omega)\Delta Q_{0i}(\omega) - Q_{0i}(\omega)\Delta C_{0i}(\omega)}{|R_{0i}(\omega)|^2}. \quad (21)$$

Дисперсия случайной ошибки фазовой характеристики фильтра для оценки без усреднения равна

$$\begin{aligned} D[\theta'_{0i}(\omega)] &= M[(\Delta\theta_{0i}(\omega))^2] \approx \frac{1}{|R_{0i}(\omega)|^4} M[(C_{0i}(\omega)\Delta Q_{0i}(\omega) - Q_{0i}(\omega)\Delta C_{0i}(\omega))^2] = \\ &= \frac{1}{|R_{0i}(\omega)|^4} \{C_{0i}^2(\omega)D[Q'_{0i}(\omega)] - 2C_{0i}(\omega)Q_{0i}(\omega)\text{cov}[C'_{0i}(\omega), Q'_{0i}(\omega)] + Q_{0i}^2(\omega)D[C'_{0i}(\omega)]\}. \end{aligned}$$

Подставляя в данную формулу (18), (19) и (20) получим

$$D[\theta'_{0i}(\omega)] \approx \frac{1}{|R_{0i}(\omega)|^4} \left\{ \frac{|R_{0i}(\omega)|^2}{2} R_0(\omega)R_i(\omega) - \frac{|R_{0i}(\omega)|^4}{2} \right\} = \frac{(1 - \gamma_{0i}^2(\omega))}{2\gamma_{0i}^2(\omega)}, \quad (22)$$

где

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|R_{0i}(\omega)|^2}{r_{00}(\omega)R_{ii}(\omega)}. \quad (23)$$

Здесь $R_{00}(\omega)$ — спектр автокорреляционной функции сейсмических трасс на входе фильтра, $R_{ii}(\omega)$ — то же, на выходе фильтра.

Применяя модель (1), получим

$$\begin{aligned} R_{0i}(\omega) &= h_{0i}(\omega)M|F_0(\omega)|^2, \quad R_{00}(\omega) = M|F_0(\omega)|^2 + M|W_0(\omega)|^2, \\ R_{ii}(\omega) &= |h_{0i}(\omega)|^2M|F_0(\omega)|^2 + M|W_i(\omega)|^2. \end{aligned}$$

Эти выражения справедливы в предположении о независимости реализаций шумов на входе и выходе линейной системы и их некоррелированности с полезными сигналами. Подставляя эти соотношения в (23), получим

$$\gamma^2(\omega) = \frac{1}{(1 + \alpha_0(\omega))(1 + \alpha_i(\omega))}, \quad (24)$$

где $\alpha_0(\omega) = \frac{M|W_0(\omega)|^2}{M|F_0(\omega)|^2}$, $\alpha_i(\omega) = \frac{M|W_i(\omega)|^2}{M|F_i(\omega)|^2}$ — отношения средневзвешенных квадратов шум/полезный сигнал для входа и выхода фильтра.

Учитывая, что фазовые спектры усредняются по $(2n - 3)$ независимым реализациям, можно утверждать, что дисперсия случайной ошибки уменьшится в $(2n - 3)$ раз. С учетом этого среднеквадратическая ошибка фазовой характеристики фильтра будет равна

$$\sigma_{\theta}(\omega) \approx \frac{\sqrt{1 - \gamma_{0i}^2(\omega)}}{|\gamma_{0i}(\omega)| \sqrt{2(2n - 3)}}. \quad (25)$$

Формула (25) позволяет рассчитать ошибку фазовой характеристики фильтра в зависимости от частоты в радианах.

Вопрос об оценке погрешности амплитудной характеристики фильтра решается несколько сложнее. Имеется возможность рассчитывать на каждом акте пересчета головных волн доверительные интервалы оценки амплитудной характеристики фильтра [Бендат, Пирсол, 1983], но гораздо удобнее иметь явную формулу для оценки точности амплитудной характеристики фильтра.

Для построения фильтра пересчета волн из одной точки в другую мы используем множество пар записей сигнала и шума на входе фильтра и его выходе. Для модели, когда шумы присутствуют как в

сигнале на входе, так и на выходе, весьма трудно получить явную формулу для расчета ошибки амплитудной характеристики фильтра. Для частного случая, когда помехи на входе фильтра пренебрежимо малы в сравнении с сигналом, вывод формулы для ошибки амплитудной характеристики фильтра не вызывает труда [Бендат, Пирсол, 1983]. Для погрешности фильтра не важно с входа или с выхода вводится помеха, а важно лишь значение $\gamma_{0i}^2(\omega)$. Отмеченный факт позволяет нам дать выражение погрешности для частного случая и использовать его для общего случая с уверенностью в достаточной точности.

