

# МНОГООЧАГОВЫЕ РЕЖИМЫ НЕСТАЦИОНАРНОГО БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА В АДИАБАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Т. П. Ивлева

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка  
tanja@ism.ac.ru

Численно исследовано распространение многоочаговых спиновых волн по образцу цилиндрической формы с соосным внутренним каналом в предположении отсутствия теплоотвода как от внешней поверхности образца, так и от поверхности канала. На примере двухочаговых спиновых волн показаны закономерности изменения характеристик спиновых волн (продольной и окружной скоростей, шага «винта», максимальной температуры и периода) для ряда случаев: при изменении радиуса образца и постоянном радиусе канала, при изменении радиуса канала и постоянном внешнем радиусе цилиндра, при изменении обоих радиусов и постоянной толщине стенки образца.

Ключевые слова: фронтальные процессы, нестационарное горение, трехмерные спиновые волны.

## ВВЕДЕНИЕ

При распространении волны горения вдоль образца, спрессованного из порошка реагента или смеси реагентов, фронт горения при определенных условиях перестает быть плоским. В таких случаях — при спиновых режимах горения — на поверхности образца можно наблюдать один или несколько высокотемпературных очагов, движущихся по винтовой траектории. Впервые спиновые волны горения были обнаружены экспериментально при исследовании горения в азоте образца, спрессованного из порошка гафния, и описаны в [1]. Как показал анализ сгоревших образцов, горение происходило преимущественно в тонком приповерхностном слое, где фильтрация не лимитировала взаимодействия реагентов в кинетическом режиме. Этот факт позволил построить двумерную математическую модель процесса, в которой рассматривалась только цилиндрическая оболочка [2, 3]. Однако при поверхностном горении слой, горящий в кинетическом режиме, может быть достаточно толстым [4]. В этом случае двумерная модель не может адекватно описывать трехмерный процесс.

Спиновое горение наблюдалось и при горении образцов, спрессованных из смеси твердых реагентов [5, 6]. Авторы работ [5, 6] показали, что спиновая волна горения охватывает

весь поперечник образца. В серии работ [7–11] представлены результаты численного исследования трехмерных спиновых волн, обнаруженных при рассмотрении математической модели, описывающей распространение волн горения по сплошному цилиндрическому образцу.

Естественно, что следующим этапом в изучении спиновых волн должно быть исследование более общей задачи о распространении спиновой волны в цилиндрическом образце с соосным внутренним каналом. Очевидно, что частными случаями этой модели являются модели процессов, описывающие горение тонкой цилиндрической оболочки [2] и горение сплошного образца [7]. О реализации режимов с несколькими очагами на поверхности образца при горении состава  $(\text{Fe} - \text{V}) + 2\text{Ti}$  сообщалось в [6], однако никаких данных о виде и механизме распространения многоочаговой спиновой волны там не приведено.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 представлена схема образца. Зажигание производится на верхнем торце, фронт горения движется сверху вниз. Поскольку в данной задаче исследуются узкие зоны реакции, в качестве фронта горения можно рассматривать множество точек с половинной глубиной превращения по лимитирующему реагенту. При распространении спиновых волн

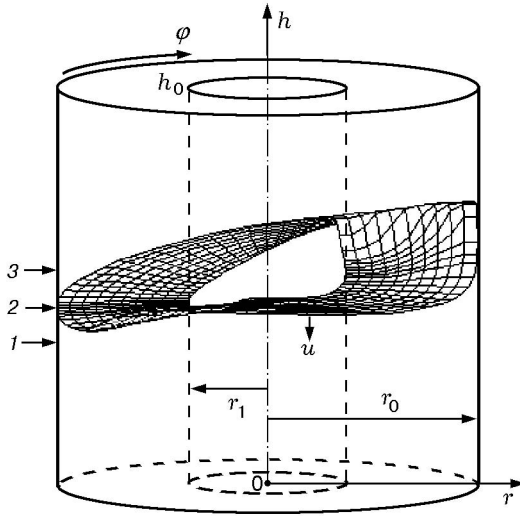


Рис. 1. Схема толстостенного цилиндра:

1 — исходный состав, 2 — фронт горения, 3 — продукты горения

фронт искривлен и отделяет находящуюся внизу смесь реагентов от продуктов реакции.

Предлагаемое математическое описание безгазового горения предполагает, что рассматриваемая среда однородна и гомогенна в тепловом отношении. Теплофизические и макрокинетические характеристики считаются постоянными при изменении температуры и других параметров процесса. Учитываются только наиболее важные составляющие процесса: теплопередача в образце и тепловыделение в ходе химического превращения. Предполагается отсутствие теплоотвода как от внешней поверхности образца, так и от поверхности канала. Задача о нестационарном горении образца с соосным каналом рассматривается впервые. Поэтому на первом этапе разумно ограничиться адиабатическим случаем.

