УДК 539.374:539.4.019.3

ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА НА ЭВОЛЮЦИЮ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ У ВЕРШИНЫ ТРЕЩИНЫ

Д. Н. Карпинский, С. В. Санников

Научно-исследовательский институт механики и прикладной математики при Ростовском государственном университете, 344090 Ростов-на-Дону

Исследовано влияние постоянного электрического тока на эволюцию пластической деформации в кристалле у вершины трещины растяжения. Пластическая деформация у вершины трещины в нагруженном образце обусловлена движением дислокаций в плоскостях активного скольжения кристалла под действием сдвиговых напряжений, возникающих в результате приложения нагрузки и прохождения электрического тока. В расчете учитываются выделение джоулева тепла, эффект Томсона и "электронный ветер" (электронно-пластический эффект). Получены распределения пластической деформации и напряжения у вершины трещины в различные моменты времени для заданной величины электрического тока. Определено влияние пластической зоны на коэффициент интенсивности напряжения трещины. Установлено, что основное влияние на развитие пластической деформации оказывает выделение джоулева тепла при прохождении электрического тока. Численные расчеты выполнены для кристалла α-Fe.

Введение. В настоящее время установлено, что под влиянием электрического тока большой плотности резко уменьшается сопротивление металла деформированию и повышается его пластичность. Многочисленные исследования [1, 2] показали, что на эволюцию пластической деформации в твердом теле при прохождении электрического тока влияют: 1) нагрев образца джоулевым теплом; 2) электронно-пластический эффект (ЭПЭ); 3) пинчэффект (действие собственного магнитного поля). Из результатов экспериментальных исследований [2] следует, что основную роль в эволюции пластической деформации играет ЭПЭ, при этом пластическая деформация имеет термофлуктуационную природу, и действие тока эквивалентно действию механических напряжений. Отметим, что последнее утверждение опровергается в [3].

Исследование влияния электрического тока на эволюцию пластической деформации у вершины трещины представляет интерес, так как коэффициент интенсивности напряжения (КИН) зависит от пластической деформации. Влияние джоулева тепла на рост трещины с пластической зоной у ее вершины в нагруженном модельном образце изучалось в [4, 5]. Однако в этих работах не учитываются другие виды воздействия электрического тока и микроструктура пластической деформации.

Целью настоящей работы является расчет пластической деформации у вершины трещины в кристалле и ее КИНа под действием растягивающей нагрузки и постоянного электрического тока. В расчете учитывается влияние джоулева тепла, ЭПЭ, а также эффекта Томсона (перемещение зоны нагрева в направлении движения электронов).

1. Постановка задачи и метод решения. В [6, 7] дана постановка задачи о пластическом деформировании ОЦК-решетки кристалла вблизи вершины трещины длиной 2l, расположенной в плоскости скола (010) при температуре окружающей среды T_0 . Предполагалось, что кристалл с трещиной нагружен растягивающим напряжением $\sigma'_a(t)$, которое



Рис. 1. Кристаллографическая схема трещины и плоскостей легкого скольжения в ОЦК-решетке кристалла при растяжении

приложено вдали от трещины. Пластическая деформация $\varepsilon_j(\mathbf{r}, t)$ осуществлялась путем перемещения полных дислокаций с вектором Бюргерса $(1/2)\langle 111 \rangle$ по двум плоскостям $\{110\}$ легкого скольжения $((\bar{1}10) - j = 1; (110) - j = 2)$ в направлениях $\boldsymbol{\xi}_j$ для соответствующих плоскостей (рис. 1).

Дополним [6, 7] предположением, что через кристалл перпендикулярно плоскости трещины пропускается электрический ток плотностью $J'_0(t)$ в удаленной от трещины части кристалла. В данной задаче будем предполагать, что величина $J'_0(t)$ монотонно возрастает за время t_0 до некоторого значения J_0 , после чего остается постоянной, а влияние электрического тока на кристалл с трещиной ограничивается действием первого и второго механизмов. В этом случае в уравнение для эффективного напряжения $\sigma_j^e(\mathbf{r}, t)$ (2.3) в [6] следует добавить напряжение сдвига $\sigma_j^t(\mathbf{r}, t)$ за счет ЭПЭ, которое задается формулой [2]

$$\sigma_i^t(\boldsymbol{r},t) = B_e \boldsymbol{J}(\boldsymbol{r},t) \cdot \boldsymbol{\xi}_j / (ben), \tag{1}$$

где B_e — постоянная; n — концентрация свободных электронов в кристалле; e — элементарный заряд. Из [8] следует выражение для вектора плотности электрического тока $J(\mathbf{r},t)$ вблизи вершины трещины в полярных координатах $J_x(\mathbf{r},t) = J'_0(t)\sqrt{l/(2r)} \sin(\varphi/2), J_y(\mathbf{r},t) = J'_0(t)\sqrt{l/(2r)} \cos(\varphi/2).$