Записи головных волн от одних и тех же границ в двух разных точках связаны между собой линейной системой (2). Фактически мы имеем записи на входе и выходе линейной системы головных волн, связанных соотношением (2), смешанных с шумами

$$\hat{F}_{i,j}(t) = F_{i,j}(t) + W_{i,j}(t), \quad F_{i+1,j}(t) = F_{i+1,j}(t) + W_{i+1,j}(t). \quad (26)$$

Формулы (2) и (26) являются моделью сигналов, заложенной в основе алгоритмов пересчета головных волн. Для линейных систем между входом и выходом как прямое следствие (2) выполняется соотношение

$$R_{i+1,j}(\omega) = |h(\omega)|^2 R_{i,j}(\omega), \quad (27)$$

где $R_{i+1,j}(\omega) = M |F_{i+1,j}(\omega)|^2$ и $R_{i,j}(\omega) = M |F_{i,j}(\omega)|^2$ — автоспектры головных волн на выходе и входе линейной системы. Вычисляя конечные разности для обеих частей (27), получим

$$\Delta R_{i+1,j}(\omega) \approx |h(\omega)|^2 \Delta R_{i,j}(\omega) + R_{i,j}(\omega) \Delta |h(\omega)|^2. \quad (28)$$

Преобразовав (28) к виду $R_{i,j}(\omega) \Delta |h(\omega)|^2 \approx \Delta R_{i+1,j}(\omega) - |h(\omega)|^2 \Delta R_{i,j}(\omega)$ и взяв математическое ожидание квадрата обеих частей этого равенства, получим

$$R_{i,j}^2(\omega) D [|h(\omega)|^2] \approx D [R_{i+1,j}(\omega)] - 2|h(\omega)|^2 \text{cov} [R_{i,j}(\omega), R_{i+1,j}(\omega)] + |h(\omega)|^4 D [R_{i,j}(\omega)]. \quad (29)$$

В дальнейшем будем принимать, что в точке (i, j) помехи пренебрежимо малы относительно головных волн, а в точке $(i + 1, j)$ помехи увеличены на величину исключенных помех из точки (i, j) . Это упрощение позволит получить из экспериментальных данных амплитудные спектры головных волн на входе и выходе в чистом виде. Приняв, что в точке (i, j) помехи пренебрежимо малы, мы преобразованием Фурье получим спектр головных волн, а обратившись к содержанию спектра когерентности, получим спектр головных волн на выходе фильтра.

$$R_{i+1,j}(\omega) = \gamma^2(\omega) \hat{R}_{i+1,j}(\omega) \quad \text{и} \quad R_{i+1,j}^W(\omega) = [1 - \gamma^2(\omega)] \hat{R}_{i+1,j}(\omega), \quad (30)$$

где $\hat{R}_{i+1,j}(\omega) = M |\hat{F}_{i+1,j}(\omega)|^2$ — автоспектр сейсмограммы, зарегистрированной в точке $(i + 1, j)$, а $R_{i+1,j}^W(\omega)$ — автоспектр помех в этой же точке. Сделанные допущения позволяют выделить амплитудные спектры головных волн на входе и выходе фильтра и амплитудный спектр шумов.

Дисперсия оценки автоспектра головных волн на входе фильтра по определению будет равна $D [R_{i,j}(\omega)] = M [R_{i,j}^2(\omega)] - R_{i,j}^2(\omega)$. Математическое ожидание квадрата автоспектра случайного процесса по реализации длиной T будет равно $2R_{i,j}^2(\omega)$ [Бендат, Пирсол, 1983], соответственно, $D [R_{i,j}(\omega)] = R_{i,j}^2(\omega)$. Случайная ошибка оценки автоспектра довольно велика и дисперсия случайной ошибки не зависит от длины реализации, по которой рассчитывается спектр. Дело в том, что с увеличением длины временного окна повышается разрешенность спектра, а точность оценки спектра остается постоянной. При построении фильтра Винера для головных волн мы заменяем операцию математического ожидания усреднением по параллельным корреляционным ходам. При усреднении спектра по $(2n - 3)$ независимым реализациям дисперсия случайной ошибки уменьшится в $(2n - 3)$, и мы получим $D [R_{i,j}(\omega)] = R_{i,j}^2(\omega)/(2n - 3)$. Из (26) следует $D [\hat{R}_{i+1,j}(\omega)] = D [R_{i+1,j}(\omega)] + D [R_{i+1,j}^W(\omega)]$, используя (30) можно получить выражение для дисперсии случайной ошибки спектра головных волн в точке $(i + 1, j)$

$$D [R_{i+1,j}(\omega)] = \frac{[2 - \gamma^2(\omega)] R_{i+1,j}^2(\omega)}{\gamma^2(\omega) (2n - 3)} \quad (31)$$

