УДК 533.6.011

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАМЕРЫ ГОРЕНИЯ ВОДОРОДА ГИПЕРЗВУКОВОГО ПРЯМОТОЧНОГО ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

А. Ф. Латыпов

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Описана функциональная математическая модель камеры горения водорода в гиперзвуковом прямоточном воздушно-реактивном двигателе. Модель строится с использованием одномерных стационарных уравнений газовой динамики и параметризации конфигурации канала и определяющих процессов (впрыска топлива в поток, выгорания топлива по длине канала, диссипации кинетической энергии, отвода части энергии газов для моделирования охлаждения топливом стенок канала) с учетом реальных теплофизических свойств газов. В результате параметрических расчетов установлено, что при впрыске топлива в трех сечениях канала, состоящего из участков слабого и сильного расширения, реализуется сверхзвуковая скорость продуктов сгорания в диапазоне чисел Маха набегающего потока $M_{\infty} = 6 \div 12$. Показано, что при распределенном вводе топлива допустимо большое значение угла между векторами скорости потока газообразного водорода и основного газа. Это позволит эффективно управлять процессом смешения. В качестве критерия эффективности подвода тепла в камере предложено использовать эксергию продуктов сгорания. На основе рассчитанных значений эксергии получена оценка предельного числа Маха набегающего потока, при котором еще возможно использование гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя.

Ключевые слова: гиперзвуковой прямоточный воздушно-реактивный двигатель, водород, камера горения, эксергия.

DOI: 10.15372/PMTF20150506

Введение. Теоретическим и экспериментальным исследованиям прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД) посвящено значительное число работ. Идея использования ПВРД для осуществления полета с гиперзвуковыми скоростями (числа Маха полета $M_{\infty} \ge 6 \div 7$) основана на процессе сгорания топлива в сверхзвуковом потоке воздуха [1, 2]. Такой двигатель назван гиперзвуковым прямоточным воздушно-реактивным двигателем (ГПВРД). Количество сгорающего топлива должно быть достаточным для получения требуемой тяги. Отсутствуют достоверные экспериментальные результаты, свидетельствующие о сохранении сверхзвукового течения в канале при подводе энергии с эквивалентным коэффициентом избытка воздуха $\alpha \simeq 1$. В многочисленных экспериментах с моделями ПВРД в аэродинамических трубах при сгорании топлива наблюдается значительная перестройка начального сверхзвукового потока (см., например, [3, 4]). После завершения переходного процесса система косых скачков уплотнения замыкается пря-



Рис. 1. Диаграммы возможных режимов работы ПВРД (тонкие линии — изобары)

мым скачком уплотнения, далее горение топлива происходит в дозвуковом потоке. В [5, 6] установлена причина возникновения наблюдаемого явления. В каждом сечении канала энтропия, отсчитываемая от параметров набегающего потока, не должна превышать максимально допустимого значения, для которого получено аналитическое выражение. Это значение зависит от числа Маха набегающего потока, количества подведенного к потоку тепла, конфигурации канала. Нарушение этого условия приводит к перестройке течения. Переход от сверхзвукового течения к дозвуковому и обратно происходит при различных значениях относительного количества подводимого тепла: наблюдается гистерезис течения, сопровождающийся значительными колебаниями давления в потоке. Поэтому сначала необходимо выбрать принципиальную схему камеры горения и определить распределение подвода тепла для реализации требуемого режима. Контроль выполнения энтропийного условия позволяет решить эту задачу.

На рис. 1 представлены (T, S)-диаграммы, соответствующие возможным схемам рабочего процесса в ПВРД. Обозначим через T_{max} максимально допустимую статическую температуру рабочего газа. Точки B_1 и B_2 соответствуют сжатию в воздухозаборнике до достижения дозвуковой и сверхзвуковой скоростей потока в выходном сечении. Схема условна, так как начальные значения температуры и давления зависят от числа Маха полета. Процесс, при котором T = const, соответствующий идеальному циклу (линия ABCD на рис. 1), технически труднореализуем. Приближенно этот процесс может быть осуществлен посредством подвода тепла в нескольких зонах (впрыск топлива в нескольких сечениях), разделенных участками расширения (линии $C'_1B''_1, C'_2B''_2, C''_2B'''_2)$ для уменьшения температуры продуктов сгорания при сверхзвуковой скорости потока (подвод тепла на линиях $B_1C'_1, B''_1C''_1, B_2C'_2, B''_2C''_2, B'''_2C'''_2)$. При подводе тепла переход скорости потока газа через скорость звука возможен в расширяющемся канале [5]. При больших числах Маха полета статическая температура потока на выходе из воздухозаборника высока. В этом случае для соблюдения ограничения $T \leq T_{\text{max}}$ тем более необходимо вводить топливо в нескольких сечениях. Линии C''_1D_1, C'''_2D_2 соответствуют расширению газообразных продуктов сгорания в сопле.

Математическое моделирование течений сверхзвуковых реагирующих потоков сопряжено со значительными трудностями прежде всего вследствие неясности физических механизмов смешения при наличии внутренних источников энергии. В данном случае применимость моделей турбулентности, разработанных для течений инертных газов, сомнительна. По-видимому, проблема может быть решена только при использовании трехмерных нестационарных уравнений Навье — Стокса [4, 7]. Для учета с необходимой точностью диссипативных процессов требуется разработка нового метода решения этих уравнений в достаточно гладком классе функций. Существенным препятствием является также неопределенность числа и состава реагирующих и образующихся веществ и скоростей реакций. Поэтому границы области воспламенения гомогенной горючей смеси в пространстве параметров температура — давление — концентрации необходимо устанавливать экспериментально. Эти данные могут быть включены в математические модели различного уровня наряду с различными способами энергетического и газодинамического воздействия на процесс. В [7] описано состояние проблемы математического моделирования реагирующих потоков и подробно рассмотрены подходы, используемые при разработке численных моделей процессов горения различных систем. Для реализации достаточно полной математической модели потребуются значительные вычислительные ресурсы.

Степень подробности описания процессов при математическом моделировании определяется решаемыми задачами. На начальном функциональном этапе моделирования ставится задача определения функции подвода тепла по длине канала и степени расширения секций канала при реализации сверхзвукового течения и выполнении ограничения на максимальную величину статической температуры продуктов сгорания, определяемую предельной температурой стенок канала и допустимой степенью диссоциации продуктов сгорания. Эта модель строится с использованием одномерных стационарных уравнений газовой динамики и параметризации конфигурации канала и определяющих процессов: выгорания топлива по длине канала, диссипации кинетической энергии, отвода части энергии газов для моделирования охлаждения топливом стенок канала. Длина пути смешения является задаваемым параметром. На участках охлаждения газа с целью уменьшения длины канала угол расширения может быть увеличен при условии сохранения режима безотрывного течения. Критерием эффективности подвода тепла в камере горения является эксергия продуктов сгорания.

