

УДК 532.526.4:539.3

ВОЛНОВЫЕ СВОЙСТВА ПОДАТЛИВОГО ПОКРЫТИЯ

В.М. КУЛИК

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Произведен расчет фазовой скорости и затухания волны деформации в слое вязкоупругого материала, жестко закрепленного на твердом основании. Проанализирована внутренняя структура волны — соотношение между продольным и поперечным смещением, а также профили этих смещений. Выявлена сильная зависимость характеристик волны от сжимаемости среды. Подробно исследовано влияние вязких потерь на параметры основной моды колебаний. Произведено сравнение с моделью локально-деформируемого покрытия.

Предложен новый метод измерения волновых свойств податливого покрытия — зависимости скорости деформационной волны от частоты и степени ее затухания. Проведены измерения этих свойств для кремнийорганической резины СКТН-1. Уточнена методика прогнозирования области параметров податливого покрытия и турбулентного течения для уменьшения трения.

ВВЕДЕНИЕ

Чтобы податливые покрытия могли быть использованы на практике, они должны обладать достаточной жесткостью. Поэтому гелеподобные субстанции или пористые губки, отделенные от потока пленкой, широко использовавшиеся на первых этапах изучения снижения трения [1, 2], здесь неприемлемы. Монолитные покрытия, представляющие собой слой вязкоупругого материала толщиной несколько миллиметров и имеющего модуль упругости $E > 1$ МПа [3, 4], удовлетворяют этому требованию.

Для таких покрытий величина прогиба их поверхности под действием турбулентных пульсаций давления η становится очень мала ($\eta^+ = \eta^*/\nu < 1$), т. е. меньше одного вязкого масштаба. Поэтому твердые покрытия заведомо гидродинамически гладкие. При этом из-за большой жесткости покрытия резонансная частота его колебаний становится высокой и скорость движения наружной поверхности покрытия делается сравнимой с пульсационной скоростью самого течения [5, 6]. Такие граничные условия изменяют порождение Рейнольдсовых напряжений, как показано на рис. 1, и при благоприятных параметрах покрытия и потока могут привести к снижению гидродинамического сопротивления.

Амплитуда прогиба поверхности твердых покрытий ΔH много меньше их толщины H ($\Delta H/H \sim 10^{-3} - 10^{-4}$ [7]), что обеспечивает линейную зависимость деформации от нагрузки. Одним из условий достижения положительного действия является обеспечение достаточной степени взаимодействия покрытия с потоком. Реально это означает необходимость иметь как можно более высокую степень

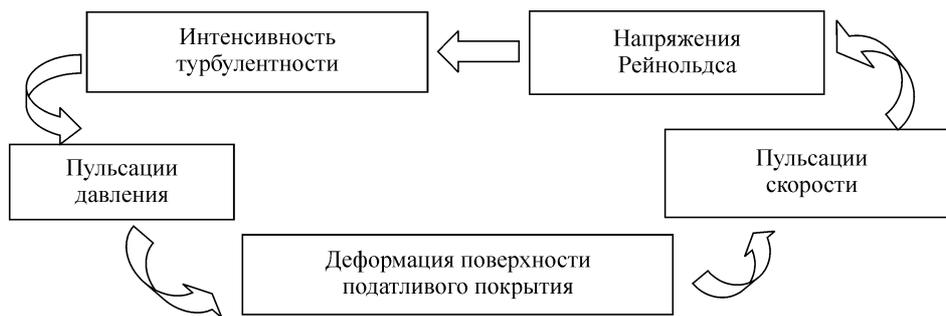


Рис. 1. Механизм снижения сопротивления податливым покрытием.

деформации, что вступает в противоречие с требованием жесткости. Максимальная деформация покрытия происходит на резонансной частоте, при этом по толщине покрытия укладывается четверть длины волны [6], т. е. $\lambda = 4H$. В таких условиях теория Данкана [8] об устойчивом взаимодействии покрытия с потоком, по-видимому, становится неприемлемой, поскольку параметр взаимодействия η/λ становится на два порядка меньше, чем в экспериментах [9], на основании которых построена эта теория.

В работах [10, 11] предложен метод расчета вязкоупругих свойств материала покрытия, снижающего трение в турбулентном течении. Для этого используются три условия:

- быстрое затухание свободных колебаний,
- гидродинамическая гладкость покрытия,
- выбор резонансной частоты колебаний покрытия.

Для реализации первого условия разработана модель локально-деформируемого покрытия [12]. Условие быстрого затухания свободных колебаний реализуется в рамках этой модели при $\mu > 0,4$. Гидродинамическая гладкость покрытия определена по аналогии с песочной шероховатостью [13] и дает верхнее ограничение скорости течения. Третье условие определяется формулой

$$0,02 < \frac{\pi f_0 V}{\nu^{*2}} < 0,06. \quad (1)$$

Это коррелирует с объяснением в работе [14] о демпфировании податливым покрытием турбулентных выбросов.

В координатах толщина покрытия — скорость течения при благоприятных параметрах образуется узкий клин области положительного действия. Для прогнозных расчетов необходимо знать вязкоупругие свойства материала покрытия — зависимости от частоты модуля упругости и коэффициента потерь. В ИТФ СО РАН была разработана и реализована методика их измерения [15, 16], она предоставляет данные о $E(\omega)$ и $\mu(\omega)$ в узком диапазоне частот. Для его расширения необходимо использовать температурно-частотную аналогию Вильямса — Ландела — Ферри [17].

Для преодоления этих трудностей разработана новая методика прямого измерения колебательных свойств покрытий, описанная во второй главе данной статьи. В первой главе приведен расчет скорости распространения волны и степени ее затухания в слое вязкоупругого материала, приклеенного к твердой основе.

В третьей — полученные данные используются для прогноза области положительного действия податливого покрытия.

1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛНЫ В ПЛОСКОМ СЛОЕ ВЯЗКО-УПРУГОГО МАТЕРИАЛА

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, распространяющуюся в слое вязкоупругого материала с толщиной H вдоль оси x . Материал имеет модуль упругости E , плотность ρ , коэффициенты Пуассона σ и потерь μ . Смещение частиц среды в этой волне

$$\xi = i\zeta + j\eta = f(y)e^{ik(x-Vt)},$$

здесь компоненты смещения: ζ — направленный вдоль покрытия, η — поперек.

Общее уравнение движения имеет вид [18]

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = C_l^2 \Delta \xi + (C_l^2 - C_t^2) \text{grad div} \xi, \quad (2)$$

где $C_l = \left[\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)} \right]^{1/2}$ — скорость распространения волны сжатия-растяжения в безграничном пространстве, в которой смещение происходит параллельно скорости распространения волны; $C_t = \left[\frac{E}{2\rho(1+\sigma)} \right]^{1/2}$ — скорость распространения сдвиговой волны в безграничном пространстве, в ней смещение происходит перпендикулярно направлению распространения волны.

Граничными условиями являются отсутствие смещения на твердой стенке

$$\zeta = \eta = 0 \quad \text{при } y = H \quad (3)$$

и отсутствие напряжений на внешней границе:

$$C_l^2 \frac{\partial \eta}{\partial y} + (C_l^2 - 2C_t^2) \frac{\partial \zeta}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial y} + \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad \text{при } y = 0. \quad (4)$$

Здесь, так же как и в волне Рэлея [19], смещение определяется сложением продольной и поперечной волн. Из-за граничных условий продольная волна не параллельна оси x , а поперечная — не перпендикулярна ей.

Для решения уравнения (2) воспользуемся стандартным методом разделения смещения на градиентную и роторную части. Введем скалярные функции Φ и Ψ , тогда:

$$\zeta = \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}; \quad \eta = \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Подставляя их в (2), получим уравнения:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - C_l^2 \Delta \Phi = 0, \quad \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - C_t^2 \Delta \Psi = 0.$$

Их решение имеет вид:

$$\Phi = [A_1 \frac{\sin h(\alpha ky)}{\alpha k} + B_1 \cos h(\alpha ky)] e^{ik(x-Vt)},$$

$$\Psi = [A_2 \frac{\sin h(\beta ky)}{\beta k} + B_2 \cos h(\beta ky)] e^{ik(x-Vt)},$$

где $\alpha = [1 - (V/C_t)^2]^{1/2}$, $\beta = [1 - (V/C_t)^2]^{1/2}$.