и

$$\text{cov} [R_{i,j}(\omega), R_{i+1,j}(\omega)] = M [\Delta R_{i,j}(\omega) \Delta R_{i+1,j}(\omega)] = \frac{R_{i,j}(\omega) R_{i+1,j}(\omega)}{2n - 3}. \quad (32)$$

Подставляя в (29) формулы (30) — (32), получим

$$D [|h(\omega)|^2] \approx \frac{2[1 - \gamma^2(\omega)] |h(\omega)|^4}{\gamma^2(\omega)[2n - 3]} \quad (33)$$

Используя равенство $D [A^2] = 4A^2D [A]$ [Бендат, Пирсол, 1983], получим

$$D [|h(\omega)|] = \frac{[1 - \gamma^2(\omega)] \cdot |h(\omega)|^2}{2\gamma^2(\omega) \cdot [2n - 3]} \quad (34)$$

Из (34) получим выражение для относительной ошибки амплитудной характеристики фильтра

$$\varepsilon[|h(\omega)|] = \frac{\sigma[|h(\omega)|]}{|h(\omega)|} = \frac{[1 - \gamma^2(\omega)]^{1/2}}{|\gamma(\omega)| \cdot \sqrt{2(2n - 3)}} \quad (35)$$

Согласно (25) и (35), с увеличением кратности системы наблюдений точность фильтров, пересчитывающих головные волны, быстро возрастает.

Мы рассмотрели точность фильтра Винера, пересчитывающего головные волны из одной точки наблюдения в другую, но на самом деле нас интересует точность трассы, полученной путем пересчета в нее головных волн из множества точек. Как было показано в работе [Селезнев, Еманов, 1998], пересчету подлежат головные волны из точек, лежащих на прямом и встречном корреляционных ходах, пересекающихся в заданной точке. В данном случае мы будем иметь алгоритм, по определенной схеме объединяющий множество фильтров Винера. В математике такого рода алгоритмы называются «соединением линейных систем» [Пугачев, Синицин, 2000], и изучаются свойства соединения как единого целого, но на основе свойств составляющих соединения линейных систем. В нашем случае алгоритмы, пересчитывающие волновые поля головных волн в заданную точку, являются «соединением фильтров Винера».

В данной работе рассматривались разные схемы пересчета волновых полей головных волн в заданную точку. По сути, они являются разными схемами соединений фильтров Винера и обладают несколько разными возможностями в решении одной и той же задачи. На рис. 3 представлены в виде блок-схем соединений фильтров некоторые варианты пересчета головных волн в заданную точку. Для схемы пересчета трасс одним шагом (фильтром) (см. рис. 2, А) мы имеем блок-схему с параллельным соединением фильтров (см. рис. 3, А). Для варианта пересчета головных волн, когда последовательно шаг за шагом стягиваем волновое поле в точку (см. рис. 2, Б), суммируя пересчитанный сигнал с экспериментальным после каждого акта пересчета, мы имеем схему последовательного соединения фильтров Винера (см. рис. 3, Б). Поскольку входной сигнал поступает в последовательную цепочку фильтров после каждого элемента, получаем не чисто последовательную схему соединения фильтров. Блок-схеме Б эквивалентна блок-схема В (см. рис. 3) с той лишь разницей, что суммирование стоит в конце процедуры пересчета. Мы видим на этой схеме (см. рис. 3, В) комбинацию последовательно-параллельного соединения фильтров