Функциональная схема камеры горения. Камера горения является слаборасширяющимся каналом: расширение необходимо для устойчивости прямого скачка уплотнения, а малый угол расширения обусловлен устойчивостью горения при сверхзвуковой скорости потока. Топливо в газовой фазе может подаваться в N сечениях. Первая подача топлива осуществляется в начальном сечении $x_{1,0} = 0$. Координаты следующих сечений $x_{j,0}$ определяются в процессе расчета течения. Коэффициенты топлива $k_{\mathrm{T}j}, j = \overline{1, N}$ задаются. Предполагается, что в камере образуется гомогенная смесь. Во входном сечении задается сверхзвуковой поток с параметрами M_0 , T^0 , p^0 , $\bar{F}^0 = 1$. Участки канала между сечениями, в которых подается топливо, будем называть секциями. Каждая секция состоит из четырех участков. Начальные сечения участков будем обозначать индексом $k = \overline{0, 3}$. Значение k соответствует также номеру участка. Участок k = 0 соответствует смешению в цилиндрическом канале. В данной модели длина пути смешения $l_{i,mix}$ задается. Участок k = 1 соответствует процессу задержки воспламенения. Время задержки воспламенения оценивается по эмпирическому соотношению, по которому определяется длина участка $l_{i,ind}$. На участке k = 2 происходит горение топлива, закон выгорания задается. На участке k = 3 осуществляется расширение газов для понижения температуры продуктов сгорания и увеличения числа Маха потока. Для каждого участка задается степень расширения в виде отношения площадей сечений $\chi_{jk} = \bar{F}_{j,k+1}/\bar{F}_{jk}$, $\bar{F}_{jk} = F_{jk}/F^0$, $k = \overline{1,3}$. Для цилиндрического канала смешения принято $\bar{F}_{j1} = \bar{F}_{j-1,4} + \bar{F}_{H_2j} \cos \vartheta$. Здесь $\bar{F}_{04} = \bar{F}^0 = 1; \bar{F}_{H_2j}$ — площадь сечения струи водорода. Для определения длин участков горения и охлаждения задаются также углы расширения каналов β_2 , β_3 . Принято, что вдоль канала площадь определяется по эффективному поперечному размеру $F(x) = cy^2(x)$. Последовательно вычисляются *y*-координаты выделенных сечений $y_{j,k+1} = y_{jk}\sqrt{\chi_{jk}}, y_{10} = 1$. При этом угол и степень расширения канала связаны соотношением

$$\operatorname{tg}\beta_k = \frac{y_{jk}}{\Delta x_{jk}} \left(\sqrt{\chi_{jk}} - 1\right), \qquad \Delta x_{jk} = x_{j,k+1} - x_{jk} \tag{1}$$

(y(x) — линейная функция на k-м участке), из которого для участка k = 1 определяется угол β_1 , а для участков k = 2 и k = 3 — их длины. Таким образом, текущая площадь $\bar{F}_k(x)$ на участке с номером k вычисляется по формуле

$$\bar{F}_k(x) = \bar{F}_{jk} \left(\frac{y_k(x)}{y_{jk}}\right)^2, \quad y_k(x) = (1-\xi)y_{jk} + \xi y_{j,k+1}, \quad \xi = \frac{x - x_{jk}}{x_{j,k+1} - x_{jk}}.$$
(2)

Следует отметить, что углы расширения канала должны быть всюду больше нуля: при нарушении условия существования стационарного течения образующийся прямой скачок уплотнения будет располагаться в канале и будет устойчив [5, 6].

Параметры потока определяются интегрированием системы обыкновенных дифференциальных уравнений, включающих законы сохранения энергии и расхода, функцию выгорания топлива, уравнения для изменения энтропии и состава потока газа. Для определения количества тепла, выделяющегося при горении топлива, и моделирования состава продуктов сгорания вводится параметр полноты сгорания ψ , для которого используется термодинамическая оценка. Термодинамические свойства газов являются функцией температуры. Учитываются условия $M \ge M_{\min}$, $T \le T_{\max}$, диссипация кинетической энергии и охлаждение стенок камеры сгорания. Для моделирования инициирования реакции возможен ввод дополнительной энергии от внешнего источника мощностью Q_{∞} .

Полнота сгорания топлива. В качестве топлива используется водород. Полнота сгорания топлива ψ определяется многими факторами и существенно зависит от числа Маха полета. Диагностика реагирующих потоков чрезвычайно трудна вследствие неравномерности распределения параметров течений и неравновесности процессов. Экспериментальные значения статического давления и теплового потока в конечном числе точек по длине канала и дополнительно измеряемые значения сил и моментов, действующих на модель, недостаточны для идентификации течений, что не позволяет разделить влияние на параметры течения подвода тепла и диссипации кинетической энергии. Это обусловливает значительный разброс экспериментальных оценок полноты сгорания. В [8] получено значение $\psi \approx 0.8$ при числе Маха на входе в камеру горения $M_b = 2.5$. Согласно расчетной оценке, выполненной в [9], при $M_b = 2,0 \div 3,0, \alpha_b = 1$ (α_b — коэффициент избытка воздуха) полнота сгорания составляет $\psi = 0.80 \pm 0.05$. С увеличением температуры значение ψ уменьшается. При $\alpha_b < 1$ величина $\psi \approx \text{const}$ и ее значение равно значению при $\alpha_b = 1$, а при $\alpha_b = 2$ эта величина достигает предельного значения $\psi = 1$. В [10] на основе результатов экспериментов, проведенных в импульсной аэродинамической трубе для модели ПВРД с использованием в качестве топлива газообразного водорода, в случае $M_{\infty} = 6$ получена оценка $\psi = 0.90 \div 0.95$. В данной работе используется термодинамическая оценка. При начальных значениях температуры T_b , давления p_b и коэффициенте избытка воздуха α_b рассчитываются итерационно равновесные температура T_r и состав Z_r смеси, включающей компоненты O₂, H₂, H₂O, OH, HO₂, N₂, NO, NO₂, N₂O, NH, NH₂, NH₃, HNO, O, H, N, Ar. Для состава Z_r при нормальных условиях вычисляется тепловой эффект реакций $Q(Z_r)$. Полнота сгорания задается соотношением

$$\psi(\mathcal{M}_{\infty}, \alpha_b) = \frac{Q(Z_r)}{Q_H},\tag{3}$$

где Q_H — низшая теплотворная способность топлива. Эта оценка является верхней, так как реальные процессы смешения, неравномерность параметров потока, неравновесность

Таблица 1

Термодинамическая оценка параметра полноты сгорания водорода при коэффициенте избытка воздуха $\alpha_b = 1$

	• • • •					
M_{∞}	ψ_1	M_{∞}	ψ_1			
3	0,94	8	$0,\!85$			
4	0,92	10	0,79			
5	0,90	12	0,72			
6	$0,\!89$	14	0,64			

процессов приводят к уменьшению "равновесного" значения полноты сгорания. В табл. 1 приведены вычисленные по формуле (3) значения полноты сгорания водорода $\psi_1(M_{\infty}, 1)$ при $\alpha_b = 1$ и параметрах потока на входе в камеру горения, соответствующих числам Маха полета M_{∞} . Эти значения используются в последующих расчетах. Качественно характер изменения величины $\psi(M_{\infty}, \alpha_b)$ согласуется с данными [9]. Далее в расчетах используется интерполяционная функция

$$\psi(\mathbf{M}_{\infty}, \alpha_b) = \eta_{\psi} \psi_1(\mathbf{M}_{\infty}, 1)(1 - \zeta) + \zeta, \qquad \zeta = \min\left(1, \max\left(0, \frac{\alpha_b - 1}{\alpha_{\max} - 1}\right)\right),$$

где $\eta_{\psi} = 0.95$ — поправочный коэффициент; α_{\max} — коэффициент избытка воздуха, при котором происходит полное сгорание топлива. Принято $\alpha_{\max} = 2$. Значение коэффициента топлива $k_{\mathrm{r}j}^*$, используемое при расчете полноты сгорания в *j*-й секции, равно

$$k_{\mathrm{T}j}^* = \begin{cases} k_{\mathrm{T}j}, & 0 < k_{\mathrm{T}j} \leqslant 1, \\ 1, & k_{\mathrm{T}j} > 1, \end{cases} \qquad \alpha_b = \alpha_j^* = \frac{1}{k_{\mathrm{T}j}^*}.$$

Тогда количество оставшегося топлива определяется по формуле

$$g_{\mathrm{T}j}^* = (k_{\mathrm{T}j} - \psi(\mathrm{M}_{\infty}, \alpha_b)k_{\mathrm{T}j}^*)/L_0, \qquad (4)$$

где L_0 — стехиометрический коэффициент.