Используя граничные условия (3), (4), получаем однородную систему из 4-х уравнений для A_1, A_2, B_1, B_2 , определитель которой дает характеристическое уравнение для скорости распространения колебаний:

$$[2 - (V/C_t)^2] [\cosh(\alpha kH) \cosh(\beta kH) - \frac{\sinh(\alpha kH) \sinh(\beta kH)}{\alpha \beta}] + 4 [\cosh(\alpha kH) \cosh(\beta kH) - \alpha \beta \sinh(\alpha kH) \sinh(\beta kH)] = 4 [2 - (V/C_t)^2]. \quad (5)$$

При $H \rightarrow \infty$ это уравнение переходит в обычное уравнение для волн Рэлея [18, 19] — сдвиговых волн, распространяющихся вдоль поверхности раздела двух сред.

Поскольку $\alpha^2 = 1 - \left(\frac{V}{C_t}\right)^2 \left(\frac{C_t}{C_t}\right)^2 = 1 - \left(\frac{V}{C_t}\right)^2 \frac{1-2\sigma}{2(1-\sigma)}$, а аргументы гиперболических функций пропорциональны $kH = 2\pi H/\lambda = \frac{\omega H}{C_t} \frac{V}{C_t}$, то V/C_t и $\omega H/C_t$

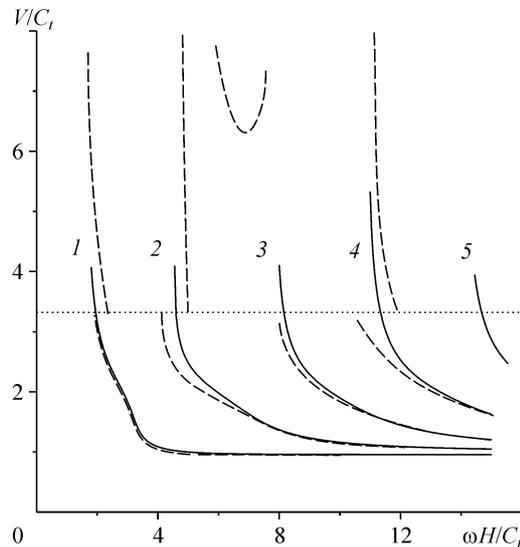


Рис. 2. Дисперсия скорости распространения волны.

$\sigma = 0,5$ (сплошные линии), $0,45$ (штриховые), $V/C_t = \sqrt{2(1-\sigma)/(1-2\sigma)}$ (пунктир). Цифрами обозначены номера мод колебаний.

являются моделирующими параметрами, относительно которых решалось уравнение (5).

В работе [20] приведено решение этого уравнения для идеального случая: несжимаемого материала ($\sigma = 0$) без вязких потерь ($\mu = 0$). На рис. 2 показано решение этого уравнения при различных значениях коэффициента Пуассона. Для каждой моды решение разделяется на 3 характерные части: волны Рэлея при $\omega H/C_t \gg 1$ (при этом $V/C_t < 1$), переходную зону при $1 < V/C_t < [2(1-\sigma)/(1-2\sigma)]^{1/2}$ (ниже пунктирной линии) и длинноволновую зону (выше пунктирной линии).

При $\sigma = 0,5$ (сплошные линии, см. рис. 2) третья зона отсутствует. Первая мода колебаний обладает наименьшей скоростью распространения при фиксированной частоте. При уменьшении частоты ниже $\omega H/C_t \approx 1,8$ скорость деформационной волны резко возрастает, и можно считать, что при $\omega H/C_t < 1,5$ никакие колебания в покрытии невозможны. С ростом частоты колебаний появляются все более высокие моды с интервалом периодичности $\omega H/C_t \approx 4,45$. Это связано с тем, что β является мнимой величиной, и поэтому гиперболические синус и косинус от нее есть обычные гармонические функции.

Для реальных материалов, имеющих определенную сжимаемость, ситуация значительно усложняется. Так, для $\sigma = 0,45$ (штриховые линии, см. рис. 2) прослеживается продолжение первой и второй мод в область выше пунктирной линии — кривые претерпевают разрыв и сдвинуты вправо. То же самое происходит и с четвертой модой. Верхняя часть третьей моды имеет параболическую форму и поднята над линией разрыва. Кривые на нижней части рисунка уже не имеют строгой периодичности, как для $\sigma = 0,5$.

Для практических приложений наиболее интересно изучение первой моды колебаний. В экспериментах покрытие обычно аттестовывается либо измеренными вязкоупругими свойствами его материала (зависимости от частоты модуля упругости и коэффициента потерь [15 – 17]), либо колебательными характеристиками самого покрытия (скорость распространения возмущений и их затухание). Данные для колебательных характеристик удобно представлять в виде зависимости от безразмерного параметра H/λ , имеющего наглядный смысл.

На рис. 3 представлена зависимость для нижней части первой моды колебаний от этого безразмерного параметра. В координатах ($V/C_t, H/\lambda$) все кривые имеют одинаковую форму и располагаются друг под другом по мере убывания σ . С левой стороны эти кривые ограничены предельными значениями

$$\frac{V}{C_t} = \sqrt{2(1-\sigma)/(1-2\sigma)}.$$

С правой они выходят на рэлеевскую асимптоту $V/C_t \cong 0,141\sigma + 0,885$ (для $\sigma > 0,3$).

На рис. 3, *b* показана дисперсия скорости деформационной волны для первых пяти мод колебаний в случае $\sigma = 0,5$.

На рис. 4, *a* приведено отношение вертикального смещения к горизонтальному на внешней границе слоя (при $y = 0$). Первая мода имеет два максимума — для верхней и для нижней частей дисперсионной зависимости. Вертикальное смещение опережает горизонтальное на фазовый угол 90° , а при переходе через резонанс фазовый угол изменяется на 180° . Резонанс для низкоскоростных волн (см. правую

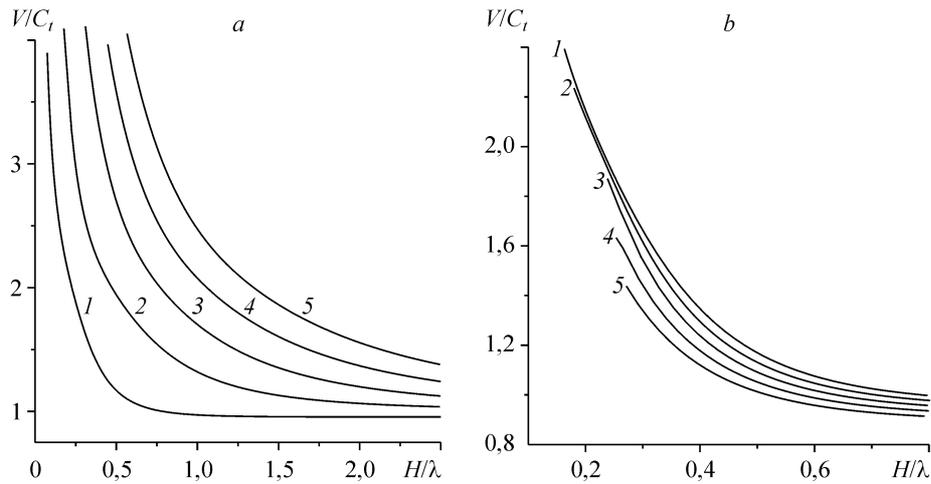


Рис. 3. Низкоскоростная часть дисперсионной зависимости скоростей волн: для *a* — первой моды колебаний при $\sigma = 0,5$ (1), 0,4 (2), 0,3 (3), 0,2 (4), 0,1 (5); для *b* — различных мод колебаний при $\sigma = 0,5$.