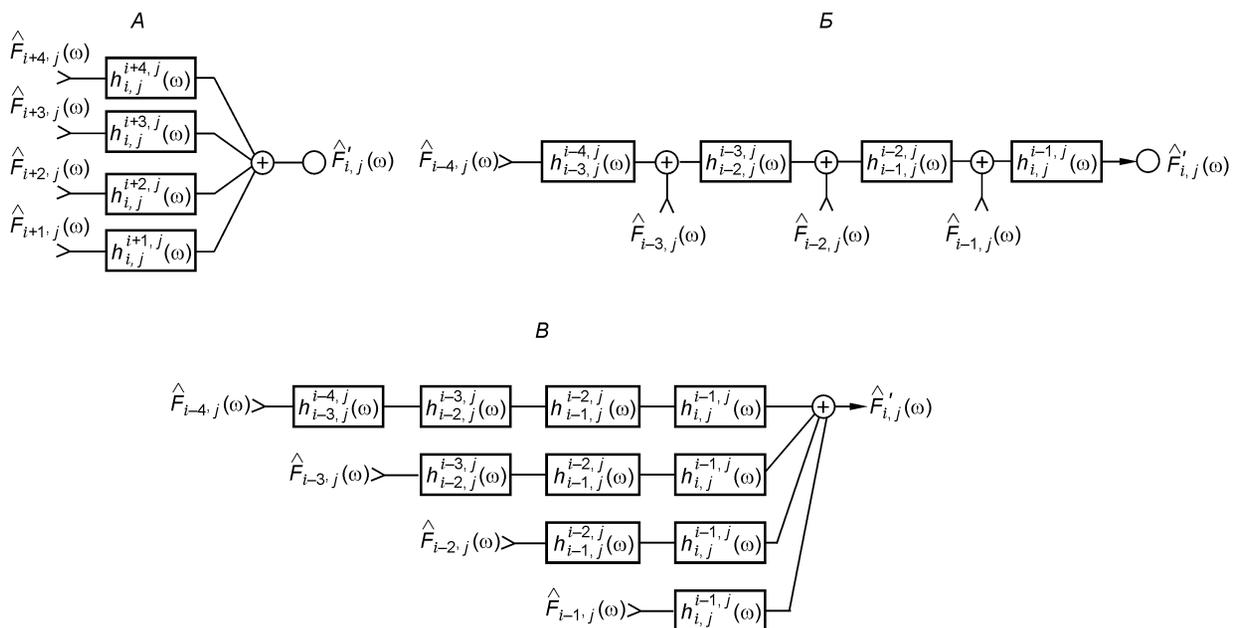


Рис. 3. Алгоритмы обработки головных волн как соединения фильтров Винера.

А — параллельное соединение фильтров Винера; Б — соединение фильтров Винера, соответствующее обработке по схеме, см. рис. 2, Б; В — последовательно-параллельное соединение фильтров Винера, эквивалентное соединению Б.

Винера. Представленные блок-схемы соединений фильтров Винера являются не единственно возможными вариантами обработки, но они наиболее показательны, так как отражают крайние ситуации.

Соединение фильтров Винера может быть описано импульсной характеристикой как единое целое. В нашем случае импульсная характеристика строится по экспериментальным сейсмограммам, и она из-за влияния шумов является некоторым приближением к истинной характеристике. Будем характеризовать соединение фильтров Винера математическим ожиданием импульсной характеристики и ее дисперсией.

Параллельное соединение фильтров Винера (см. рис. 3, А) будет иметь частотную характеристику, равную сумме частотных характеристик элементов, входящих в «соединение...» [Пугачев, Синицин, 2000]. Поскольку частотная характеристика каждого элемента определяется по экспериментальным данным с ошибкой, то математическое ожидание частотной характеристики «соединения...» будет равно сумме математических ожиданий частотных характеристик фильтров, входящих в «соединение...». Для схемы пересчета головных волн (см. рис. 3, А) легко показать, что

$$M [h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)] = \sum_{k=1}^{2n-1} M [h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)] + \sum_{l=1}^{2n-1} M [h_{i,j-l}^{i,j}(\omega)].$$

Поскольку $M [h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)] = \frac{h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)}{1 + \frac{M |W_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|^2}{M |F_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|^2}}$ и учитывая, что данное выражение указывает на то, что

математическое ожидание фазово-частотной характеристики не зависит от помех, получим амплитудную характеристику «соединения...»

$$M |h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{|h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|}{1 + M |W_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|^2 / M |F_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|^2} + \sum_{l=1}^{2n-1} \frac{|h_{i,j-l}^{i,j}(\omega)|}{1 + M |W_{i,j-l}^{i,j}(\omega)|^2 / M |F_{i,j-l}^{i,j}(\omega)|^2}.$$

Для параллельного «соединения...» дисперсия оценки частотной характеристики будет равна сумме дисперсий оценок частотных характеристик элементов «соединения...»

$$D [h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)] = \sum_{k=1}^{2n-1} D [h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)] + \sum_{l=1}^{2n-1} D [h_{i,j-l}^{i,j}(\omega)].$$

Рассмотрим отдельно дисперсию модуля частотной характеристики соединения и дисперсию фазовой характеристики. Для модуля частотной характеристики с учетом (35) будет справедливо выражение

$$D |h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega))^2] |h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)|}{2(\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega))^2 [2n-3]} + \sum_{l=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega))^2] |h_{i,j-l}^{i,j}(\omega)|}{2(\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega))^2 [2n-3]}.$$

Используя данное выражение, легко перейти к относительной ошибке амплитудной характеристики «соединения...»

$$\varepsilon |h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega))^2]^{1/2}}{|\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega)| \cdot \sqrt{2(2n-3)}} + \sum_{l=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega))^2]^{1/2}}{|\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega)| \cdot \sqrt{2(2n-3)}}.$$

Суммарная относительная ошибка амплитудной характеристики «соединения...» определена как сумма относительных ошибок амплитудных характеристик, составляющих «соединение...» фильтров.