Математическая модель процесса в безразмерных переменных представляет собой систему уравнений:

$$R_1 \leq x \leq R_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{\text{Td}} \frac{\partial \eta}{\partial \tau},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \begin{cases} \text{Td}(1 - \eta) \exp \frac{\theta}{1 + \text{Ar}\theta} & \text{при } \eta < 1, \\ 0 & \text{при } \eta \geq 1, \end{cases}$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$\tau = 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\theta = \theta_0, \quad \eta = 0,$$

$$\tau > 0, x = R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0,$$

$$\tau > 0, x = R_1 > 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0,$$

(1)

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, z = 0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0,$$

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, z = Z_0:$$

$$\begin{cases} \theta = 0 & \text{при } \tau \leq \tau_{ign}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 & \text{при } \tau > \tau_{ign}, \end{cases}$$

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\theta(x, 0, z, \tau) = \theta(x, 2\pi, z, \tau),$$

$$\frac{\partial \theta(x, 0, z, \tau)}{\partial \varphi} = \frac{\partial \theta(x, 2\pi, z, \tau)}{\partial \varphi}.$$

Безразмерные переменные введены в соответствии с [12]:

$$T_* = T_0 + \frac{Q}{c}, \quad t_* = \frac{cRT_*^2}{k_0EQ} \exp \frac{E}{RT_*}, \quad h_*^2 = \frac{\lambda t_*}{c\rho},$$

$$x = \frac{r}{h_*}, \quad z = \frac{h}{h_*}, \quad \tau = \frac{t}{t_*}, \quad \tau_{ign} = \frac{t_{ign}}{t_*},$$

$$\theta = \frac{(T - T_*)E}{RT_*^2}, \quad \text{Ar} = \frac{RT_*}{E}, \quad \text{Td} = \frac{cRT_*^2}{EQ},$$

$$\theta_0 = -\frac{1}{\text{Td}}, \quad Z_0 = \frac{h_0}{h_*}, \quad R_0 = \frac{r_0}{h_*}, \quad R_1 = \frac{r_1}{h_*}.$$

Здесь  $r_0, r_1$  — внешний и внутренний радиусы образца;  $T$  — температура;  $\eta$  — глубина превращения по лимитирующему компоненту;  $t$  — время;  $r, \varphi, h$  — пространственные координаты:  $r$  — радиальная,  $\varphi$  — угловая,  $h$  — продольная;  $c$  — удельная теплоемкость;  $\rho$  — общая масса конденсированной фазы в единице объема (предполагается, что она не изменяет-

ся при химическом взаимодействии реагентов);  $Q$  — тепловой эффект реакции (на единицу массы смеси);  $R$  — универсальная газовая константа;  $E$  — энергия активации;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $k_0$  — предэкспоненциальный множитель;  $T_0$  — начальная температура образца;  $h_0$  — высота цилиндра;  $T_{ign}$  — температура зажигания;  $t_{ign}$  — время действия зажигающего импульса;  $T_*$ ,  $t_*$ ,  $h_*$  — характеристические температура, время и длина. Безразмерные величины:  $\theta$  — температура;  $\theta_0$  — начальная температура;  $\tau$  — время;  $\tau_{ign}$  — время действия теплового импульса;  $x$ ,  $\varphi$ ,  $z$  — цилиндрические координаты:  $x$  — радиальная,  $\varphi$  — угловая,  $z$  — продольная;  $R_0$  и  $R_1$  — внешний радиус цилиндра и радиус канала соответственно;  $Z_0$  — высота цилиндра;  $Td$  и  $Ag$  — малые параметры в теории горения (числа Годеса и Аррениуса). При таком введении безразмерных переменных температуре горения в адиабатических условиях соответствует значение  $\theta = 0$ .

Поскольку предметом исследования являются установившиеся режимы, т. е. режимы, «забывшие» этап зажигания, величина  $\tau_{ign}$  не играет роли, а вопрос инициирования горения не рассматривается.

Следует обратить внимание на условие (1). При  $R_1 = 0$  данная модель переходит в задачу о горении сплошного цилиндрического образца [7].