Рассмотрим процесс тепловыделения в пластической зоне у вершины трешины. Температурное поле для скорости деформации $\dot{\varepsilon}_j(\mathbf{r},t)$ в (2.1) из [6] в верхней полуплоскости в момент времени t определяется по формуле [9]

$$T(x, y, t) = \int_{0}^{\infty} dy \int_{-\infty}^{\infty} T_{0}(x, y) G_{2}(x, y, x_{1}, y_{1}, t) dx_{1} - a \int_{0}^{\infty} d\tau \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(x_{1}, \tau) G_{2}(x, y, x_{1}, 0, t - \tau) dx_{1} + \int_{0}^{\infty} d\tau \int_{0}^{\infty} dy_{1} \int_{-\infty}^{\infty} F(x_{1}, y_{1}, \tau) G_{2}(x, y, x_{1}, y_{1}, t - \tau) dx_{1}$$
(2)

как классическое решение задачи теплопроводности

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a\Delta T + F(x, y, t), \qquad -\infty < x < \infty, \quad 0 \le y < \infty; \tag{3}$$

$$\frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y} = \Phi(x,t); \tag{4}$$

$$T(x, y, 0) = T_0(x, y), \qquad 0 < t < \infty.$$
 (5)

В (2) $G_2(x, y; x_1, y_1, t) = G(x, y; x_1, y_1, t) + G(x, y; x_1, -y_1, t);$ $G(x, y; x_1, y_1, t) = 1/(4\pi a t) \exp \{ -[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]/(4at) \};$ $a = \lambda/(\rho C)$ — температуропроводность кристалла; λ — теплопроводность; ρ — плотность; C — теплоемкость. В (2), (3)

$$F(x,y,t) = \sum_{j=1}^{2} \left[\sigma_{j}^{e}(x,y,t) \dot{\varepsilon}_{j}(x,y,t) \right] + \varrho J^{2}(x,y,t) + L J_{i}(x,y,t) \nabla_{i} T(x,y,t).$$
(6)

Здесь $\rho = \rho_0[1 + \alpha(T - T'_0)]$ — удельное электросопротивление кристалла; α — температурный коэффициент электросопротивления; $T'_0 = 273$ K; L — коэффициент Томсона [8]. Используя симметрию задачи относительно координатной оси Ox, получим граничное условие $\Phi(x,t) = 0$. При численном решении (2) величины $T(x_1, y_1, t)$ и $F(x_1, y_1, t)$ полагались постоянными на каждом шаге по времени в квадратных ячейках плоскости Oxy, центры которых являются узлами координатной сетки, а сторона равна шагу сетки h. В этом случае искомая температура T(x, y, t) выражается через интегралы

$$I_{1} = I_{1}^{+} + I_{2}^{-}, \quad I_{2} = I_{2}^{+} + I_{2}^{-}, \quad I_{1}^{\pm} = \int_{\Omega} G(x, y, x_{1}', \pm y_{1}', t) \, dx_{1}' \, dy_{1}', \quad I_{2}^{\pm} = \int_{\Omega} I_{3}^{\pm} \, dx_{1}' \, dy_{1}',$$
$$I_{3}^{\pm} = \int_{0}^{t} G(x, y, x_{1}', \pm y_{1}', t - \tau) \, d\tau = \frac{1}{4\pi\lambda} \Big[\mp \operatorname{Ei}\Big(-\frac{(x - x_{1}')^{2} + (y \mp y_{1}')^{2}}{4a^{2}t} \Big) \Big],$$

где $\Omega = h^2$ — площадь ячейки расчетной сетки; $\operatorname{Ei}(-X)$ — интегральная показательная функция. Заменим $\operatorname{Ei}(-X)$ ее асимптотикой $\operatorname{Ei}(-X) = -\ln X - \gamma$ при $X \ll 1$, где $\gamma = 0,5772...$ — постоянная Эйлера. Тогда

$$I_2^{\pm} = \Psi(u_2, v_2) - \Psi(u_2, v_1) - \Psi(u_1, v_2) + \Psi(u_1, v_1),$$

$$\Psi_1 = 4a^2t \Big[(3 - \gamma)uv - uv \ln(u^2 + v^2) - \frac{3u^2 + v^2}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{v}{u}\right) - \frac{3v^2 + u^2}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{u}{v}\right) \Big],$$

где $u_1 = (x - (x_1 - h/2))/\beta; u_2 = (x - (x_1 + h/2))/\beta; v_1 = (y - (\pm y_1 - h/2))/\beta; v_2 = (y - (\pm y_1 + h/2))/\beta; \beta^2 = 4at; I_1 \simeq h^2/(2\pi at).$