часть рис. 4, *a*) достигается не для всех значений σ . С ростом коэффициента Пуассона резонансная частота увеличивается как

$$f_0 \cong \frac{C_t}{\pi H}(\sigma + 1,11)$$

и доходит до линии разрыва, поэтому кривые 4 и 5 ($\sigma = 0,2$ и $0,1$) уже не имеют резонанса. Резонансы для высоких скоростей распространения деформационных волн (см. верхние части рис. 2) располагаются в диапазоне $0,25 < H/\lambda < 0,75$. С уменьшением σ резонансная частота высокоскоростной части первой моды резко уменьшается, и при $\sigma < 0,2$ появляется многозначность — при одном значении H/λ возможны две различные величины η/ζ .

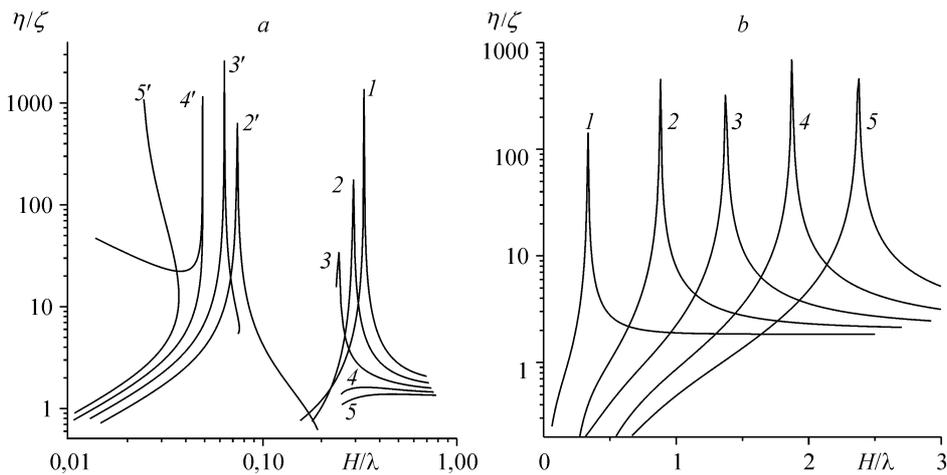


Рис. 4. Отношение вертикального смещения к горизонтальному на внешней границе слоя: для *a* — первой моды колебаний при $\sigma = 0,5$ (1), 0,4 (2), 0,3 (3), 0,2 (4), 0,1 (5) (номер со штрихом — высокоскоростная часть моды); для *b* — низкоскоростная часть различных мод, $\sigma = 0,5$.

С правой стороны (при $H/\lambda \gg 1$) выполняется соотношение для волн Рэлея

$$\eta/\zeta = i \frac{2 - (V/C_t)^2}{2\sqrt{1 - (V/C_t)^2}}.$$

На рис. 4, *b* показано соотношение компонент низкоскоростной волны для различных мод при $\sigma = 0,5$. Первый резонанс находится при $H/\lambda \cong 0,333$, последующие — через эквидистантные промежутки $H/\lambda \approx 0,5$.

Профили вертикального и горизонтального смещений представляют внутреннюю структуру деформационной волны. На рис. 5 приведено распределение смещений по толщине покрытия для первых трех мод колебаний с $\sigma = 0,5$. Значения приведены только для резонансных частот и нормированы на 1 на внешней поверхности. Для всех мод колебаний и вертикальное и горизонтальное смещения на твердой стенке равны нулю. Вертикальное смещение для первой моды колебаний плавно нарастает по толщине покрытия и достигает максимума на внешней границе. Вторая мода состоит из отрицательной полуволны (при $0 < y/H < 0,7$ смещение противофазно) и четверти длины волны с положительными деформациями. Максимум деформаций (при $y/H \approx 0,42$) на 7,5 % больше деформации на внешней стенке. Третья мода состоит из 5/4 периода полного колебания. Каждая последующая мода добавляет половину полного колебания.

Профиль горизонтального смещения на резонансной частоте первой моды колебаний (см. рис. 5, *b*) представляет собой полуволну, с отсутствием смещений на внешней и внутренней границах. Максимальное смещение наблюдается на $y/H = 0,46$. Вторая мода (на резонансной частоте) есть полное колебание, причем первая полуволна (ближняя к твердой стенке) имеет амплитуду в $\sqrt{2}$ раз меньшую, чем вторая. Каждая последующая мода добавляет половину полного периода колебания.

Для частот, отличных от резонансной, профили смещений для первой моды колебаний и $\sigma = 0,5$ показаны на рис. 5, *a* штриховыми линиями. При H/λ в два раза меньше резонансного значения профиль вертикального смещения практически линеен, когда $y/H > 0,5$. После перехода через резонанс, при $H/\lambda > 0,33$, максимальное значение смещения несколько отодвигается от внешней поверхности. Логарифмический профиль, характерный для волн Рэлея, достигается только при сравнительно больших H/λ (кривая с $H/\lambda = 30$). Приведенные профили не дают соотношения их абсолютных величин, поскольку каждая кривая нормирована индивидуальным коэффициентом. Их соотношение можно видеть на рис. 4 (кроме резонансных частот).

Для плоской бегущей волны $\xi \sim \xi_0 e^{i\omega(t-x/V)}$, распространяющейся в безграничном пространстве, заполненном вязкоупругим материалом с динамическим модулем упругости $\hat{E} = E(1 + i\mu)$, вязкие потери вызывают изменение длины волны и затухание

$$\xi = \xi_0 e^{i\omega \left(t - \frac{x}{\sqrt{E/\rho}} \sqrt{\frac{1+\mu^2+1}{2(1+\mu^2)}} \right)} e^{-2\pi \frac{x}{\lambda} \sqrt{\frac{1+\mu^2-1}{1+\mu^2+1}}}.$$