Важной характеристикой процесса, определяющей возможность существования спиновых волн, является состав шихты, который при использовании безразмерных переменных характеризуется параметром  $\alpha_{st} = 9.1Td - 2.5Ag$ . Величина  $\alpha_{st}$  установлена при численном исследовании одномерной волны безгазового горения в [13], где было показано, что в адиабатических условиях при  $\alpha_{st} < 1$  плоский стационарный фронт неустойчив. В данной статье рассматривается горение образцов, соответствующих одному значению параметра  $\alpha_{st} \approx 0.9$ , который соответствует значениям  $Td = 0.13$  и  $Ag = 0.115$ . Итак, параметрами задачи являются внешний ( $R_0$ ) и внутренний ( $R_1$ ) радиусы цилиндра. Метод введения безразмерных переменных по [12] означает, что линейные размеры образца определяются количеством зон реакции, ширина которых для каждого набора реагентов своя.

Задача решалась методом конечных разностей по неявной схеме. Для сокращения време-

ни расчетов использовалась трехмерная, неравномерная, адаптирующаяся к решению расчетная сетка, обеспечивающая сгущение узлов в зоне больших градиентов температуры и глубины превращения. При построении сетки использовались те же принципы, что и при решении одномерной и двумерной задач [14]. Но в данном случае для того, чтобы была возможность рассматривать состояние образца в продольном осевом сечении, предусматривалось введение дополнительных расчетных точек по угловой координате, таких что для каждой точки должна существовать другая, симметричная ей относительно оси образца. Значения температуры и глубины превращения в этих точках определялись линейной интерполяцией по значениям функций в соседних точках.

В данной работе описаны только установившиеся режимы горения. Для того чтобы утверждать, что режим является таковым, необходимо рассматривать поведение решения на образце достаточно большой длины. Обычно полагается, что режим установился, если механизм распространения спиновой волны не меняется в течение  $30 \div 40$  периодов. Очевидно, что в экспериментах, как лабораторных, так и численных, исследовать сколь угодно длинный образец невозможно. Однако в численных экспериментах можно учесть, что за фронтом устанавливаются постоянные температура и глубина превращения. Это позволяет в процессе расчетов, когда фронт горения находится достаточно далеко от торцов образца, производить «сдвиг» рассматриваемой области, т. е. отсекал отдаленную от фронта часть продуктов и «наращивать» образец смесью исходных реагентов снизу. На торцах полученной после «сдвига» области использовалось условие  $\partial\theta/\partial z = 0$ , так как торцы находились в зоне постоянных температур. Расчеты каждого этапа горения проводились, как правило, при  $Z_0 = 500$ . Но для получения режимов, которые можно считать установившимися, нужны образцы значительно большей длины. Использование приема «сдвига» позволило проследить поведение спиновых волн при длинах образца в десятки тысяч безразмерных единиц длины. Именно из-за проведения расчетов таким образом, чтобы торцы образца не влияли на конфигурацию спиновой волны, на торцах использовались адиабатические граничные условия.

## РЕЗУЛЬТАТЫ

Данные рис. 2 и рис. 3 соответствуют двухочаговым стационарным спиновым волнам, симметричной и несимметричной. Поскольку точка образца, в которой достигается максимальная температура, при таких стационарных спиновых режимах находится на внешней поверхности образца, то наиболее отчетливо о распределении температуры в образце можно судить по ее распределению на поверхности образца и в сечениях, содержащих точку с максимальной температурой: продольном осевом и перпендикулярном оси образца. На рисунках более высоким температурам соответствуют более светлые области. Хорошо видно, что на рис. 2 размеры очагов одинаковы и расположены очаги симметрично. Спиновые волны такого типа наблюдались и описаны как при горении цилиндрической оболочки [3], так и при распространении спиновых волн вдоль сплошного образца [10].

Двухочаговая несимметричная стационарная спиновая волна (рис. 3) представлена впервые. В этом случае размер очагов различен, но в процессе распространения спиновой волны ни размер очагов, ни температура в каждом из них не изменяются. В спиновых волнах такого типа очаги находятся на различных уровнях (поэтому на рис. 3, б второй очаг не виден), причем расстояние по вертикали между точками с максимальной температурой в очагах сохраняется при распространении волны, т. е. вся конфигурация из двух очагов двигается по

винтовой траектории с постоянной скоростью. Режим такого типа демонстрируется впервые. На рис. 1 показана структура фронта, соответствующая двухочаговой несимметричной стационарной спиновой волне.

При уменьшении  $R_0$  расстояние между очагами по угловой координате приближается к  $\pi$ , а по  $z$  — к нулю, т. е. несимметричные стационарные режимы при уменьшении  $R_0$  преобразуются в симметричные стационарные режимы.