Энергетические параметры. Для того чтобы задать энтальпию топлива, тепловой поток к стенкам камеры сгорания, диссипацию кинетической энергии газа, энергию зажигания, вводятся параметры $\eta_{\rm T}$, η_{st} , η_H , η_{∞} , определяющие удельные мощности соответствующих энергий. Параметры η_{st} , η_H считаются постоянными вдоль канала. Охлаждение стенок камеры горения осуществляется топливом. При заданной допустимой степени нагрева топлива $\Delta T_{\rm H_2}$ значение параметра $\eta_{\rm T}$ определяется соотношением $\eta_{\rm T} = c_{p\rm H_2}\Delta T_{\rm H_2}/Q_H$. Мощность теплового потока задается выражением $Q'_{st} = \eta_{st}Q_H$. Принято, что тепло отводится в стенки вдоль канала равномерно. Из интегрального равенства энергий $g_{\rm T\Sigma}\eta_{\rm T}Q_H = \eta_{st}Q_HL$, $g_{\rm T\Sigma} = k_{\rm T,N}/L_0$ вычисляется параметр $\eta_{st} = \eta_{\rm T}g_{\rm T\Sigma}/L$. Мощности диссипации кинетической энергии и дополнительной энергии для инициации горения задаются пропорционально полной энтальпии потока: $H' = m_j \eta_H h_0$, $Q'_{\infty} = m_j \eta_{\infty} h_0$.

Концентрации и термодинамические свойства веществ. Пусть перед сечением \bar{F}_{j0} расход газа равен m_{j0} , концентрации веществ — c_{ij0} и вводится топливо: $g_{\tau j} = (k_{\tau j} - k_{\tau,j-1})/L_0$, расход газа за сечением $m_{j1} = m_{j0} + g_{\tau j}$. В начальном сечении расход газа составляет $m^0 = 1$ кг/с, а концентрации веществ определяются составом воздуха: $c_{O_2}^0 = 0.232$, $c_{N_2}^0 = 0.755$, $c_{Ar}^0 = 0.013$, $c_{H_2}^0 = c_{H_2O}^0 = 0$. Массовые концентрации веществ после впрыска топлива равны

$$c_{\mathrm{H}_{2},j1} = \frac{m_{j0}}{m_{j1}} c_{\mathrm{H}_{2},j0} + \frac{g_{\mathrm{T}j}}{m_{j1}}, \qquad c_{i,j1} = \frac{m_{j0}}{m_{j1}} c_{i,j0}, \qquad i = \overline{2,6}$$

Молекулярная масса, газовая постоянная и термодинамические свойства смеси определяются соотношениями (индекс s соответствует смеси, индекс j1 опущен)

$$\mu_s \sum_{i} \frac{c_i}{\mu_i(T)} = 1, \qquad R_s = \frac{R}{\mu_s}, \qquad \bar{\mu}_s = \frac{\mu_s}{\mu^0},$$
$$c_{ps} = \sum_{i=1}^{5} c_{pi}(T)c_i, \quad \bar{c}_{ps} = \frac{c_{ps}}{c_p^0}, \quad \gamma_s = \frac{c_{ps}}{R_s - c_{ps}}, \quad \bar{\gamma}_s = \frac{\gamma_s}{\gamma^0}.$$

Функция выгорания топлива. Горение топлива является сложным многостадийным химическим процессом. Предложено множество схем реакций для различных видов топлива. Их использование затруднено большой степенью неопределенности значений определяющих параметров (скоростей реакций, энергий активации и т. п.). В реальности реакция начинается через некоторое время после ввода топлива в воздушный поток. Время задержки воспламенения зависит от длины пути смешения и времени накопления критического числа активных центров (периода индукции). Выполнено большое число экспериментальных и теоретических исследований влияния температуры, давления, состава реагирующих газов на период индукции. Имеется ряд формул, аппроксимирующих экспериментальные данные. Например, экспериментальные данные для водорода, приведенные в [11], аппроксимируются формулой

$$\tau_{ind} = 10^{-4} (T/1000)^{-6,64},\tag{5}$$

где τ_{ind} — период индукции, с; 900 К $\leq T \leq$ 2000 К. Показано, что период индукции может варьироваться в значительном диапазоне. Вводится длина зоны задержки воспламенения $l_j = l_{j,mix} + l_{j,ind}$, где $l_{j,mix}$ — длина пути смешения; $l_{j,ind}$ — длина, соответствующая времени индукции $\tau_{j,ind}$. Длина $l_{j,ind}$ оценивается по формуле $l_{j,ind} = V_{j1}\tau_{j,ind}/y^0$, где $\tau_{j,ind}$ вычисляется по формуле (5). Длина $l_{j,mix}$ зависит от газодинамических параметров смешиваемых струй, конструкции инжекторов, способа подачи топлива, величины локально выделяющейся энергии. В настоящее время математическое моделирование процесса смешения сверхзвуковых реагирующих потоков затруднено вследствие неясности физических механизмов, а также необходимости использования значительных вычислительных ресурсов при численной реализации предлагаемых математических моделей. В данной работе длина пути смешения является задаваемым параметром.

Статическая температура газа на входе в камеру горения растет пропорционально квадрату числа Маха полета. Вследствие экспоненциального характера зависимости скорости реакций от температуры времена и длины зон реакций при $M_{\infty} \ge 6$ будут малыми. Поэтому условие существования стационарного течения при подводе тепла [6] проверяется при постоянном сечении $\bar{F}_{j2} = \text{const.}$

Скорости реакций моделируются вычисляемой из (1) длиной зоны $l_{j2} = \Delta x_{j2}$ и задаваемым законом выгорания топлива. Поскольку в начале и конце зоны горения реакции происходят достаточно медленно вследствие малых концентраций реагирующих веществ (в начале зоны топливо еще недостаточно перемешано с воздухом, в конце зоны бо́льшая часть молекул уже прореагировала), для определения степени выгорания топлива используется следующая зависимость:

$$c_{\mathrm{H}_{2}}(x) = c_{\mathrm{H}_{2},j2} - 0.5\Delta c_{\mathrm{H}_{2},j}(1 - \cos \pi \xi),$$
$$\Delta c_{\mathrm{H}_{2},j} = c_{\mathrm{H}_{2},j2} - c_{\mathrm{H}_{2},j}^{\min}, \qquad \xi = \frac{x - x_{j2}}{l_{j2}}, \quad l_{j2} = x_{j3} - x_{j2}.$$