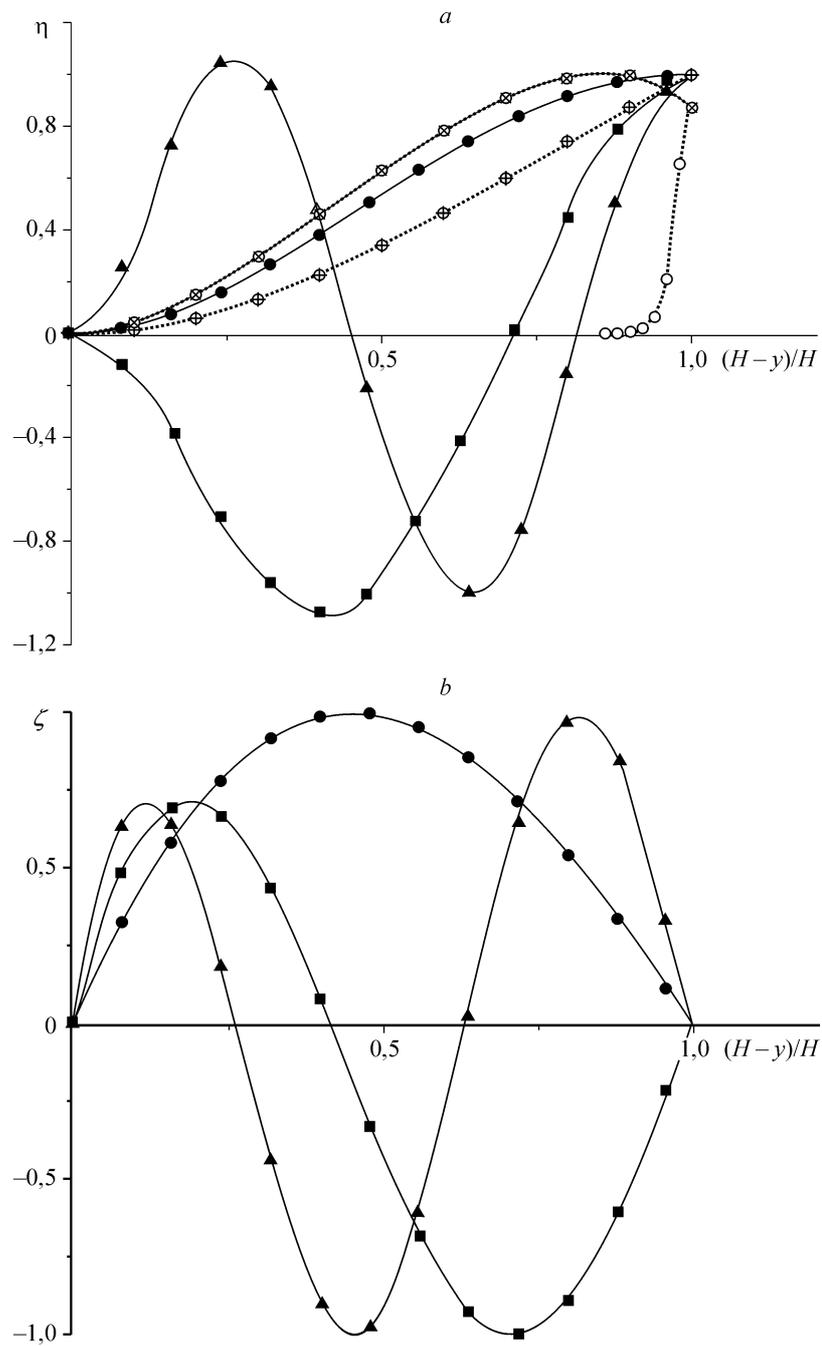


Рис. 5. Профили вертикального (а) и горизонтального (b) смещений.
 $\sigma = 0,5$. Сплошные линии: резонансные частоты первой (●), второй (■), третьей (▲) моды. Штриховые линии: резонансная частота меньше частоты первого резонанса в 2 раза (⊕), больше — в 2 раза (⊗), для волн Рэлея (○) ($H/\lambda = 30$).

При $\mu < 0,5$

$$\lambda = \lambda_0 \frac{\sqrt{2(1+\mu^2)}}{\sqrt{\sqrt{1+\mu^2}+1}} \approx \lambda_0(1 + 3/8 \mu^2),$$

где λ_0 — длина волны для материала с нулевыми потерями. Параметр затухания L , т. е. расстояние x , при котором амплитуда волны уменьшается в e раз, равен

$$L = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{\sqrt{1+\mu^2}+1}{\sqrt{1+\mu^2}-1}},$$

и при $\mu < 0,5$ $L \approx \lambda/\pi\mu$.

Подобная картина наблюдается и в слое вязкоупругого материала. На рис. 6 приведен параметр затухания, выраженный в длинах волн,

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{1}{2\pi} \frac{\operatorname{Re}(V/C_t)}{\operatorname{Im}(V/C_t)}$$

для первой моды колебаний. Затухание максимально на резонансной частоте. По мере удаления от резонанса затухание становится значительно меньше, чем для акустических волн в данной среде (пунктирная линия). С ростом коэффициента потерь затухание увеличивается и при $\mu = 0,1$ амплитуда уменьшается в e раз на расстоянии одной длины волны.

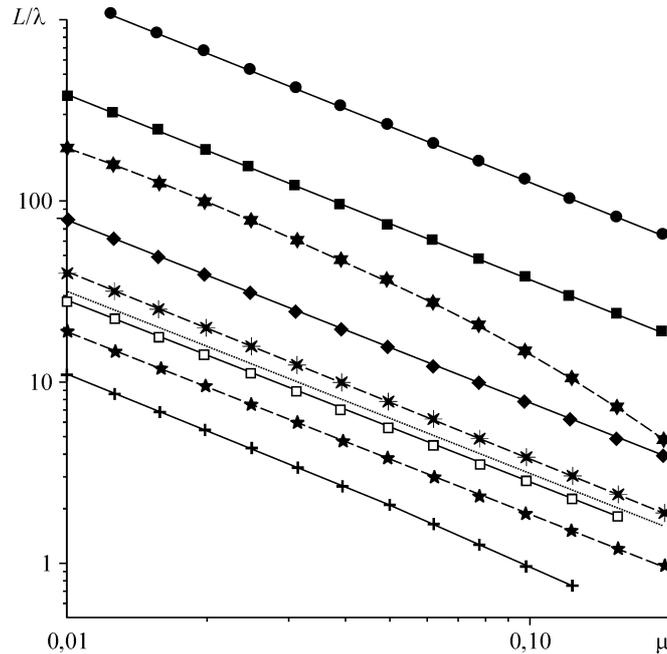


Рис. 6. Затухание волны в зависимости от коэффициента потерь материала покрытия.

Сплошные линии — низкоскоростная часть первой моды при $\sigma = 0,5$ на частоте: + — резонанса ($\omega H/C_t = 3,22$), \square — в два раза меньшей ($\omega H/C_t = 2,5$), \blacklozenge — в два раза большей ($\omega H/C_t = 4,35$), \blacksquare — в три раза большей ($\omega H/C_t = 6,1$), \bullet — в четыре раза большей ($\omega H/C_t = 8$). Штриховые линии — высокоскоростная часть первой моды на резонансных частотах для: $\sigma = 0,4$ (\star), $0,3$ ($*$), $0,25$ (\blackstar), $\omega H/C_t = 2,1$ (\star), $2,18$ ($*$), $2,2$ (\blackstar), $H/\lambda = 0,074$ (\star), $0,63$ ($*$), $0,055$ (\blackstar). Пунктир — для безграничного пространства.

Штриховыми линиями показана длина затухания для верхней части первой моды на резонансных частотах при различных σ . Здесь, так же как и для нижней части дисперсионной зависимости, максимальное затухание достигается для несжимаемого материала, а с ростом σ отношение L/λ увеличивается. В данном случае длина волны значительно больше толщины покрытия, и такая система работает как волновод, т. е. передает возмущения на большие расстояния без затухания.

2. МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ВОЛНЫ ДЕФОРМАЦИИ

Схема установки приведена на рис. 7. На массивной плите, лежащей на виброизолирующих прокладках, смонтированы генератор механических колебаний ГМК-1 и оптический измеритель перемещений ИЗА-2 (ЛЮМО). Слой вязкоупругого материала наносится внутрь кольца диаметром 590 мм, изготовленным из стальной проволоки толщиной 10 мм, которое закреплено на плите 600×600 мм². Размер контактной площадки возбuditеля колебаний 1 может изменяться в широких пределах. В данной работе использованы контактные площадки диаметром 5, 10, 13 и 20 мм. Устройство перемещения осуществляет плавный ввод вибратора в контакт с покрытием.

Датчик вибраций 2 изготовлен на основе пьезокерамической трубочки из ЦТС-19 и закреплен вместе с предусилителем на штанге, перемещающейся параллельно поверхности покрытия. Измеряется амплитуда сигнала и его фазовое отставание относительно сигнала с измерительной катушки вибратора.

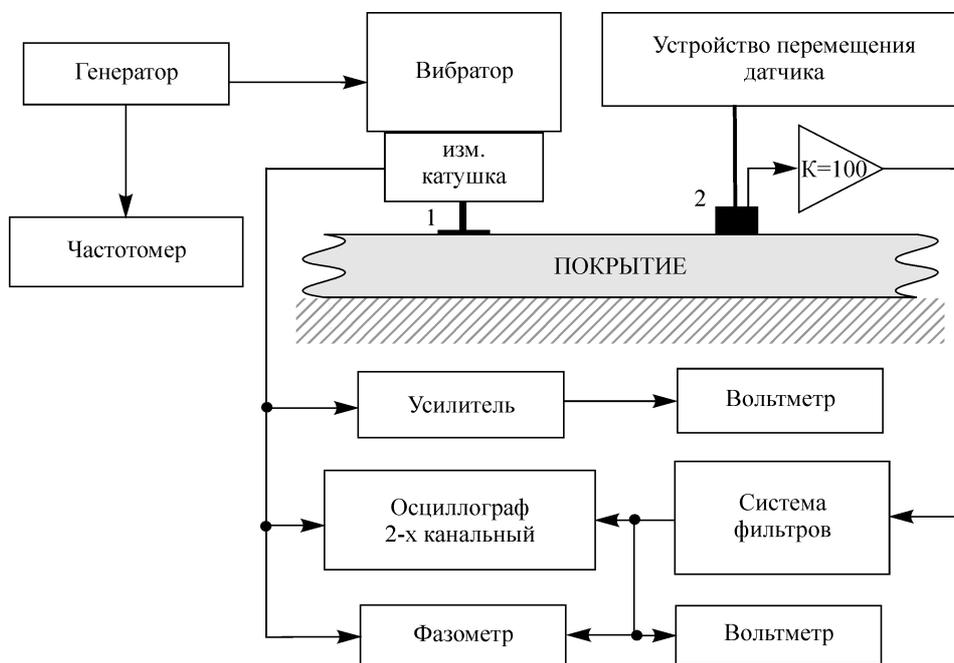


Рис. 7. Схема установки.