На рис. 2 и 3 показано распределение температуры в некоторый момент времени, и этого достаточно для описания распределения температуры в стационарных спиновых волнах в любой момент времени. Однако при распространении нестационарных спиновых волн распределение температуры в образце постоянно меняется. Поэтому для представления движения очагов в нестационарных спиновых волнах ограничимся рассмотрением распределения температуры на последовательности поперечных сечений образца, содержащих точку с максимальной температурой.

Третьим типом двухочаговых спиновых волн являются двухочаговые симметричные нестационарные режимы горения. Режимы такого типа получены при горении сплошного образца и подробно описаны в работе [10]. Если радиус канала  $R_1$  достаточно мал, спиновые волны с аналогичным механизмом распространения могут быть получены и при горении толстостенного цилиндра (рис. 4). При распро-

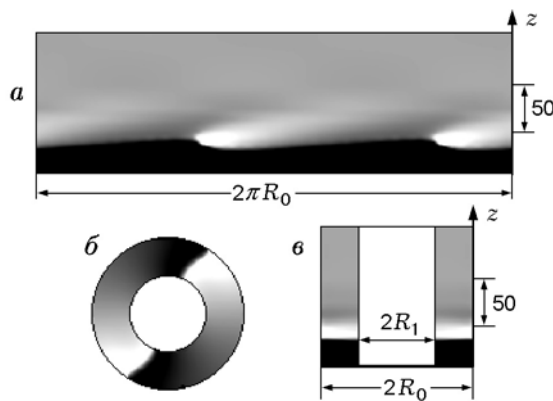


Рис. 2. Двухочаговый симметричный стационарный режим. Распределение температуры на развертке поверхности образца (а), поперечном (б) и продольном осевом (в) сечениях, проходящих через точку с максимальной температурой ( $\theta_{\max} \approx 2.6$ ;  $R_0 = 80$ ,  $R_1 = 0.5R_0$ )

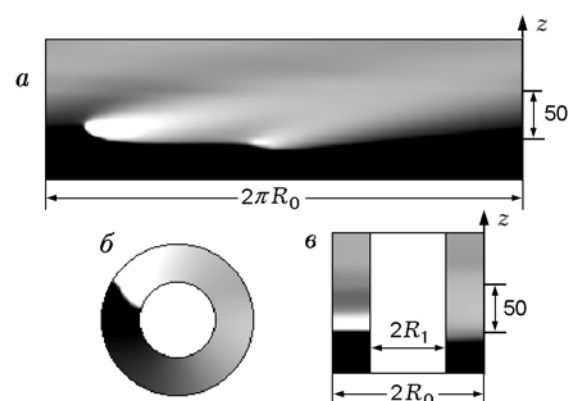


Рис. 3. Двухочаговый несимметричный стационарный режим. Распределение температуры на развертке поверхности образца (а), поперечном (б) и продольном осевом (в) сечениях, проходящих через точку с максимальной температурой ( $\theta_{\max} \approx 3.2$ ;  $R_0 = 80$ ,  $R_1 = 0.5R_0$ )

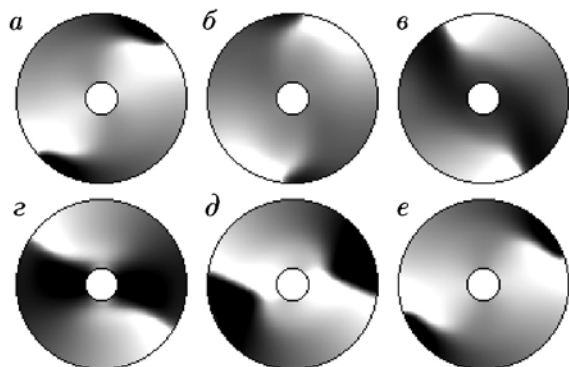


Рис. 4. Двухочаговый симметричный нестационарный режим. Распределение температуры на поперечных сечениях, проходящих через точки с максимальной температурой, в последовательные моменты времени ( $R_0 = 65$ ,  $R_1 = 0.2R_0$ )

странении таких волн горения два приповерхностных очага двигаются по винтовой траектории, при этом температура в очагах и скорость их движения уменьшаются за счет все увеличивающегося теплоотвода во внутреннюю зону образца. В какой-то момент прогретая таким образом внутренняя область, прилегающая к поверхности канала, быстро сгорает (рис. 4, *д*). При этом на поверхности канала можно видеть два высокотемпературных очага, движущихся в том же направлении, что и очаги на поверхности образца. Затем поток тепла из внутренней зоны к поверхности образца приводит к увеличению температуры и скорости приповерхностных очагов. Однако после того как они сдвинутся вниз от прогретой центральной зоны, снова станет увеличиваться теплоотвод в центральную зону, снижающий температуру и скорость движения очагов, т. е. цикл повторяется. Началу следующего цикла соответствует рис. 4, *е*. Температура в очагах на поверхности образца меняется, оставаясь выше температуры горения в адиабатических условиях, которой соответствует  $\theta = 0$ . В таких случаях мы говорим, что очаги мерцают. Однако на поверхности канала очаги не мерцают, а периодически возникают и исчезают.