Для ошибки фазовой характеристики параллельного «соединения...» получим

$$\begin{aligned} e^{-j\omega D} [\theta_{\Sigma}^{i,j}(\omega)] &= \sum_{k=1}^{2n-1} e^{-j\omega D} [\theta_{i-k,j}^{i,j}(\omega)] + \sum_{l=1}^{2n-1} e^{-j\omega D} [\theta_{i,j-l}^{i,j}(\omega)] = \\ &= \sum_{k=1}^{2n-1} e^{-j\omega} \frac{[1 - (\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega))^2]}{2(\gamma_{i-k,j}^{i,j}(\omega))^2 (2n-3)} + \sum_{l=1}^{2n-1} e^{-j\omega} \frac{[1 - (\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega))^2]}{2(\gamma_{i,j-l}^{i,j}(\omega))^2 (2n-3)}. \end{aligned}$$

Обратимся к схеме пересчета головных волн в заданную точку последовательными шагами (см. рис. 2, Б), которой соответствует блок-схема (см. рис. 3, Б) и эквивалентная ей блок-схема (см. рис. 3, В). Фактически требуется дать анализ блок-схемы, являющейся параллельным соединением множества последовательно соединенных цепочек фильтров Винера. Для начала рассмотрим особенности пересчета

головных волн последовательным соединением фильтров Винера. Для последовательного соединения $(2n - 1)$ фильтров математическое ожидание его частотной характеристики (h_p) будет равно произведению математических ожиданий частотных характеристик фильтров, являющихся элементами «соединения...»,

$$M |h_p^{i,j}(\omega)| = \prod_{k=1}^{2n-1} \frac{|h_{i-k,j}^{i-k,j}(\omega)|}{1 + M |W_{i-k,j}(\omega)|^2 / M |F_{i-k,j}(\omega)|^2}.$$

Легко получить для цепочки последовательно соединенных фильтров Винера выражение для относительной ошибки амплитудной характеристики как сумму относительных ошибок характеристик составляющих произведение

$$\varepsilon |h_p^{i,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} \varepsilon |h_{i-k,j}^{i-k,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i-k,j}^{i-k,j}(\omega))^2]}{|\gamma_{i-k,j}^{i-k-1,j}(\omega)| \cdot \sqrt{2(2n-3)}}.$$

Дисперсия фазовой характеристики последовательного соединения фильтров Винера будет равна сумме дисперсий фазовых характеристик фильтров, входящих в соединение,

$$D [\theta_{\Sigma}^{i,j}(\omega)] = \sum_{k=1}^{2n-1} D [\theta_{i-k,j}^{i-k-1,j}(\omega)] = \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{[1 - (\gamma_{i-k,j}^{i-k-1,j}(\omega))^2]}{|\gamma_{i-k,j}^{i-k-1,j}(\omega)| \cdot \sqrt{2(2n-3)}}.$$

Схема пересчета головных волн (см. рис. 3, B) является комбинацией последовательного и параллельного соединений фильтров Винера. В этом случае, математическое ожидание для частотной характеристики соединения фильтров Винера примет вид

$$M [h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)] = \sum_{k=1}^{2n-1} \prod_{p=1}^{2n-k-1} M [h_{i-k-p,j}^{i,j}(\omega)] + \sum_{l=1}^{2n-1} \prod_{g=1}^{2n-l-1} M [h_{i,j-l-g}^{i,j}(\omega)],$$

а для дисперсии оценки частотной характеристики для схемы параллельно-последовательного соединения фильтров Винера нам необходимо будет учитывать, что для последовательных ветвей мы будем суммировать относительные ошибки звеньев цепи, а для параллельного соединения цепочек будут суммироваться дисперсии оценки частотных характеристик цепочек. Используя отмеченные в данной работе широко известные правила [Пугачев, Синицин, 2000], легко можем получить формулу для расчета дисперсии ошибки частотной характеристики параллельно-последовательного соединения фильтров Винера

$$D |h_{\Sigma}^{i,j}(\omega)| = \sum_{k=1}^{2n-1} |h_{i-k,j}^{i,j}(\omega)| \sum_{p=1}^{2n-k-1} \frac{D |h_{i-k-p-1,j}^{i-k-1,j}(\omega)|}{|h_{i-k-p-1,j}^{i-k-1,j}(\omega)|} + \sum_{l=1}^{2n-1} |h_{i,j-l}^{i,j}(\omega)| \sum_{g=1}^{2n-l-1} \frac{D |h_{i,j-l-g-1}^{i,j-l-1}(\omega)|}{|h_{i,j-l-g-1}^{i,j-l-1}(\omega)|}.$$