Значение $c_{\text{H}_2j}^{\min} = g_{\text{T}_j}^*/m_j$ определяется по величине полноты сгорания; величина $g_{\text{T}_j}^*$ определяется формулой (4); $m_j = 1 + k_{\text{T}_j}/L_0$. В расчетах используется дифференциальная форма функции выгорания

$$c_{\mathrm{H}_2}'(x) = -\frac{\pi}{2} \frac{\Delta c_{\mathrm{H}_2 j}}{l_{j,2}} \sin \pi \xi, \qquad 0 \leqslant \xi \leqslant 1.$$

Параметры потока после впрыска топлива. Определим параметры потока после впрыска топлива в количестве g_{rj} в сечении \bar{F}_{j0} в предположении, что горение еще не началось, или после ввода дополнительной энергии Q_{∞} . Запишем законы сохранения. Закон сохранения энергии имеет вид

$$\begin{split} m_{j-1}(h_{j0} + V_{j0}^2/2 - h_{j0}^*) + g_{\mathrm{T}j}(h_{0\mathrm{H}_2} - h_{\mathrm{H}_2}^*) - \Delta Q_{j,st} + Q_{\infty} &= m_j(h_{j1} + V_{j1}^2/2 - h_{j1}^*) \\ m_j &= m_{j-1} + g_{\mathrm{T}j}, \qquad g_{\mathrm{T}j} = (k_{\mathrm{T}j} - k_{\mathrm{T},j-1})/L_0, \\ h_{0\mathrm{H}_2} - h_{\mathrm{H}_2}^* &\simeq \eta_{\mathrm{T}} Q_H, \qquad \Delta Q_{j,st} = \eta_{st} Q_H l_{j,mix}, \qquad Q_{\infty} = m_{j-1} \eta_{\infty} i_{0j0} \end{split}$$

(параметрам потока до впрыска соответствует индекс j0, после впрыска — индекс j1; h_{j0}^* , h_{j1}^* — энтальпии веществ при температуре T_*). В результате нормировки получаем выражение

$$\bar{m}_{j-1} \Big(\bar{c}_{pm1} \Delta \bar{T}_{j0} + \frac{\gamma^0 - 1}{2} \,\mathcal{M}_0^2 \bar{V}_{j0}^2 \Big) (1 + \eta_\infty) + \Big(\eta_{\mathrm{T}} \bar{g}_{\mathrm{T}j} - \frac{\eta_{st} l_{j,mix}}{m_j} \Big) (\gamma^0 - 1) \bar{Q}_H = \\ = \bar{c}_{pm2} \Delta \bar{T}_{j1} + \frac{\gamma^0 - 1}{2} \,\mathcal{M}_0^2 \bar{V}_{j1}^2, \\ \bar{Q}_H = \frac{Q_H}{a_0^2}, \quad \bar{m}_{j-1} = \frac{m_{j-1}}{m_j}, \quad \bar{g}_{\mathrm{T}j} = \frac{g_{\mathrm{T}j}}{m_j}, \tag{6}$$

$$\bar{c}_{pmk} = \frac{c_p(T_{mk})}{c_p^0}, \qquad T_{mk} = \frac{T_{jk} + T_*}{2}, \qquad \Delta \bar{T}_{jk} = \bar{T}_{jk} - \bar{T}_*, \qquad k = 0, 1$$

Введем параметр ε_j , являющийся отношением полного удельного импульса топлива $r_{\tau j}$ к полному удельному импульсу газа r_{j0} перед сечением. Тогда можно записать

$$r_{\rm Tj} = \varepsilon_j r_{j0},$$

$$r_{j0} = \left(\frac{\rho V^2 F + pF}{\rho V F}\right)_{j0} = \left(V + \frac{RT}{V}\right)_{j0} = V^0 \left(\bar{V} + \frac{1}{\gamma^0 M_0^2} \frac{\bar{R}\bar{T}}{\bar{V}}\right)_{j0},$$

$$r_{\rm T} = \sqrt{(\gamma RT)_{\rm H_2}} \left(M + 1/(\gamma M)\right)_{\rm H_2},$$

$$T_{\rm T} = -\frac{T_* + \Delta T_{\rm H_2}}{T_*}$$
(7)

$$\varepsilon_j = \frac{\sqrt{(\gamma RT)_{H_2}}}{\sqrt{(\gamma RT)_{j0}}} \frac{(M+1/(\gamma M))_{H_2}}{(M+1/(\gamma M))_{j0}}, \qquad T_{H_2} = \frac{T_* + \Delta T_{H_2}}{1 + (\gamma_{H_2} - 1) M_{H_2}/2}$$

Число Маха при впрыске топлива полагаем равным единице: $M_{H_2} = 1$. Закон сохранения импульсов записывается в следующем виде (канал цилиндрический):

$$(\bar{m}_{j-1} + \varepsilon_j \bar{g}_{\mathrm{T}j} \cos \vartheta) \Big(\bar{V}_{j0} + \frac{1}{\gamma^0 \,\mathrm{M}_0^2} \,\frac{\bar{R}_{j0} \bar{T}_{j0}}{\bar{V}_{j0}} \Big) = \bar{V}_{j1} + \frac{1}{\gamma^0 \,\mathrm{M}_0^2} \,\frac{\bar{R}_{j1} \bar{T}_{j1}}{\bar{V}_{j1}}.$$
(8)

Здесь ϑ — угол впрыска (значение $\vartheta = 0$ соответствует впрыску вдоль потока). Из (6)–(8) определяются скорость \bar{V}_{j1} и температура \bar{T}_{j1} , а из уравнения неразрывности — давление:

$$\frac{F_{\rm H_2}}{F_{j0}} = \frac{\bar{g}_{\rm Tj}}{\bar{m}_{j-1}} \frac{\bar{p}_{j0}}{\bar{p}_{\rm H_2}} \sqrt{\frac{\bar{T}_{\rm H_2}}{\bar{T}_{j0}}} \frac{M_{j0}}{M_{\rm H_2}} \sqrt{\frac{\gamma_{j0}R_{\rm H_2}}{\gamma_{\rm H_2}R_{j0}}}, \qquad \frac{\bar{F}_{j1}}{\bar{F}_{j0}} = 1 + \frac{F_{\rm H_2}\cos\vartheta}{F_{j0}},$$

$$\bar{p}_{j1} = \bar{p}_{j0} \, \frac{\bar{V}_{j0}}{\bar{V}_{j1}} \, \frac{\bar{T}_{j1}}{\bar{T}_{j0}} \Big(\frac{\bar{F}_{j1}}{\bar{F}_{j0}}\Big)^{-1} \frac{\bar{R}_{j1}}{\bar{R}_{j0}} \Big(1 + \frac{\bar{g}_{\mathrm{T}j}}{\bar{m}_{j-1}}\Big)$$

Полагая $\bar{p}_{\rm H_2}=1,$ получаем соотношение для приращения удельной энтропии

$$\Delta \bar{S}_j = \frac{\Delta S_j}{R^0} = \frac{\gamma^0}{\gamma^0 - 1} \,\bar{c}_{pm} \ln \frac{T_{j1}}{\bar{T}_{j0}} - \bar{R}_m \ln \frac{\bar{p}_{j1}}{\bar{p}_{j0}},$$
$$\bar{c}_{pm} = \frac{c_p(T_m)}{c_p^0}, \qquad \bar{R}_m = \frac{R(T_m)}{R^0}, \qquad T_m = \frac{T_{j0} + T_{j1}}{2}$$