Наконец, четвертым типом двухочаговых режимов являются несимметричные нестационарные режимы горения (рис. 5), которые представлены впервые, поскольку при исследовании горения сплошного образца их зафиксировать не удалось. Впервые полученные при исследовании горения толстостенного цилиндра, они, как оказалось, существуют и при горении

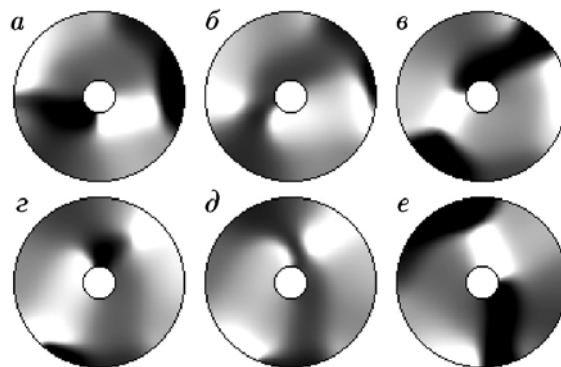


Рис. 5. Двухочаговый несимметричный нестационарный режим. Распределение температуры на поперечных сечениях, проходящих через точки с максимальной температурой, в последовательные моменты времени ( $R_0 = 65$ ,  $R_1 = 0.2R_0$ )

сплошного образца. При таком распространении спиновых волн очаги на внешней поверхности образца периодически поочередно мерцают, уходя в глубь образца. Так, на рис. 5, *а* видно, что один очаг находится на поверхности образца, а другой — во внутренних слоях, причем на поверхности образца часть этого очага наблюдается в виде зоны с существенно более низкой температурой, чем в первом очаге. Затем очаг, находящийся в приповерхностных слоях, растягивается вдоль поверхности, а высокотемпературная зона внутри образца разделяется на два очага (рис. 5, *б*). Наличие встречных потоков тепла от одного из этих двух очагов и первого очага приводит к слиянию очагов, т. е. возникновению высокотемпературной зоны во внутренней части образца (рис. 5, *в*). Образовавшаяся высокотемпературная зона снова разделяется на два очага (рис. 5, *г, д*), которые двигаются в противоположных направлениях — к поверхности и к месту слияния с очагом, движущимся от поверхности внутрь (рис. 5, *е*).

Интересно, что при таком режиме горения на поверхности канала можно видеть один мерцающий очаг, движущийся в направлении, противоположном направлению движения мерцающих очагов на поверхности образца.

На рис. 6 показано, как выглядят линии фронта ( $\eta = 0.5$ ) в последовательные моменты времени на развертке внешней поверхности цилиндра для всех четырех типов двухочаговых режимов. Хорошо видна периодичность спиновых волн. При стационарных режимах линия фронта сохраняет свою форму, а при нестаци-