Контактная площадка вибратора (1), датчик вибраций (2).

Покрытие изготовлено из кремнийорганической резины СКТН-1А [21]. В работе [22] приведены частотные зависимости модуля упругости и коэффициента механических потерь для разных сроков хранения материала. Измерения вязкоупругих свойств проведены по методике [15]. Для времени, прошедшего от изготовления покрытия до его испытания, примерно равному 50 дням, получено значение модуля упругости $E \cong 0,9$ МПа и коэффициента потерь $\mu \cong 0,06$.

На рис. 8 приведены первичные экспериментальные данные. Рис. 8, *a* показывает, что сигнал датчика есть результат сложения двух волн — идущей от вибратора, находящегося в центре диска, и отраженной от края. В результате образуется стоячая волна на фоне экспоненциально затухающей бегущей волны. До расстояния $L \approx 10$ см (треть радиуса диска) амплитуда стоячей волны значительно меньше амплитуды бегущей волны, что позволяет довольно просто вычислять коэффициент затухания, показанный на рис. 9, *c*. Типичный пример набега фазы в зависимости от расстояния до центра показан на рис. 8, *b*. Вплоть до половины радиуса диска наблюдается линейная зависимость, что позволяет определить длину волны и фазовую скорость распространения колебаний. Эти ограничения в измерениях амплитуды и фазы сигнала связаны с чувствительностью используемого датчика и с отношением сигнала к шуму в усилительном тракте. Сигнал датчика увеличивается пропорционально изменению диаметра вибрирующей площадки (см. рис. 8, *a*). Это объясняется тем, что амплитуда вибраций определяется массой подвижной части ГМК-1 и практически не зависит от наличия контакта с покрытием. Поэтому амплитуды вибраций на разных диаметрах одинаковы, а объем материала, выдавленного из-под вибратора, пропорционален его площади и распределяется в виде волны по большему диаметру.

Так как амплитуда бегущей волны уменьшается из-за “растекания” ее энергии с удалением от центра, а так же из-за диссипации, то

$$V_{\text{дат}} \sim V_{\text{дат}}^0 \exp(-L/A)L^{-1/2}.$$

Здесь A — характерная длина затухания. При распространении волны в свободном пространстве $A \cong \lambda/\mu$, как было показано ранее. Полученное в эксперименте значение характерной длины затухания значительно меньше рассчитанного для безграничного пространства. Это, по-видимому, связано с тем, что когда длина волны больше толщины слоя, по которому распространяется волна, то влияние стенки на затухание колебаний становится весьма значительным. Даже при очень малом коэффициенте потерь материала ($\mu \approx 0,06$) амплитуда волны уменьшается в e раз на расстоянии, равном длине волны.

На рис. 9 показаны результаты обработки полученных данных, которые находятся в качественном согласовании с выводами теории. Поскольку измерения вязкоупругих свойств были произведены только в узком частотном диапазоне (370–390 Гц [6], достаточном для поставленной в статье цели), прямое сопоставление полученных в настоящей работе данных с расчетом сделать невозможно.

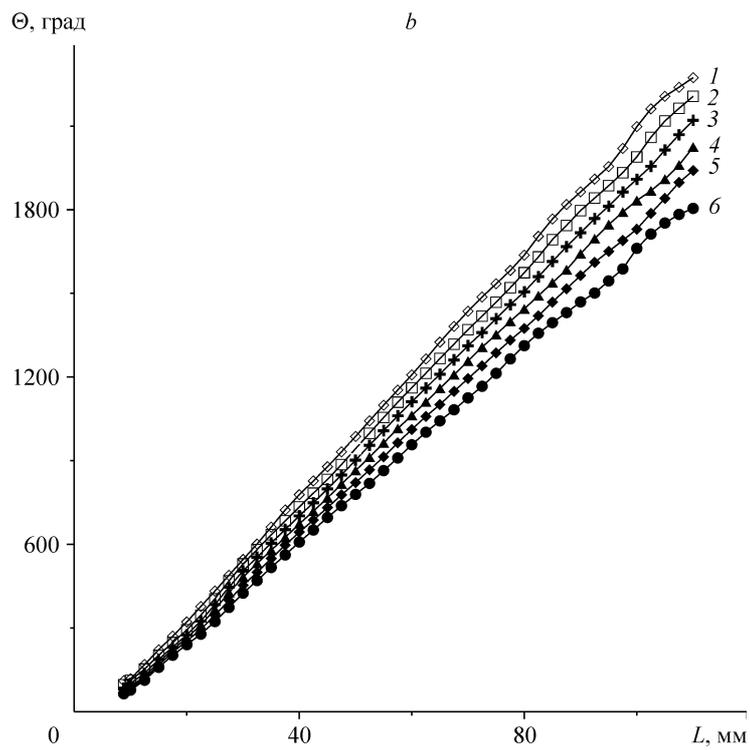
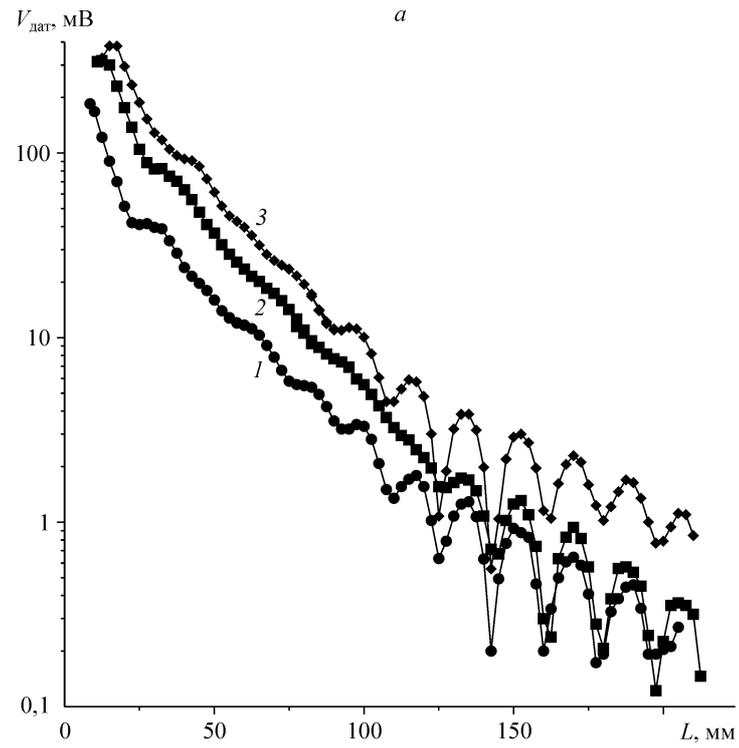


Рис. 8. Зависимость амплитуд сигнала (а) при $f = 800$ Гц, диаметр контактной площадки вибратора = 5 мм (1), 10 (2), 20 (3) и фазы (б) при $f = 850$ Гц (1), 825 (2), 800 (3), 775 (4), 750 (5), 725 (6) от расстояния до центра.