Уравнения для определения параметров потока. В дифференциальной форме закон сохранения энергии при горении записывается следующим образом:

$$m_s(c_{ps}T' + VV') = Q' - Q'_{st}.$$
 (9)

Здесь $m_s = m_j$ — текущая масса смеси газа после впрыска топлива в *j*-м сечении. Мощность тепла, выделяющегося при горении топлива, равна $Q' = m_s q' = -m_s c'_{H_2} Q_H$. Подставляя в (9) значения мощностей энергий, получаем

$$\frac{\bar{T}'}{\bar{T}} + (\gamma_s - 1) \operatorname{M}^2 \frac{\bar{V}'}{\bar{V}} = -\left(c'_{\mathrm{H}_2} + \frac{\eta_{st}}{m_s}\right) \bar{Q}_H \frac{\gamma^0 - 1}{\bar{c}_{ps}\bar{T}}, \qquad \mathrm{M} = \mathrm{M}_0 \frac{\bar{V}}{\sqrt{\bar{\gamma}_s \bar{R}_s \bar{T}}}$$

Уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\bar{p}'}{\bar{p}} - \frac{\bar{T}'}{\bar{T}} + \frac{\mu'_s}{\mu_s} + \frac{\bar{V}'}{\bar{V}} + \frac{\bar{F}'}{\bar{F}} = 0.$$

Подставляя в это уравнение значение

$$\frac{\mu'_s}{\mu_s} = \frac{\mu_s}{2\mu_{\rm H_2O}} c'_{\rm H_2O}, \quad c'_{\rm H_2O} = -\frac{\mu_{\rm H_2O}}{\mu_{\rm H_2}} c'_{\rm H_2}, \quad \frac{\mu'_s}{\mu_s} = -\frac{\mu_s}{2\mu_{\rm H_2}} c'_{\rm H_2},$$

получаем

$$\frac{\bar{p}'}{\bar{p}} - \frac{\bar{T}'}{\bar{T}} + \frac{\bar{V}'}{\bar{V}} - \frac{\mu_s}{2\mu_{\rm H_2}} c'_{\rm H_2} = -\frac{\bar{F}'}{\bar{F}}.$$

Значение \bar{F}'/\bar{F} определяется из (2). Параметры газа связаны с изменением энтропии уравнением

$$\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1} \frac{T'}{\bar{T}} - \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} = \frac{\Delta S'}{R^0 \bar{R}_s} = \frac{\Delta S'}{\bar{R}_s}$$

Изменение удельной энтропии равно

$$\Delta \bar{S}' = \frac{1}{R^0 T} \Big(-c'_{\rm H_2} Q_H + \eta_H h_0 - \frac{\eta_{st}}{m_s} Q_H \Big).$$

Выполняя нормировки

$$\frac{h_0}{R^0 T} = \frac{c_{ps} T_0}{R^0 T} = \frac{\gamma^0}{\gamma^0 - 1} \, \bar{c}_{ps} \hat{T}_0, \qquad \hat{T}_0 = 1 + \frac{\gamma_s - 1}{2} \, \mathrm{M}^2,$$

получаем

$$\Delta \bar{S}' = -\frac{\gamma^0 \bar{Q}_H}{\bar{T}} \left(c'_{\mathrm{H}_2} + \frac{\eta_{st}}{m_s} \right) + \frac{\gamma^0}{\gamma^0 - 1} \, \bar{c}_{ps} \hat{T}_0 \eta_H$$

Уравнения изменения массовых концентраций H_2O и O_2 следуют из соотношений баланса масс брутто-реакции окисления водорода:

$$c'_{\rm H_2O} = -9c'_{\rm H_2}, \quad c'_{\rm O_2} = 8c'_{\rm H_2}, \quad c_{\rm N_2} = c_{\rm N_2, j2}, \quad c_{\rm Ar} = c_{\rm Ar, j2}.$$

Запишем систему обыкновенных дифференциальных уравнений в форме, используемой при интегрировании:

$$\frac{\bar{T}'}{\bar{T}} + (\gamma_s - 1) \, \mathrm{M}^2 \, \frac{\bar{V}'}{\bar{V}} = -\left(c'_{\mathrm{H}_2} + \frac{\eta_{st}}{m_s}\right) \bar{Q}_H \, \frac{\gamma^0 - 1}{\bar{c}_{ps}\bar{T}}, \\
\frac{\gamma_s}{\gamma_s - 1} \, \frac{\bar{T}'}{\bar{T}} - \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} - \frac{\Delta \bar{S}'}{\bar{R}_s} = 0, \quad -\frac{\bar{T}'}{\bar{T}} + \frac{\bar{p}'}{\bar{p}} + \frac{\bar{V}'}{\bar{V}} - \frac{\mu_s}{2\mu_{\mathrm{H}_2}} \, c'_{\mathrm{H}_2} = -\frac{\bar{F}'}{\bar{F}}, \\
\Delta \bar{S}' + \frac{\gamma^0 \bar{Q}_H}{\bar{T}} \, c'_{\mathrm{H}_2} = -\frac{\gamma^0 \bar{Q}_H}{\bar{T}} \, \frac{\eta_{st}}{m_s} + \frac{\gamma^0}{\gamma^0 - 1} \, \bar{c}_{ps} \hat{T}_0 \eta_H, \quad (10) \\
c'_{\mathrm{H}_2} = -\frac{\pi}{2} \, \frac{\Delta c_{\mathrm{H}_2 j}}{\Delta x_i} \sin\left(\pi\xi\right), \quad \xi = \frac{x - x_{2,j}}{\Delta x_i}, \quad \Delta x_j = x_{3,j} - x_{2,j}, \quad j = \overline{1, N},$$

$$c'_{\rm H_2O} + 9c'_{\rm H_2} = 0, \qquad c'_{\rm O_2} - 8c'_{\rm H_2} = 0.$$

На участках охлаждения $c'_{\rm H_2} = 0$ начальные данные имеют вид $\bar{T} = \bar{p} = \bar{V} = 1$, $\Delta \bar{S} = 0$, концентрации определены выше. При впрыске топлива вычисляются изменения значений соответствующих фазовых переменных. Система обыкновенных дифференциальных уравнений (10) записана в неявной форме относительно производных и является жесткой. Для ее решения предложена модификация метода [12].

Для оценки эффективности процесса в камере горения вычисляется эксергия продуктов сгорания относительно параметров газа во входном сечении. Приведем уточненную по сравнению с [5] методику вычисления изменения эксергии в термодинамической системе.

Изменение эксергии в термодинамической системе. Пусть в термодинамическую систему поступают поток какого-либо газообразного вещества m_R с параметрами p_1, T_1, V_1 , поток топлива $g_{\rm T}$ с теплотворной способностью Q_H и выходят продукты реакции в количестве $m_P = m_R + g_{\rm T}$ с параметрами p_2, T_2, V_2 . В результате реакции выделяется количество тепла $Q_{\rm T} = g_{\rm T} \psi Q_H$; системой совершается работа A и отводится тепло Q_{out} . Введем следующие обозначения:

$$h_{i} = h(p_{i}, T_{i}), \quad h_{R \vee P}^{\infty} = h_{R \vee P}(p_{\infty}, T_{\infty}), \quad h_{R \vee P}^{*} = h_{R \vee P}(p_{*}, T_{*}),$$

$$S_{i} = S(p_{i}, T_{i}), \quad S_{i}^{\infty} = S_{i}(p_{\infty}, T_{\infty}), \quad \Delta S_{i}^{\infty} = S_{i} - S_{i}^{\infty}, \quad i = 1, 2, \quad W = A + Q_{out}$$

 $(p_{\infty}, T_{\infty}$ — параметры внешней среды; T_*, p_* — опорные значения температуры и давления для определения теплотворной способности топлива).