Разные схемы соединений фильтров Винера отличаются друг от друга как значениями математических ожиданий, так и значениями дисперсии случайной ошибки. Фактически мы получаем фильтры с различной степенью регуляризации и с разной ошибкой. Увеличивая регуляризацию, что равносильно сужению частотного диапазона, мы повышаем точность алгоритма. В каждой из схем пересчета головных волн в трассу автоматически настраивается регуляризация, и есть возможность оценить точность фильтра пересчета головных волн. Дисперсия ошибки «соединения...» зависит от кратности системы, схемы соединения и от значений спектров когерентности для каждого шага пересчета головных волн. Все параметры легко могут быть получены из экспериментального волнового поля, и наряду с временным разрезом головных волн есть возможность дать набор значений вдоль профиля, характеризующих точность пересчета головных волн. Используя разные схемы пересчета головных волн и анализируя точность, мы подберем оптимальную схему обработки конкретного экспериментального материала.

Точность трассы временного разреза поля головных волн будет определяться ошибками фильтров пересчета головных волн, соотношением сигнал/шум в трассах на входе «соединения фильтров Винера». Точность фильтров пересчета зависит от кратности системы наблюдений и от значений спектра когерентности. Планируя исследования, есть возможность выбрать кратность системы наблюдений по конкретной волне, необходимую для получения заданной точности временного разреза. В практике исследований встречаются случаи, когда есть экспериментальный материал, полученный исключительно согласно требованиям для обработки отраженных волн по методике ОГТ, и желание попутно провести автоматизированную обработку головных волн. В этом случае кратность системы наблюдений в целом не связана с кратностью системы наблюдений по конкретной головной волне. Как правило, головные волны по

областям прослеживания сменяют друг друга и нередко возникает ситуация, когда по каждой головной волне фактически есть кратность системы, повлиять на которую нет возможности. В случае присутствия в волновом поле головных волн с малой областью прослеживания мы получим для этих волн малые значения кратности системы наблюдений. Встает вопрос: как повысить точность обработки при фиксированной кратности? Повлиять на $\gamma(\omega)$ — единственная возможность повышения точности в данной ситуации. Существуют два способа повысить $\gamma(\omega)$. Как мы уже выяснили, значение спектра когерентности на фиксированной частоте пропорционально соотношению сигнал/шум. Сигналом являются только головные на выходе волны (волны с параллельными нагоняющими годографами). Другие типы волн и случайные шумы составляют помеху. Головные волны наиболее интенсивны в области, близкой к первым вступлениям. Когда мы получаем временной разрез головных волн, то задаем длину трасс в нем с целью получения записей не только первых вступлений, но и головных волн в последующих вступлениях. Интенсивность головных волн наибольшая в первых вступлениях и убывает с увеличением времени. Соответственно, значения когерентности уменьшаются с увеличением времени.

Приемом повышения точности является уменьшение длины сейсмических трасс. Уменьшая интервал времени, на котором осуществляется селекция головных волн, мы упрощаем задачу и увеличиваем точность ее решения при фиксированной кратности системы наблюдений.

Другой прием повышения точности связан с цифровой обработкой сигналов для повышения соотношения сигнал/шум на исходных сейсмограммах. Головные волны отличаются по значениям кажущихся скоростей от других типов волн. Выполнив скоростную фильтрацию исходных сейсмических трасс, мы увеличим соотношение сигнал/шум и повысим значения спектра когерентности. Точность построения временных разрезов соответственно возрастет.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ ОБРАБОТКИ ГОЛОВНЫХ ВОЛН

Динамический пересчет головных волн во временные разрезы по своей сути является восстановлением когерентных по параллельным корреляционным ходам головных волн на системе заданных точек. Временной разрез с заданной базой это частный случай обработки. На самом деле могут восстанавливаться как динамические годографы головных волн, так и волновые поля на системе точек сложной конфигурации, заданной на обобщенной плоскости.

В данной работе основное внимание уделяется теории алгоритмов обработки головных волн, а практические примеры фрагментарно демонстрируют возможности обработки головных волн. Обширность проблемы практического использования рассмотренных в данной статье алгоритмов заставила нас оставить эти вопросы для обсуждения в отдельной работе.

Примеры пересчета головных волн показаны на разных экспериментальных материалах. Во-первых, динамический пересчет был применен к данным сейсмозаписи методом ОГП (рис. 4), полученным на Непском своде Сибирской платформы, во-вторых, к материалам ОГТ—ГСЗ. Экспериментальные сейсмограммы были любезно предоставлены сотрудниками ГПП «Иркутскгеофизика».