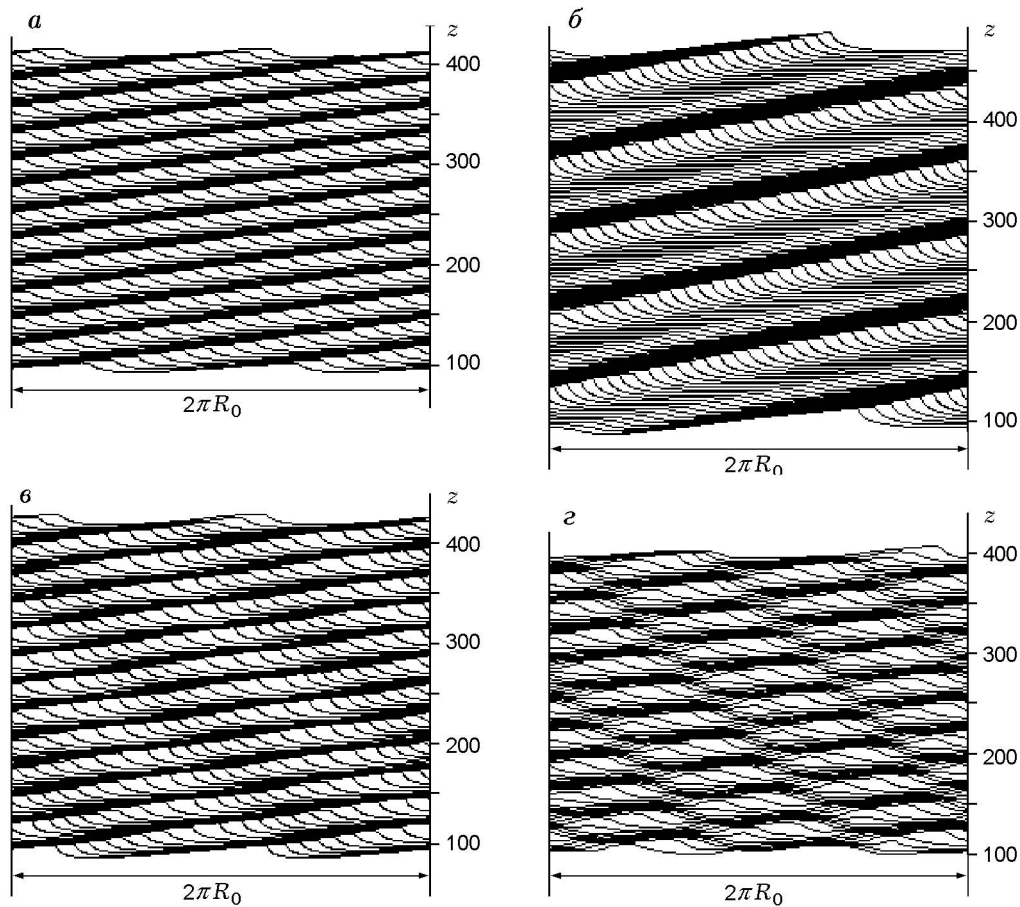


Рис. 6. Положение линий фронта в последовательные моменты времени ( $\Delta\tau = 25$ ) на развертке поверхности цилиндра при двухочаговых режимах:

*a* — симметричный стационарный режим,  $R_0 = 45$ ,  $R_1 = 0.3R_0$ ; *б* — несимметричный стационарный режим,  $R_0 = 90$ ,  $R_1 = 0.5R_0$ ; *в* — симметричный нестационарный режим,  $R_0 = 60$ ,  $R_1 = 0.2R_0$ ; *г* — несимметричный нестационарный режим,  $R_0 = 70$ ,  $R_1 = 0.2R_0$

онарных периодически изменяется, причем период по угловой координате меньше  $2\pi$ .

На рис. 7 представлены области существования двухочаговых спиновых волн горения. Границы между режимами приблизительно, поскольку в пограничной области спиновые волны отличаются слабо и легко преобразуются друг в друга. Как и при горении сплошного образца [9], здесь решение системы неединственно. В частности, режимы, приведенные на рис. 2 и 3, соответствуют одному набору параметров; одному и тому же набору параметров соответствуют также рис. 4 и 5. Кроме того, следует заметить, что в указанной на рис. 7 области значений  $R_0$  и  $R_1$  могут существовать не только двухочаговые, но и многие другие режимы: одноочаговые [15], трехочаговые и т. д. Примеры некоторых из них приведены ниже.

Естественно, возникает вопрос, как осуществляется выход на тот или иной режим. Поскольку при рассматриваемых параметрах плоский фронт неустойчив, даже ошибок округления при счете достаточно, чтобы плоская волна горения преобразовалась в спиновую, т. е. случайно возникшее возмущение не исчезает, как при устойчивом распространении плоской волны, а развивается, в результате чего возникает неоднородное распределение температуры и глубины превращения по поперечному сечению образца. Хаотичное на этом этапе изменение характеристик распространяющегося фронта в конечном итоге вызывает формирование того или иного вида спиновой волны горения. При экспериментальном исследовании нестационарного горения также существует масса факторов, приводящих к воз-

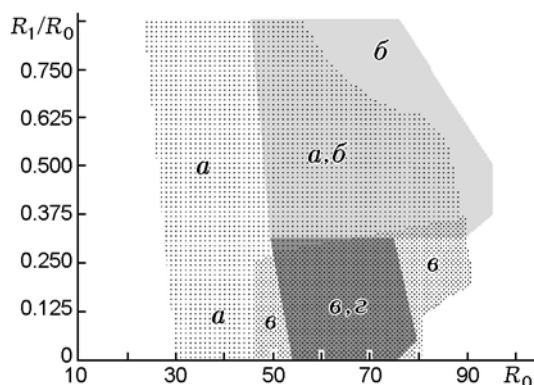


Рис. 7. Области существования двухочаговых режимов:

*a* — симметричный стационарный режим; *б* — несимметричный стационарный режим; *в* — симметричный нестационарный режим; *з* — несимметричный нестационарный режим

никновению спиновых волн горения. Когда при численных экспериментах удавалось получить тот или иной режим, определение области его существования проводилось при медленном изменении управляющих параметров, вплоть до момента перестройки рассматриваемого режима горения в другой. Значения  $R_0$  и  $R_1$ , соответствующие этому моменту, считались лежащими на границе области существования исследуемого режима.