Запишем выражения для эксергии для входящего и выходящего потоков газа соответственно:

$$E_{R1}(p_1, T_1) = m_R(h_{R01} - h_R^\infty - T_\infty \Delta S_{R1}^\infty) = m_R e_{R1},$$

$$E_{P2}(p_2, T_2) = m_P(h_{P02} - h_P^\infty - T_\infty \Delta S_{P2}^\infty) = m_P e_{P2}.$$

Здесь e_{R1} , e_{P2} — удельные значения эксергий. Используя закон сохранения энергии

$$m_P(h_{P02} - h_P^*) = m_R(h_{R01} - h_R^*) + g_{\rm T}(h_{0\rm T} - h_{\rm T}^* + \psi Q_H) - W$$

 $(h_{0r}$ — полная энтальпия топлива; h_r^* — энтальпия топлива при опорном значении температуры), получаем выражение для разности эксергий $\Delta E = E_{P2}(p_2, T_2) - E_{R1}(p_1, T_1)$:

$$\Delta E = m_P(h_{P02} - h_P^*) + m_P(h_P^* - h_P^\infty) - m_P T_\infty \Delta S_{P2}^\infty - m_R(h_{R01} - h_R^*) - m_R(h_R^* - h_R^\infty) + m_R T_\infty \Delta S_{R1}^\infty = g_{\rm T}(h_{0{\rm T}} - h_{\rm T}^* + \psi Q_H) - W + m_P(h_P^* - h_P^\infty) - m_R(h_R^* - h_R^\infty) - T_\infty[m_P(\Delta S_{P2}^\infty - \Delta S_{P1}^\infty + \Delta S_{P1}^\infty) - m_R \Delta S_{R1}^\infty].$$

Следовательно,

$$\Delta E = g_{\rm T}(h_{0{\rm T}} - h_{\rm T}^* + \psi Q_H - T_{\infty} \Delta S_{P1}^{\infty}) - W - m_P T_{\infty} \Delta S_P + \delta E,$$

$$\Delta S_P = \Delta S_{P2}^{\infty} - \Delta S_{P1}^{\infty} = S_{P2}(p_2, T_2) - S_{P1}(p_1, T_1),$$

$$\delta E = m_P(h_P^* - h_P^{\infty}) - m_R(h_R^* - h_R^{\infty}) - m_R T_{\infty}(\Delta S_{P1}^{\infty} - \Delta S_{R1}^{\infty}).$$
(11)

Приращение энтропии ΔS_P обусловлено необратимыми процессами в системе и может быть вычислено при задании их физических моделей. Дефект эксергии δE обусловлен различием составов входящих и выходящих потоков. Подставляя в (11) значение энтальпии топлива в виде $h_{0\rm T} - h_{\rm T}^* = \eta_{\rm T} Q_H$, получаем

$$\Delta E = g_{\mathrm{T}}(\psi + \eta_{\mathrm{T}})Q_H - W - T_{\infty}(m_P \Delta S_P + g_{\mathrm{T}} \Delta S_{P1}^{\infty}) + \delta E.$$
(12)

Выполняя нормировки

$$\Delta \bar{E} = \frac{2\Delta E}{V_{\infty}^2}, \quad \delta \bar{E} = \frac{2\delta E}{V_{\infty}^2}, \quad \bar{Q}_H = \frac{Q_H}{a_{\infty}^2}, \quad \bar{W} = \frac{W}{a_{\infty}^2}, \quad \Delta \bar{S}_P = \frac{\Delta S_P}{R_{\infty}}, \quad \Delta \bar{S}_{P1}^{\infty} = \frac{\Delta \bar{S}_{P1}^{\infty}}{R_{\infty}}$$

и подставляя их в (12), получаем формулу для приращения эксергии

$$\Delta \bar{E} = \frac{2}{\mathcal{M}_{\infty}^2} \left(\left[g_{\mathrm{T}}(\psi + \eta_{\mathrm{T}}) \bar{Q}_H - \bar{W} \right] - \frac{1}{\gamma_{\infty}} \left(m_P \Delta \bar{S}_P + g_{\mathrm{T}} \Delta \bar{S}_{P1}^{\infty} \right) \right) + \delta \bar{E}.$$
(13)

Приращение эксергии в камере горения. Эксергию продуктов сгорания будем вычислять относительно параметров газа во входном сечении. В этом случае состояния, которым соответствуют индексы 1 и ∞ , эквивалентны. Поэтому $\Delta S_{P1}^{\infty} = \Delta S_{R1}^{\infty} = 0$. Полагая $m_R = 1, m_P = 1 + g_{\rm T}, W = 0$, из (13) получаем

$$\Delta \bar{E} = \frac{2}{M_0^2} \Big(g_{\rm T}(\psi + \eta_{\rm T}) \bar{Q}_H - \frac{1 + g_{\rm T}}{\gamma^0} \Delta \bar{S}_P + \frac{\bar{T}_* - 1}{\gamma^0} \left[(1 + g_{\rm T}) \bar{c}_{pmP^*}^0 - \bar{c}_{pmR^*}^0 \right] \Big).$$

Здесь $\bar{c}^0_{pmR^*}, \bar{c}^0_{pmP^*}$ — нормированные теплоемкости при постоянном давлении воздуха и продуктов сгорания при температуре $T = (T_* + T^0)/2$.

Эффективность процесса в камере горения. Для создания тяги степень расширения сопла должна быть достаточно большой. По оценкам, отношение площади эффективного выходного сечения сопла F_{nozz} к площади входного сечения воздухозаборника F_{inl} должно быть не менее 1,5. С использованием законов сохранения определим вариацию полного импульса истекающего из сопла газа I_{nozz} при вариации площади сечения F_{nozz} , полагая, что энтропия не меняется. При достаточно больших числах Маха истечения, таких что $\varepsilon = M^{-2} \ll 1$, относительное изменение полного импульса в зависимости от относительного изменения площади выходного сечения будет малым:

$$\frac{\delta I}{I} \approx \frac{\varepsilon}{\gamma} \frac{\delta F}{F}, \qquad \frac{\delta I}{I} \approx \frac{2\varepsilon}{\gamma(\gamma-1)} \frac{\delta M}{M}.$$

При этом значение полного импульса близко к максимальному значению, так как $\delta I/I$ мало в широком диапазоне вариаций числа Маха, максимум которого конечен (его значение определяется при изоэнтропическом расширении газа до давления окружающей среды). Поэтому в оценочных расчетах можно задавать относительные потери эксергии и по значению эксергии определять скорость истечения продуктов сгорания из сопла.