Система наблюдений методом ОГП была рассчитана на регистрацию головной волны от поверхности фундамента Сибирской платформы в первых вступлениях. Пункты взрыва располагались с шагом 200 м

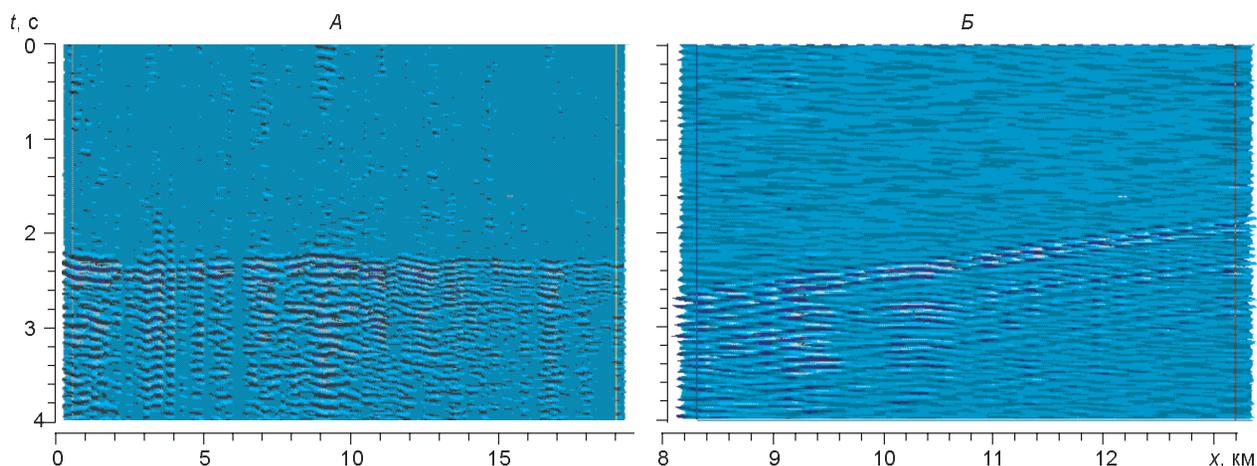


Рис. 4. Динамический пересчет головных волн по материалам метода общей глубинной площадки. А — временной разрез для базы $L = 10$ км; Б — пересчет волнового поля в сейсмограмму общего пункта взрыва.

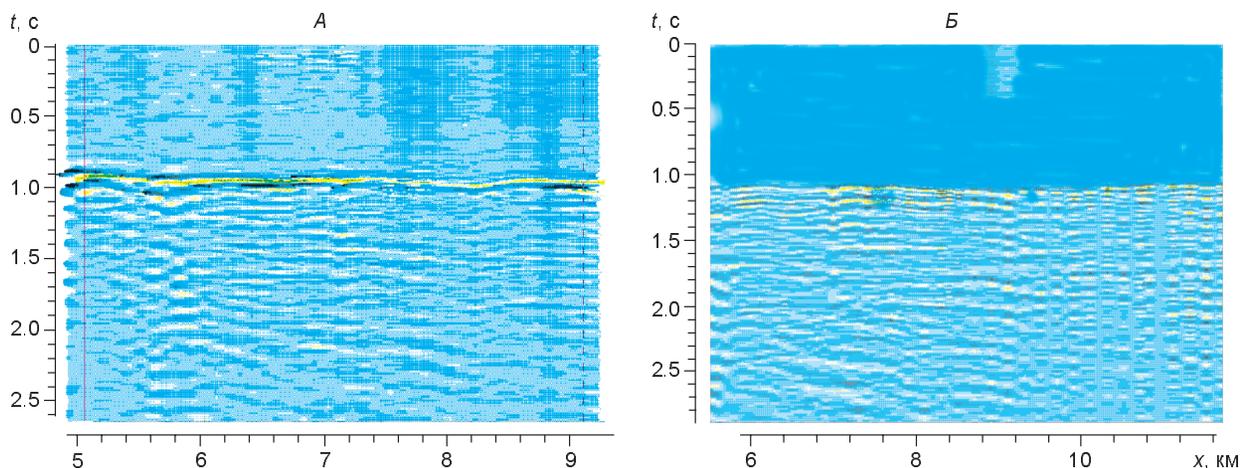


Рис. 5. Динамическая обработка головных волн по материалам глубинных ОГТ.

A — временной разрез для базы $L = 2.5$ км, построенный по сейсмограммам области прослеживания головной волны от второго горизонта; *B* — временной разрез для базы $L = 3.5$ км, построенный по сейсмограммам области прослеживания головной волны от третьего горизонта.

вдоль профиля. Использовалась фланговая система наблюдений с регистрацией в интервале удалений от пункта взрыва 7200—11 800 м с шагом между сейсмоприемниками 50 м.