Уравнения (2.1)–(2.8) из [6] вместе с формулами (1) для $\sigma_j^t(\boldsymbol{r},t)$ и (2) для $T(\boldsymbol{r},t)$ образуют систему, из которой при начальных условиях

 $\varepsilon_j(\boldsymbol{r},0) = 0, \qquad \sigma'_a(0) = 0, \qquad T(\boldsymbol{r},0) = T_0$ (7)

и граничных условиях

$$\sigma_j^e(x,0,t) = 0 \quad (x < 0), \qquad \frac{\partial T}{\partial y}(x,0,t) = 0 \tag{8}$$

определяются $\varepsilon_j(\boldsymbol{r},t), \, \sigma_j^e(\boldsymbol{r},t), \, T(\boldsymbol{r},t).$

Данная система уравнений решалась численно с переменным шагом интегрирования Δt методом, использованным в [6]. Шаг по времени выбирался с учетом ограничений на максимальную скорость деформации $\max |\dot{\varepsilon}_j(r,t)| \leq 0.1 \text{ c}^{-1}$. При этом ограничении остается справедливой формула (2.1) в [6], которая предполагает термоактивированный механизм движения дислокаций. Будем предполагать, что для КИНа трещины K(t) имеет место представление [6]

$$K(t) = K^{c}(t) + K^{p}(t),$$
 (9)

где K(t) — КИН трещины, "одетой в дислокационную шубу", т. е. окруженной дислокациями (учтено влияние пластической деформации на трещину); $K^c(t)$ — КИН "голой" трещины (без учета пластической деформации у ее вершины) при растяжении внешней нагрузкой (мода I), $K^p(t)$ — поправка к $K^c(t)$, обусловленная влиянием "дислокационной шубы" (пластической деформации) у вершины трещины. Величина $K^p(t)$ определяется формулой [6]

$$K^{p}(t) = \sum_{j=1}^{2} \int_{D_{j}} \hat{K}^{p}(z,j) \Delta \rho_{j}(z,t) \, dz, \qquad z = x + iy, \tag{10}$$

где D_j (j = 1, 2) — зоны пластической деформации у вершины трещины, обусловленные движением дислокаций по плоскостям легкого скольжения; $\Delta \rho_j(z,t)$ — плотность эффективных дислокаций по этим плоскостям; \hat{K}^p — комплексный КИН трещины, нагруженной напряжением, создаваемым эффективной дислокацией, расположенной в верхней и нижней полуплоскостях. В данном случае для $\hat{K}^p = \hat{K}^p_{\rm I} - i\hat{K}^p_{\rm II}$ используем формулу [6]

$$K_{\rm I}^p(z,j) - iK_{\rm II}^p(z,j) = \frac{A}{\sqrt{\pi}} [J_1 + iJ_2(-1)^j],$$

где

$$A = \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)}, \ J_1 = -\pi \Big[\frac{1}{\sqrt{z}} + \frac{3}{2\sqrt{z}} - \frac{z}{2(\bar{z})^{3/2}}\Big], \ J_2 = -\pi \Big[\frac{1}{\sqrt{z}} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{z}}} + \frac{z}{2(\bar{z})^{3/2}}\Big], \ \bar{z} = x - iy.$$

Здесь $\hat{K}^p_{\rm I}$ — поправка к $K^c(t)$ при растяжении (мода I), $\hat{K}^p_{\rm II}$ — поправка к $K^c(t)$ при сдвиге (мода II).

2. Результаты расчетов и их обсуждение. Расчеты выполнены для кристалла α -Fe при следующих значениях постоянных: $\rho = 7800 \text{ кг/m}^3$, $\lambda = 78,2 \text{ Br/(M} \cdot \text{K})$, $C = 460 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K})$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $\rho_0 = 8,6 \cdot 10^{-8} \text{ OM} \cdot \text{M}$, $L = -22,8 \cdot 10^{-6} \text{ B/K}$, $B_e = 10^{-5} \text{ Па/с}$, $\alpha = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ [10], $t_0 = 0,25 \text{ c}$, $J_0 = 10^9 \text{ A/M}^2$, $2l = 10^{-3} \text{ M}$. Остальные постоянные взяты из [6]. Внешняя нагрузка $\sigma'_a(t)$, достигнув верхнего предела $\sigma_a = 5 \text{ МПа}$, в дальнейшем оставалась постоянной. На этом этапе расчета исследовалась релаксация эффективных сдвиговых напряжений $\sigma^e_j(\mathbf{r}, t)$, обусловливающая замедление эволюции $\varepsilon_j(\mathbf{r}, t)$ вплоть до ее прекращения.