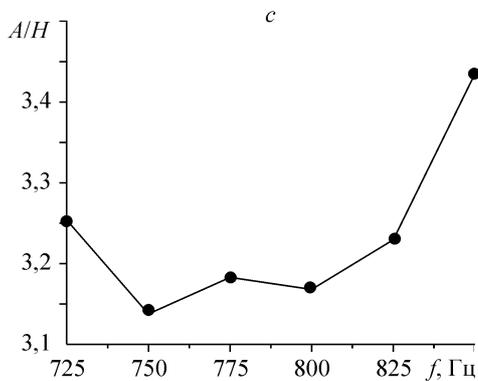
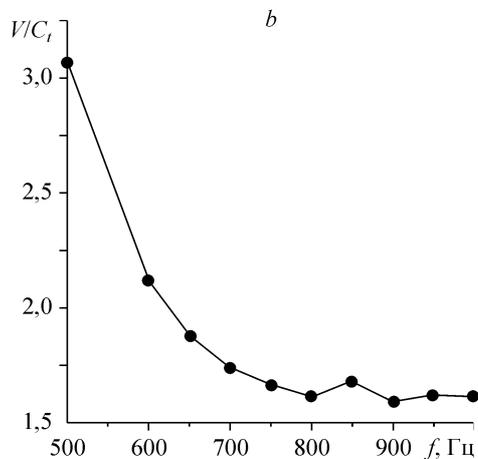
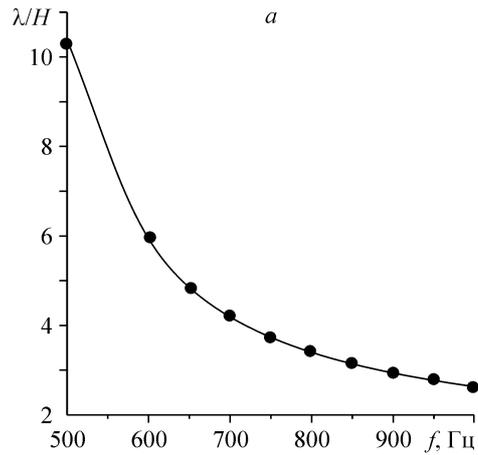
Рис. 9. Зависимости длины волны (а), фазовой скорости (b), и затухания (с) от частоты деформации.

В последующих экспериментах с другими материалами будут измерены их вязкоупругие свойства и резонансная частота покрытия.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ПАРАМЕТРОВ ПОКРЫТИЯ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ТРЕНИЯ

Произведенный расчет скорости распространения возмущений в слое вязкоупругого вещества позволяет сделать сравнение с моделью локально-деформируемого покрытия (рис. 10). Согласно этой модели, резонансная частота, при которой амплитуда колебаний внешней поверхности максимальна, определяется условием равенства толщины слоя четверти длины волны поперечной деформации (см. рис. 5). При этом в новом анализе важную роль играет коэффициент Пуассона, который отсутствовал в модели локального деформирования. Для резиноподобных материалов, для которых $\sigma \cong 0,5$, с коэффициентом потерь меньше 0,1 использование модели локально-деформируемого покрытия занижает резонансную частоту покрытия на 15,6 %, при этом толщина слоя равняется 1/3 длины волны деформации на резонансной частоте.

Рассмотрим влияние вязких потерь на волновые свойства покрытия. На рис. 11 показаны частотные зависимости скорости волны при изменении коэффициента потерь в широких пределах. Здесь C_t^0 — скорость сдвиговой волны для материала без потерь. Нелинейный характер уравнения (5) по отношению к μ проявляется в существовании двух ветвей дисперсионной зависимости скорости волны. Значение $\mu = 0,13$ является критическим для $\sigma = 0,5$. Оно уменьшается с уменьшением коэффициента Пуассона (так, для $\sigma = 0,4$ кривая с $\mu = 0,1$ уже идет по нижней ветке, см. рис. 11, b).



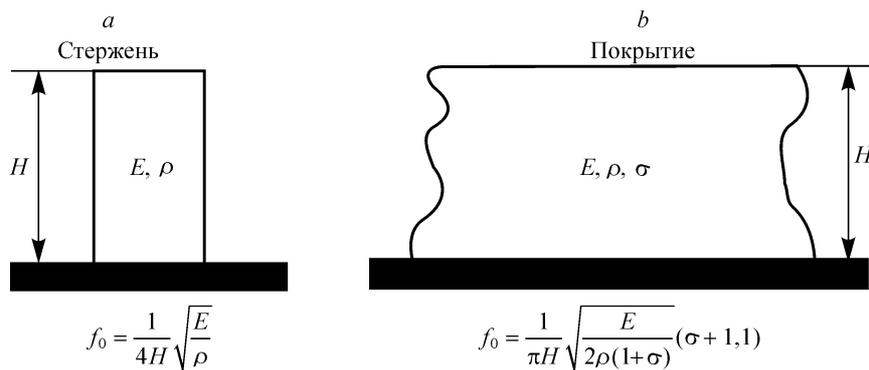


Рис. 10. Расчет резонансной частоты по модели локально-деформируемого покрытия (а) и по предложенной модели (b).

Отношение поперечной деформации к продольной на внешней поверхности покрытия (рис. 12, а) имеет резонансный характер и резко уменьшается с ростом коэффициента потерь. Так, высота пика при $\mu = 0,1$ равна 8,5, что всего лишь в 4 раза больше, чем для волны Рэлея (часть кривой справа от резонанса). При уменьшении частоты это отношение стремится к 1.

Фазовый сдвиг между компонентами деформационной волны (рис. 12, b) при прохождении резонанса (справо-налево) изменяется от 90° (как у волн Рэлея) до приблизительно -90° при малых потерях. Это минимальное значение фазы увеличивается примерно до -45° с ростом μ .

На нижней ветке дисперсионной кривой поперечная деформация примерно равна продольной ($\eta/\zeta \sim 1 \div 2$) и фазовый угол между ними находится в диапазоне $45 \div 90^\circ$.

Зависимость резонансной частоты покрытия и скорость волны на резонансной частоте показана на рис. 13 при различных коэффициентах Пуассона. Определить резонансную частоту возможно не всегда, как это видно на рис. 11 и 12, а для $\mu = 0,4$. Резонансная частота покрытия для нижней части первой моды колебаний изменяется незначительно (в доступной для ее определения области параметров σ и μ) (рис. 13, а). Значительно сильнее зависит от этих параметров скорость волны на резонансной частоте (рис. 13, b). Отношение поперечных деформаций к продольным (рис. 13, c) естественным образом уменьшается с ростом вязких потерь и отличием исследуемого материала от идеально несжимаемого.

Для приложений удобно использовать расчетные формулы, справедливые для малых коэффициентов потерь ($\mu < 0,1$):

$$\omega_0 H / C_t^0 = 2,244 + 1,96\sigma, \quad (6)$$

$$V_0 / C_t^0 = 2,826 - 4,5\sigma + 3,9\sigma^2. \quad (7)$$

Для материала, вязкоупругие свойства которого не зависят от частоты, скорость волны на резонансной частоте не зависит от толщины покрытия и является универсальной величиной, определяемой только вязкоупругими свойствами материала (формула (7)), и доступна прямому измерению, как описано в настоящей статье. С ростом толщины покрытия изменяется сама резонансная частота, которая также может быть определена экспериментально [6]. В общем случае для