Закономерности изменения характеристик двухочаговых спиновых волн в области управляющих параметров покажем на примере двухочаговой несимметричной стационарной волны горения (рис. 8). Рис. 8, *a* соответствует случаю постоянного внешнего радиуса образца и изменяющегося радиуса канала. Как было показано в [10], очаги формируются из-за того, что внутри образца перераспределяется температура. Это происходит по ряду причин, главная из которых состоит в том, что минимальная глубина превращения в рассматриваемом поперечном сечении находится на поверхности образца и уменьшается при увеличении радиуса образца. Вследствие этого именно на поверхности образца и достигается максимальное тепловыделение. То есть увеличение радиуса сплошного образца при распространении стационарной спиновой волны приводит к увеличению температуры в очаге. По аналогичным причинам максимальная температура  $\theta_{\max}$  уменьшается при увеличении радиуса канала и постоянном радиусе образца. Уменьшение максимальной температуры в очаге при-

водит к уменьшению модуля окружной скорости  $|v|^*$ , что, в свою очередь, обуславливает увеличение времени одного оборота очага вокруг оси  $P$  и шага винтовой траектории  $\Delta h$ . Под шагом винтовой траектории понимается расстояние вдоль одной образующей цилиндра между трассами точки с максимальной температурой. Уменьшение модуля средней скорости движения волны вдоль образца  $|\bar{u}|$  незначительно. В [16] приближенными аналитическими методами показано, что в рассматриваемых условиях скорость распространения плоской стационарной волны  $|\bar{u}| \approx Td$ . Как установлено численными исследованиями,  $|\bar{u}| \approx Td$  и для спиновых волн. Но если радиус образца достаточно мал, то  $|\bar{u}|$  незначительно (на  $2 \div 3\%$ ) больше, чем  $Td$ . По мере увеличения радиуса образца значение  $|\bar{u}|$  убывает и на границе существования рассматриваемого режима может быть меньше  $Td$  не более чем на  $10\%$ . Очаги могут двигаться по часовой стрелке или против нее с равной вероятностью, а направление движения фронта и направление оси  $z$  противоположны. Поэтому на графиках изображены значения модуля скоростей.

На рис. 8, *б* показано изменение характеристик волны, распространяющейся по образцам с различными внешними радиусами, но постоянным радиусом канала. В этом случае, как и при горении сплошного образца, рост радиуса образца ведет к росту максимальной температуры и модуля окружной скорости  $|v|$ . Однако с ростом радиуса образца увеличивается и длина внешней окружности его поперечного сечения. Поэтому, несмотря на увеличение модуля скорости движения очага, время одного оборота вокруг оси увеличивается. Соответственно, за большее время прогревается более широкий слой, т. е. увеличивается шаг винтовой траектории.

На рис. 8, *в* показано изменение характеристик волны, распространяющейся по образцам с различными внешними и внутренними радиусами, но постоянной толщиной стенки образца, т. е.  $R_0 - R_1 = 40$ . Поскольку одновременно увеличиваются и внешний, и внутренний радиусы образца, максимальная температура изменяется слабо. Соответственно, рост окружной скорости незначителен, но время оборота оча-

\*Речь идет о скорости движения очага по поверхности. Но поскольку угловая скорость движения очага постоянна, ее легко посчитать, зная окружную скорость и радиус образца.