Данный экспериментальный материал пригоден для пересчета без какого-либо дополнительного анализа. Нет необходимости изучать область прослеживания обрабатываемых головных волн. Строились динамические временные разрезы головных волн и их динамические годографы. Кажущиеся скорости сильно варьируются, от 5.4 до 6.7 км/с. Преломленная волна от кровли фундамента многофазна, с видимыми частотами 9—14 Гц. На временном разрезе в первых вступлениях уверенно прослеживается граница фундамента (см. рис. 4, *A*), динамический годограф (см. рис. 4, *B*) демонстрирует возможности выделения кратных отраженно преломленных волн во вторых вступлениях. На временном разрезе $L = 10$ км можно отметить, что вдоль него увереннее всего прослеживается вторая фаза волны. Первая фаза наиболее сильно выражена в центральной части временного разреза, а в правой части она сравнима с уровнем шумов. Волна в правой части профиля практически однофазная, в центре доминирующими являются первая и вторая фазы волны, а в начальной части профиля — вторая и третьи фазы.

Динамический пересчет головных волн является фактически методом обработки, осуществляющим селекцию волн, обладающих параллельностью нагоняющих годографов. На участках с плохим качеством экспериментального материала отмечается существенное повышение соотношения сигнал/шум. Сравнение экспериментальных и полученных динамическим пересчетом сейсмограмм показывает, что после пересчета на записях остаются только головные волны, а другие типы волн исчезают. Такой обработкой упрощается волновая картина, исключается необходимость определения природы волны, что существенно облегчает процесс интерпретации.

Экспериментальные материалы ОГТ—ГСЗ имели основную систему наблюдений и дополнительную. Основная система наблюдений: кратность — 48, шаг между пунктами взрыва — 100 м, удаление взрыв-прибор — 0—4.8 км. Дополнительная система наблюдений: кратность — 24, шаг между пунктами взрыва — 200 м, удаление взрыв-прибор — 4.8—9.6 км.

Особенность обработки головных волн по этим экспериментальным материалам в том, что наблюдается смена волн и необходимо определить области прослеживания. По кинематической обработке было выделено три головные волны, области их прослеживания для первой волны от $L = 50$ м до 2.5 км. Кажущаяся скорость до 1.8—2.2 км/с, импульс однофазный, видимый период ~62—66 мс. Для второй головной волны от $L = 2.5$ до 3.5 км. Кажущаяся скорость ~3.8—4.2 км/с, длительность импульса ~1.5—2 периода, видимый период ~60—64 мс. Для третьей головной волны от $L = 3.5$ до 9 км. Кажущаяся скорость ~5.6—5.8 км/с, частота более низкая, т. е. более длительный видимый период ~46—54 мс.

На рис. 5 даны временные разрезы по второй и третьей преломленным волнам. На временном разрезе по второй головной волне ось синфазности отображает одну ярко выраженную границу, а по третьей области прослеживания наблюдаются оси синфазности во вторых вступлениях. Выделяя области прослеживания головных волн, можно строить временные разрезы с каждой из головных волн в первых вступлениях по очереди.

ЛИТЕРАТУРА

- Бендат Дж., Пирсол А.** Применения корреляционного и спектрального анализа. М., Мир, 1983, 310 с.
- Гольдин С.В.** Линейные преобразования сейсмических сигналов. М., Недра, 1974, 350 с.
- Еманов А.Ф., Селезнев В.С., Соловьев В.М., Ларкин Г.В., Фатеев А.В., Коршик Н.А., Гриценко С.А., Иванов Н.К.** Автоматизированная обработка головных волн для систем наблюдений с многократными перекрытиями // Методы изучения, строение и мониторинг литосферы. Новосибирск, Изд-во СО РАН, НИЦ ОИГГМ СО РАН, 1998, с. 197—204.
- Еманов А.Ф., Селезнев В.С., Коршик Н.А.** Автоматизированная обработка преломленных волн для многократных систем наблюдений // Методы, технические средства, методика обработки и интерпретации геолого-геофизических исследований при создании государственной сети опорных геофизических профилей: Новосибирск, СНИИГГиМС, 2001, с. 145—161.
- Епинатьева А.М., Голошубин Г.М., Литвин А.П., Павленкин А.Д., Петрашень Г.И., Старобинец А.Е., Шнеерсон М.Б.** Метод преломленных волн. М., Недра, 1990, 297 с.
- Крылов С.В., Сергеев В.Н.** Свойства головных волн и новые возможности автоматизации их обработки // Геология и геофизика, 1985 (4), с. 92—102.
- Митрофанов Г.М., Сергеев В.Н.** Исследование линеаризованной модели для головной волны в связи с задачей обработки данных КМПВ // Геология и геофизика, 1986 (8), с. 98—108.
- Селезнев В.С., Еманов А.Ф.** Пересчет волновых полей головных волн фильтрами Винера // Геология и геофизика, 1998, т. 39, (4), с. 536—546.
- Пугачев В.С., Синицин И.Н.** Теория стохастических систем. М., Логос, 2000, 1000 с.

*Рекомендована к печати 26 декабря 2007 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
21 августа 2007 г.*