Коэффициент потерь эксергии в сопле может быть оценен по экспериментальным значениям коэффициента скорости ракетных сопел, так как им присущи все особенности работы сопел ГПВРД. Коэффициент потери эксергии в сопле задается выражением $\delta_{nozz} = 2T_{\infty}\Delta S_{nozz}/V_{nozz\mbox{ max}}^2$. Используя определение коэффициента скорости $\varphi_{nozz} =$ $V_{nozz}/V_{nozz \max}$ и соотношение $V_{nozz}^2 = V_{nozz \max}^2 - 2T_{\infty}\Delta S_{nozz}$, получаем $\delta_{nozz} = 1 - \varphi_{nozz}^2$. Коэффициент скорости сопла жидкостного ракетного двигателя равен $\varphi_{nozz} = 0.945 \div 0.975$ [13]. Значение эксергии истекающего из сопла газа вычисляется по формуле

$$(1+g_{\rm T})e_{nozz} = (e_{\infty} + \Delta e_{inl} + \Delta \bar{E} V_0^2/2)(1-\delta_{nozz})$$

 $(\Delta e_{inl}$ — изменение эксергии в воздухозаборнике). Скорость истечения равна $V_{nozz} = \sqrt{2e_{nozz}}$. По определению эксергии значения статических температур и давления истекающих из сопла продуктов сгорания равны значениям соответствующих параметров внешней среды. С учетом этого выражение для тяги двигателя имеет вид

 $D = \rho_{\infty} V_{\infty} F_{\infty} [(1 + g_{\mathrm{T}}) V_{nozz} - V_{\infty}] + p_{\infty} (F_{nozz} - F_{\infty}).$

Площадь выходного сечения сопла Fnozz определяется из уравнения неразрывности

$$\bar{F}_{nozz} = \frac{F_{nozz}}{F_{\infty}} = \frac{1+g_{\mathrm{T}}}{\bar{V}_{nozz}}, \qquad \bar{V}_{nozz} = \frac{V_{nozz}}{V_{\infty}}.$$

Используя определение коэффициента тяги, получаем

$$D = c_D q_{\infty} F_{inl}, \qquad c_D = 2 \left[[(1 + g_{\rm T}) \bar{V}_{nozz} - 1] - \frac{1}{\gamma_{\infty} M_{\infty}^2} \left(1 - \frac{1 + g_{\rm T}}{\bar{V}_{nozz}} \right) \right]$$

 $(F_{inl}=F_\infty).$ Таким образом, максимум эксергии продуктов сгорания соответствует максимуму тяги двигателя.

Результаты расчетов. Значения входных параметров для различных вариантов расчета приведены в табл. 2. Значения остальных параметров для всех вариантов равны $T_{\infty} = 230 \text{ K}, \beta_2 = 3.0^{\circ}, \beta_3 = 10.0^{\circ}, l_{j,mix} = 1, \eta_{\infty} = 0.$

На рис. 2 представлены распределения параметров потока вдоль канала (относительные статическая температура и давление, число Маха) при подводе топлива в трех зонах. В вариантах 1, 3 (см. рис. $2, a, \delta$) показано влияние распределения подвода топлива по секциям: последовательное уменьшение доли топлива в первых двух секциях приводит к уменьшению эксергии продуктов сгорания вследствие уменьшения средней температуры подвода тепла в следующих секциях. В варианте 4 (см. рис. 2, в) уменьшена степень расширения зоны горения в первой секции, что привело к существенному увеличению эксергии продуктов сгорания: увеличилась температура в выходном сечении участка, соответственно увеличилась средняя температура подвода тепла в следующих секциях. Число Маха потока всюду существенно больше единицы. Этот вариант принят в качестве базового при $M_{\infty} = 6$ для оценки влияния вариаций определяющих параметров. В варианте 5 значительно увеличен угол впрыска топлива ($\vartheta = 45^{\circ}$). Слабое влияние на эксергию обусловлено наличием эффекта, аналогичного эффекту дифференциального эжектора [14]. Это позволяет эффективно управлять процессом смешения топлива с газом, впрыскивая топливо под большим углом к вектору скорости внешнего потока. В варианте 6 введен коэффициент диссипации кинетической энергии. Согласно результатам оценок коэффициента потерь эксергии его значение находится в интервале $\eta_{st} = (0,5 \div 1,0) \cdot 10^{-3}$ [15]. В данной работе принято значение $\eta_{st} = 10^{-3}$. В этом случае эксергия, естественно, уменьшается. Охлаждение стенок канала моделируется заданной степенью нагрева водорода (вариант 7). Уменьшение эксергии обусловлено тем, что средняя температура газового потока при оттоке тепла выше средней температуры газа при впрыске топлива. При нагреве водорода его удельный полный импульс при впрыске в поток увеличивается приблизительно в два раза: в варианте 6 значение относительного полного удельного импульса в секциях равно $\varepsilon_i = 0.646$; 0.595; 0.540, в варианте 7 $\varepsilon_i = 1.345$; 1.228; 1.107. Увеличение угла впрыска топлива при повышенных значениях полного импульса топлива не привело

Номер расчета	M_{∞}	M_0	T^0	$k_{\mathrm{T}j}$	θ	η_H	ΔT_{H_2}	\bar{F}_{1k}	\bar{F}_{2k}	\bar{F}_{3k}	ψ	E
1	6,0	2,50	838	$0,4 \\ 0,7 \\ 1,0$	0	0	0	$1,02 \\ 1,30 \\ 1,30$	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,30$	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,10$	0,842	2,487
2	«	«	«	$0,3 \\ 0,7 \\ 1,0$	«	«	«	«	«	«	«	2,483
3	«	«	«	$0,3 \\ 0,6 \\ 1,0$	«	«	«	«	«	«	«	2,470
4	«	«	«	«	«	«	«	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,30$	«	«	«	2,510
5	«	«	«	«	45	«	«	«	«	«	«	2,508
6	«	«	«	«	0	10^{-3}	«	«	«	«	«	2,487
7	«	«	«	«	«	«	10^{3}	«	«	«	«	2,476
8	«	«	«	«	45	«	«	«	«	«	«	2,473
9	«	«	«	«	«	0	«	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,50$	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,50$	«	«	2,462
10	«	«	«	«	«	«	«	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,75$	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,75$	«	«	2,417
11	7,0	2,75	989	«	«	10^{-3}	«	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,30$	$1,02 \\ 1,10 \\ 1,30$	«	0,822	1,911
12	8,0	3,00	1133	«	«	«	«	«	«	«	0,803	1,586
13	10,0	3,60	1345	«	«	«	«	«	«	«	0,752	1,266
14	12,0	4,00	1632	«		«		«	«	«	$0,\!685$	1,121

Значения входных параметров для различных вариантов расчета

к существенному уменьшению эксергии продуктов сгорания (вариант 8). На рис. 2,*г* показано влияние увеличения степени расширения участков охлаждения на параметры потока (вариант 10). Увеличение значений \bar{F}_{13} , \bar{F}_{23} позволяет уменьшить температуру продуктов сгорания. В вариантах 11–14 рассчитано распределение параметров потока в камере горения для чисел Маха набегающего потока $M_{\infty} = 7 \div 12$. На рис. 2, ∂ представлены результаты расчета для $M_{\infty} = 10$.