Эволюция пластической деформации в отсутствие электрического тока подробно изучена в [6, 7]. Проведем сравнение развития пластической деформации в отсутствие электрического тока и с учетом джоулева тепла, эффекта Томсона и "электронного ветра" (ЭПЭ). В первом случае этап нагружения завершился за 0,79 с, во втором — за 1,05 с. Этап релаксации напряжения при постоянной внешней нагрузке и отсутствии электрического тока завершился в момент t = 1,32 с ($\varepsilon_{\text{max}} = 0,125$ %), а электрический ток вызывает прекращение развития пластической деформации в момент t = 2,25 с.

На рис. 2 показаны распределения эффективного сдвигового напряжения $\sigma_j^e(\mathbf{r},t)$ у вершины трещины при постоянном электрическом токе при t = 1,05 с по плоскостям скольжения ($\bar{1}10$) (рис. 2,a) и (110) (рис. $2,\delta$). На рис. 3 представлено распределение пластической деформации после окончания процесса релаксации напряжения при t = 2,25 с по плоскостям скольжения ($\bar{1}10$) (рис. 3,a) и (110) (рис. $3,\delta$). Из результатов расчета с учетом "электронного ветра" следует, что его действие сводится к более медленной релаксации напряжений в пластической зоне по сравнению с бестоковым режимом. Из результатов



Рис. 2. Распределение эффективного сдвигового напряжения у вершины трещины при постоянном электрическом токе плотностью $J_0 = 10^9 \text{ A/m}^2$ при t = 1,05 c по плоскостям скольжения: $a - (\bar{1}10); \ \delta - (110)$



Рис. 3. Распределение сдвиговой деформации у вершины трещины при постоянном токе плотностью $J_0=10^9~{\rm A/m^2}$ при t=2,25с по плоскостям скольжения: $a-(\bar{1}10);~\delta-(110)$



Рис. 4. Временные зависимости КИНа "голой" трещины $K^{c}(t)$ и K(t), вычисленного с учетом пластических деформаций у ее вершины:

сплошные линии — $J_0=0,$ штриховые — $J_0=10^9~{\rm A/m^2};~1-K^c,~2-K$

расчетов деформации и напряжения следует, что время, за которое достигается максимальная внешняя нагрузка, при учете эффекта Томсона больше, чем без учета.

На рис. 4 показаны временные зависимости КИНа при расчетах в отсутствие электрического тока и при учете действия электрического тока. Во всех расчетах уменьшение КИНа после релаксации напряжения из-за пластической деформации у вершины трещины составляло 17,6 %. Отметим также, что в данном расчете джоулева тепла вклад первого слагаемого в (6) пренебрежим по сравнению с двумя другими.

Результаты исследований позволяют сделать следующие выводы:

 действие постоянного электрического тока на этапе нагружения кристалла приводит к уменьшению скорости роста напряжения у вершины трещины при заданной максимальной скорости пластической деформации;

2) на развитие пластической деформации основное влияние оказывает выделение джоулева тепла, существенно также влияние эффекта Томсона, "электронный ветер" вызывает асимметрию в распределении пластической деформации на различных плоскостях скольжения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. **Действие** электромагнитных полей на пластичность и прочность материалов: Тез. докл. II Всесоюз. конф., Юрмала, декабрь 1990 г. М.: Ин-т машиноведения АН СССР, 1990. Ч. 1, 2.
- Спицын В. И., Троицкий О. А. Электропластическая деформация металлов. М.: Наука, 1985.
- 3. Рощупкин А. М., Троицкий О. А., Спицын В. И. и др. Развитие концепции о действии тока высокой плотности на пластическую деформацию металла // Докл. АН СССР. 1986. Т. 286, № 3. С. 633–636.
- 4. Максимов И. Л., Свирина Ю. В. Диссипативные неустойчивости разрушения в проводящих материалах с транспортным током. 1. Критерий неустойчивости, качественный анализ // Журн. техн. физики. 1996. Т. 66, № 9. С. 64–74.
- 5. Максимов И. Л., Свирина Ю. В. Диссипативные неустойчивости разрушения в проводящих материалах с транспортным током. 2. Эволюционные уравнения, диаграммы неустойчивости // Там же. С. 75–85.
- 6. Карпинский Д. Н., Санников С. В. Расчет эволюции пластической деформации у вершины трещины и связанных с ней явлений // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 154–160.
- Карпинский Д. Н., Санников С. В. Расчет эволюции пластической деформации у вершины трещины антиплоского сдвига и связанных с ней явлений // Физика твердого тела. 1995. Т. 37, № 2. С. 505–515.

- 8. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошной среды. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
- 9. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике. М.: Наука, 1972.
- 10. Физические величины: Справ. / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991.

Поступила в редакцию 9/IX 1999 г., в окончательном варианте — 26/II 2001 г.