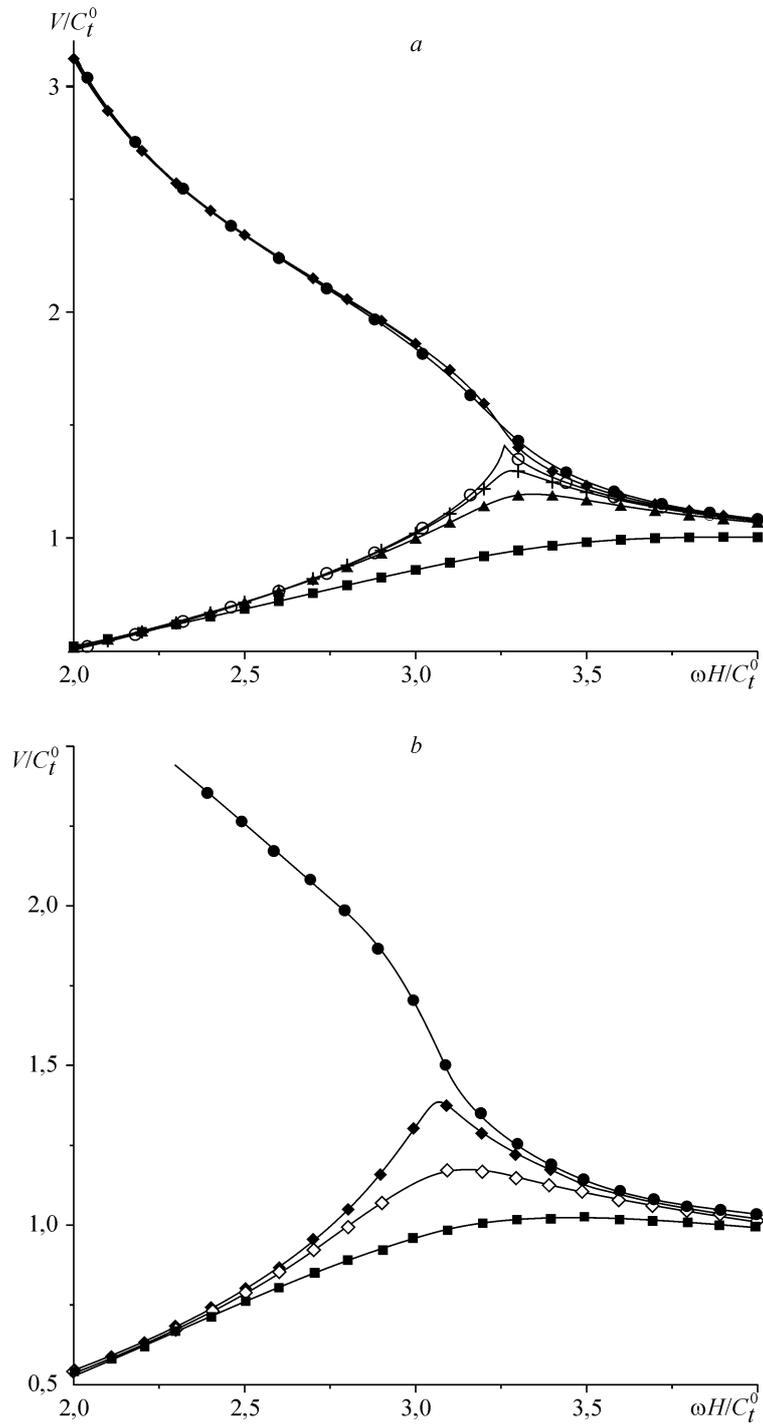


Рис. 11. Влияние вязких потерь на скорость волны.

$\sigma = 0.5$ (a), 0.4 (b). $\mu = 0.01$ (●), 0.1 (◆), 0.2 (▲), 0.4 (■), 0.13 (○), 0.15 (+).

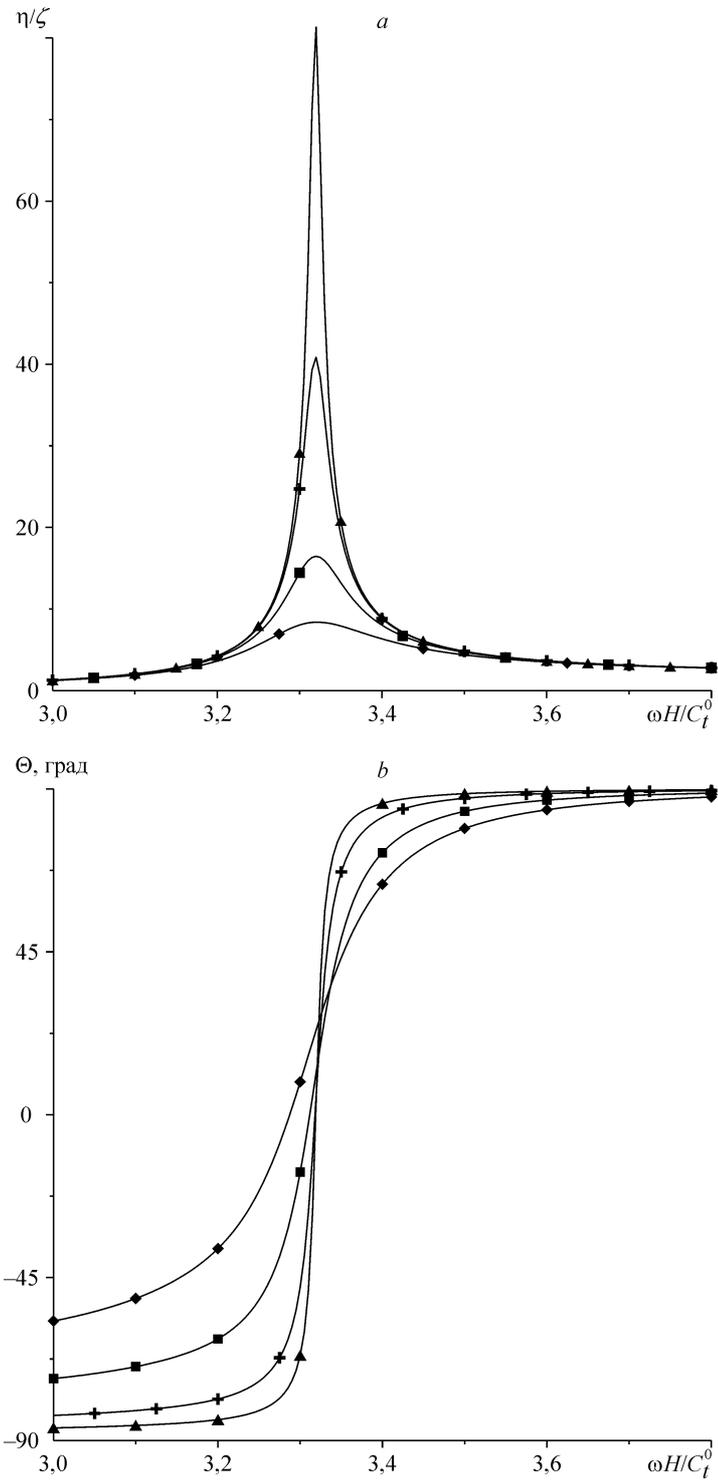


Рис. 12. Влияние вязких потерь на отношение поперечной деформации к продольной (a) и на фазовый сдвиг между ними (b).

$\mu = 0,01$ (▲), 0,02 (+), 0,05 (■), 0,1 (◆). Коэффициент Пуассона равен 0,5.

Рис. 13. Влияние вязких потерь на резонансную частоту (а), скорость волны (b) и соотношение компонент деформаций (с) для основной моды колебаний при $\sigma = 0,5$ (●), 0,45 (◆), 0,4 (■), 0,35(▲).

каждой толщины покрытия должны быть измерены зависимости податливости покрытия и скорости распространения деформационной волны от частоты.