Оценим максимальное число Маха полета, при котором возможно использование ГПВРД. Запишем уравнение движения центра масс гиперзвукового летательного аппарата в скоростной системе координат:

$$mV = D - X - mg\sin\theta. \tag{14}$$

Таблица 2



Рис. 2. Распределение вдоль канала относительных значений температуры T(1), давления p(2), числа Маха М (3) потока газа при подводе тепла в трех зонах: $a - k_{rj} = 0.4$; 0,7; 1,0, $M_{\infty} = 6$; $\delta - k_{rj} = 0.3$; 0,6; 1,0, $M_{\infty} = 6$; $s - k_{rj} = 0.3$; 0,6; 1,0, $M_{\infty} = 6$, уменьшена степень расширения первого участка горения ($\bar{F}_{12} = 1.1$); $e - k_{rj} = 0.3$; 0,6; 1,0, $M_{\infty} = 6$, увеличена степень расширения участков расширения ($\bar{F}_{13} = \bar{F}_{23} = 1.75$); $\partial - k_{rj} = 0.3$; 0,6; 1,0, $M_{\infty} = 10$



Рис. 3. Схема камеры горения ГПВРД

Здесь X — сила аэродинамического сопротивления; Y — аэродинамическая подъемная сила; θ — угол наклона траектории. При полете с постоянным скоростным напором $q_{\infty} = \rho_{\infty}V_{\infty}^2/2 = \text{const}$ угол θ определяется из соотношения $\sin \theta = 2n_V/(\gamma_{\infty} M_{\infty}^2)$, где $n_V = \dot{V}/g$ — продольная перегрузка. Выполняя в (14) очевидные нормировки, получаем

$$\left(1 + \frac{2}{\gamma_{\infty} M_{\infty}^2}\right) n_V = c_D \, \frac{q_{\infty} \bar{F}_{inl}}{mg/S} - \frac{X}{Y} \, \frac{Y}{mg},\tag{15}$$

где m — масса гиперзвукового летательного аппарата; S — площадь в плане. Характерные значения параметров для гиперзвукового летательного аппарата равны $q_{\infty \max} \approx 0.5 \times 10^5 \text{ H/m}^2$, $mg/S = 0.05 \cdot 10^5 \text{ H/m}^2$, $\bar{F}_{inl} = F_{inl}/S = 0.1$. Полагая $Y \approx mg \ (Y/X = K$ — аэродинамическое качество) и используя характерные значения параметров, запишем (15) в виде

$$\left(1 + \frac{2}{\gamma_{\infty} \,\mathrm{M}_{\infty}^2}\right) n_V = c_D - \frac{1}{K}.$$

Из значения эксергии, вычисленного при $M_{\infty} = 12$, $\delta_{nozz} = 0.05$ без учета потерь эксергии в воздухозаборнике, следует оценка $c_D \approx 0.15$. При $K \approx 5.5 \div 6.0$ (предельная оценка) полет с ускорением становится невозможным ($n_V \approx 0$). Поэтому число Маха полета $M_{\infty} = 12$ является предельным для использования ГПВРД.

Выбранная конфигурация канала и практически равномерное распределение подвода топлива в трех зонах обеспечивают сверхзвуковую скорость потока на всей длине канала для чисел Маха набегающего потока $M_{\infty} = 6 \div 12$. Максимальная температура продуктов сгорания составляет $T_{\text{max}} \approx 2500$ K.

Поскольку углы расширения участков смешения, задержки воспламенения и горения малы, эти участки можно объединить в канал с постоянным малым углом расширения, определяемым условием устойчивого горения. Максимально допустимый угол может быть оценен из условия $T \approx \text{const.}$ Сопряжение таких каналов с участками охлаждения должно быть гладким во избежание отрывов потока и образования ударных волн. Схема камеры горения приведена на рис. 3. Каждая из трех секций камеры состоит из двух участков. Длины участков $l_{jk} = \Delta x_{jk}$ (k — номер участка, j — номер секции) определяются из соотношения (1). Параметры χ_{jk} (j = 1, 2, 3, k = 1, 2), β_2 , β_3 заданы.

Выводы. На основе параметрической модели камеры сгорания ГПВРД при использовании в качестве топлива водорода установлено, что при впрыске топлива в трех сечениях канала, состоящего из участков слабого и сильного расширения, реализуется сверхзвуковая скорость продуктов сгорания в диапазоне чисел Маха набегающего потока $M_{\infty} = 6 \div 12$.

При распределенном вводе топлива допустимо большое значение угла между векторами скорости потока газообразного водорода и основного газа, что будет способствовать интенсификации смешения.

В качестве критерия эффективности процесса в камере предложено использовать эксергию продуктов сгорания, так как она определяет максимальную скорость истечения газа во внешнюю среду и соответственно максимальную тягу двигателя. Из рассчитанных значений эксергии следует, что число Маха набегающего потока, при котором возможно использование гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя, не должно превышать значения $M_{\infty} = 12$.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пат. 471815 СССР, МПК F 02 К 7/10. Способ работы прямоточного воздушнореактивного двигателя / Е. С. Щетинков. Опубл. 16.04.1957.
- 2. Ferri A. Review of SCRAMJET propulsion technology // J. Aircraft. 1968. V. 5, N 1. P. 3–10.
- 3. Chalot F., Rostand P., Perrier P., et al. Validation of global aero propulsive characteristics of integrated configurations. Norfolk, 1998. (Paper / AIAA; N 98-1624).
- 4. Барановский С. И., Надворский А. С., Турищев А. И. Двумерная модель горения углеводородных топлив в сверхзвуковом потоке // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 4. С. 32–36.
- 5. **Латыпов А. Ф.** Эксергетический анализ прямоточного воздушно-реактивного двигателя // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 2. С. 319–330.
- Латыпов А. Ф. Условие существования стационарного течения в канале переменного сечения при подводе тепла и диссипации кинетической энергии // Письма в ЖТФ. 2012. Т. 38, вып. 22. С. 21–27.
- 7. Варнатц Ю. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ / Ю. Варнатц, У. Маас, Р. Диббл. М.: Физматлит, 2003.
- Rodriguez C. G., White J. A., Riggins D. W. Three-dimensional effects in models of dualmode scramjets. S. l., 2000. (Paper / AIAA; N 2000-3704).
- Rogers R. C., Capriotti D. P., Guy R. W. Experimental supersonic combustion research at NASA Langley. Albuquerque, 1998. (Paper / AIAA; N 98-2506).
- Баев В. К., Шумский В. В. Влияние газодинамики двухрежимной камеры сгорания на силовые характеристики модели с горением // Физика горения и взрыва. 1995. Т. 31, № 6. С. 49–63.
- 11. Щетинков Е. С. Физика горения и взрыва. М.: Наука, 1965.
- 12. Латыпов А. Ф., Попик О. В. Численный метод решения задачи Коши для жестких обыкновенных дифференциальных уравнений на основе многозвенных интерполяционных полиномов Эрмита // Вычисл. технологии. 2011. Т. 16, № 2. С. 78–85.
- Васильев А. П. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей / А. П. Васильев, В. М. Кудрявцев, В. А. Кузнецов, В. Д. Куропатенков, А. М. Обельницкий, В. М. Поляев, Б. Я. Полуян. М.: Высш. шк., 1967.
- 14. Урюков Б. А. Теория дифференциального эжектора // ПМТФ. 1963. № 5. С. 41–47.
- 15. **Латыпов А. Ф.** Эксергетический метод оценки удельного импульса прямоточного воздушно-реактивного двигателя // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 5. С. 547–560.

Поступила в редакцию 5/XI 2013 г., в окончательном варианте — 30/VI 2014 г.