На основании проведенного исследования деформации покрытия сделаны некоторые уточнения в методике расчета параметров покрытия для снижения трения [10, 11]. В работе [6] был сделан вывод, что деформация покрытия будет максимальна, если длина волны пульсации давления, двигающаяся с конвективной скоростью, будет равна длине деформационной волны. Для прогноза положительного действия имеются два условия:

– временной фактор (выбор резонансной частоты покрытия по формуле (1)),

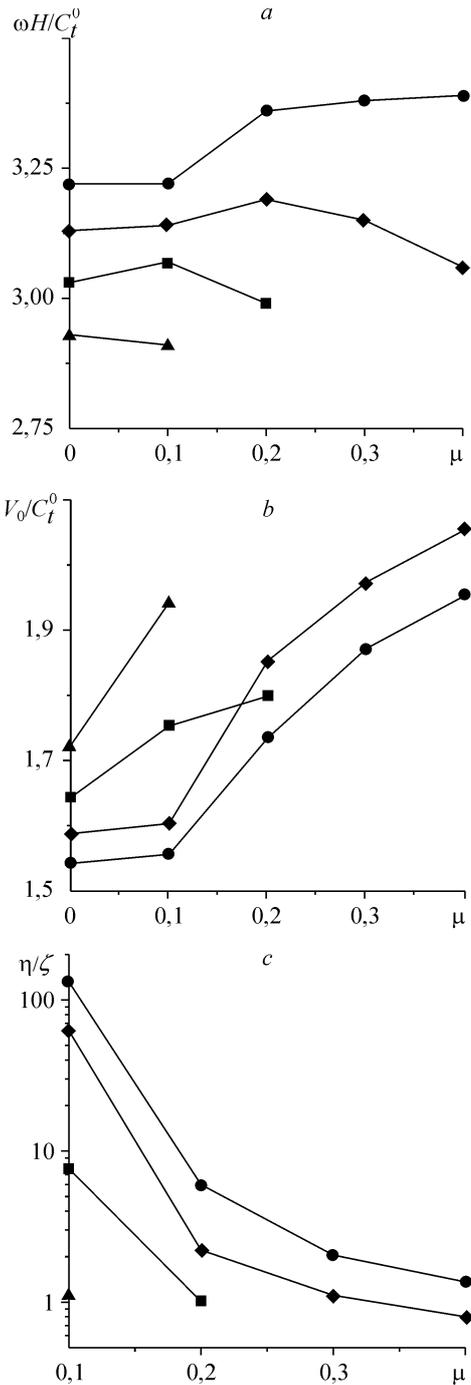
– пространственный фактор (совпадение длин волн, т. е. $V = U_c = 0,7...0,9 U$).

Здесь U — скорость течения, U_c — конвективная скорость течения. Используя соотношение [13]

$$(v^*)^2 = 0,03U^2(\text{Re}_x)^{-1/5}$$

и формулу (1) при $x = 1$ м для каждой измеренной в эксперименте скорости распространения волны, получаем область возможного положительного действия, заключенную между вертикальными (пространственный фактор) и наклонными (временной фактор) линиями, показанную на рис. 14.

Как видно из этого рисунка, диапазон толщин покрытия с ростом скорости смещается вниз и составляет от 1 до 10 мм, что вполне соответствует возможному использованию покрытия и совпадает с известными положительными экспериментами. По-видимому, указанные выше условия являются необходимыми, но не достаточными для достижения положительного эффекта действия покрытия на турбулентный поток. Необходимо сделать оценку степени этого взаимодействия, т. е.



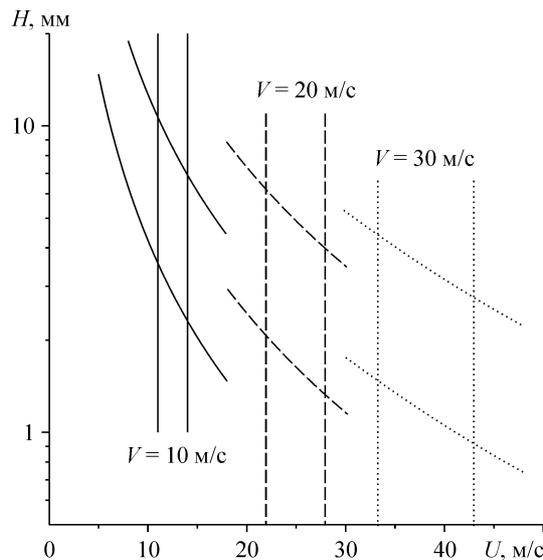


Рис. 14. Прогноз области положительного действия податливого покрытия.

определить (экспериментально и расчетным путем) отношение скорости движения внешней поверхности податливой стенки к пульсационной скорости течения, а также оптимальный фазовый сдвиг между ними.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Bushnell D.M., Hefner J.N., Ash R.L.** Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers // *Phys. Fluids*. — 1977. — Vol. 20, No. 10, Pt II. — P. S31–S48.
2. **Gad-el-Hak M.** Drag reduction using compliant walls // *Proc. of the IUTAM Symp., Warwick, UK, 26-30 March 2001. Flow past highly compliant boundaries and in collapsible tubes*. Kluwer. — 2003. — P. 191–229.
3. **Кулик В.М., Погода И.С., Семенов Б.Н.** Экспериментальное изучение действия однослойных вязкоупругих покрытий на турбулентное трение и пульсации давления на стенке // *Инж.-физ. журн.* — 1984. — Т. 47, № 2. — С. 189–196.
4. **Choi K.-S., Yang X., Clayton B.R., Glover E.J., Atlar M., Semenov B.N., Kulik V.M.** Turbulent drag reduction using compliant surfaces // *Proc. Royal Soc. London A*. — 1997. — Vol. 453. — P. 2229–2240.
5. **Кулик В.М., Морозова С.Л.** Отклик податливого покрытия на турбулентные пульсации давления // *Теплофизика и аэромеханика*. — 2001. — Т. 8, № 1. — С. 59–75.
6. **Кулик В.М., Родякин С.В.** Деформация вязкоупругого покрытия под действием конвективных пульсаций давления // *Теплофизика и аэромеханика*. — 2004. — Т. 11, № 1. — С. 107–119.
7. **Кулик В.М.** Анализ взаимодействия однослойных монолитных демпфирующих покрытий с турбулентным течением // *Инж.-физ. журн.* — 1986. — Т. 51, № 6. — С. 959–965.
8. **Duncan J.H., Waxman A.M., Tulin M.P.** The dynamics of waves at the interface between a viscoelastic coating and a fluid flow // *J. Fluid Mech.* — 1985. — Vol. 158. — P. 177–197.
9. **Kendall J. M.** The turbulent boundary layer over a wall with progressive waves // *J. Fluid Mech.* — 1970. — Vol. 14. — P. 259–281.
10. **Semenov B. N.** On conditions of modeling and choice of viscoelastic coatings for drag reduction / *Recent developments in turbulence management*. — Kluwer. — 1991. — P. 241–262.
11. **Амфилохий В.Б., Артюшков Л.С., Барбанель Б.А., и др.** Современное состояние теории управления пограничным слоем. — СПб., 2000.
12. **Семенов Б.Н.** Анализ деформационных характеристик вязкоупругих облицовок // *Гидродинамика и акустика пристенных и свободных течений* / Под ред. Б.П. Миронова. — Новосибирск, 1981. — С. 57–76.
13. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.
14. **Fisher M.C., Weinstein L.M., Ash R.L., Bushnell D.M.** Compliant wall-turbulent skin-friction reduction research // *AIAA Paper*. — 1975. — No. 75–833.

15. Кулик В.М., Семенов Б.Н. Двухпараметрический метод измерения вязкоэластичных свойств полимерных материалов // Метрология. — 1986. — № 4. — С. 32–38.
16. Кулик В.М. Расширение частотного диапазона измерений вязкоупругих свойств материалов двухпараметрическим методом // Измерительная техника. — 2002. — № 6. — С. 46–48.
17. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. — М.: ИЛ, 1963. — 535 с.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987. — 248 с.
19. Raileigh L. On waves propagated along the plane surface of an elastic solid // Proc. London Math. Soc. — 1885. — Vol. 17. — P. 4–11.
20. Gad-el-Hak M., Blackwelder R.F., Riley J.J. On the interaction of compliant coatings with boundary layer flows // J. Fluid Mech. — 1984. — Vol. 140. — P. 257–280.
21. Жидкие кремнийорганические каучуки // Энциклопедия полимеров, Т. 1. — М.: Советская энциклопедия, 1972. — С. 783.
22. Кулик В.М., Родякин С.В. Сравнение расчета и результатов измерения колебательных характеристик податливых покрытий // Инж.-физ. журн. — 2003. — Т. 76, № 1. — С. 159–163.

Статья поступила в редакцию 2 марта 2005 г.