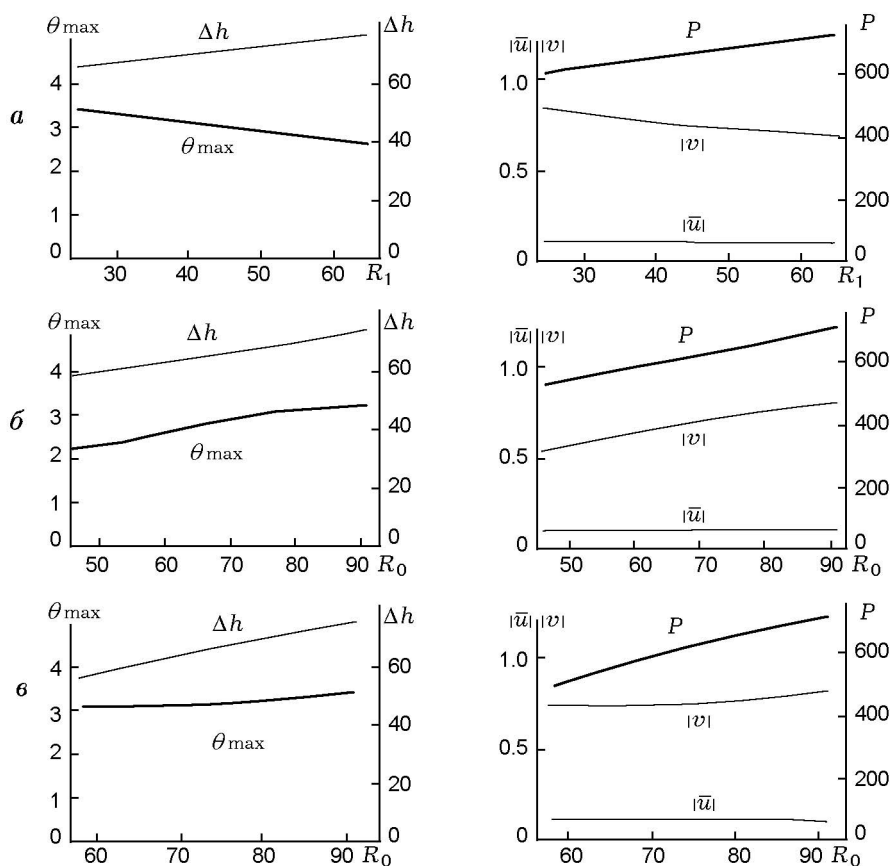


Рис. 8. Изменение характеристик двухочаговой несимметричной стационарной спиновой волны горения:

*a* — при изменении радиуса канала и  $R_0 = 80$ ; *б* — при изменении радиуса образца и  $R_1 = 40$ ; *в* — при таком изменении радиусов образца и канала, что  $R_0 - R_1 = 40$ ;  $\theta_{\max}$  — максимальная температура,  $|v|$  — модуль окружной скорости,  $P$  — время одного оборота очага вокруг оси,  $\Delta h$  — шаг винтовой траектории,  $|\bar{u}|$  — модуль средней скорости движения волны горения вдоль образца

гов вокруг оси и шаг винтовой траектории растут быстрее, чем в двух предыдущих случаях. Как и в предыдущих случаях, уменьшение модуля средней скорости движения волны вдоль образца незначительно.

Аналогичные закономерности изменения характеристик спиновых волн можно наблюдать и при других режимах горения. Однако при распространении нестационарных спиновых волн не только среднюю скорость движения волны вдоль образца, но и все другие характеристики волн надо рассматривать как осредненные величины.

Исследование двухочаговых спиновых волн позволяет понять структуру и механизм распространения многоочаговых спиновых режимов горения. Кроме того, как показали численные эксперименты, закономерности из-

менения характеристик многоочаговых спиновых волн при изменении внешнего и внутреннего радиусов образца такие же, как и в случае двухочаговых\*.

На рис. 9 представлены многоочаговые стационарные спиновые волны, которые удалось получить только при горении толсто-стенного цилиндрического образца. Они имеют много общего с двухочаговыми стационарными спиновыми волнами (см. рис. 2), полученными при горении образца с любым внутренним радиусом. Однако многоочаговые стационарные спиновые волны удалось получить только для узкого диапазона значений радиуса канала. На рис. 9 представлены стационарные

\* Всестороннее и детальное исследование многоочаговых спиновых волн при современном уровне вычислительной техники не представляется возможным.



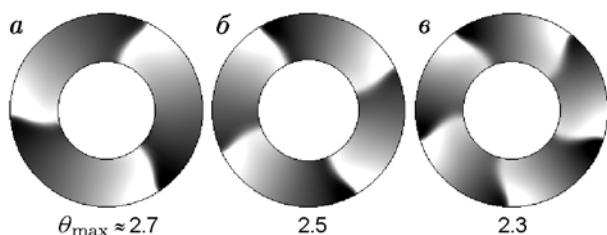


Рис. 9. Стационарные симметричные режимы при  $R_0 = 100$ ,  $R_1 = 0.5R_0$

спиновые режимы с различным числом очагов, при которых структура волны не меняется, а только поворачивается вокруг оси и смещается вниз. Естественно, максимальная температура во всех очагах у каждого режима одна и та же и постоянна. Представленные режимы соответствуют одному набору параметров, но при каждом из этих режимов, как видно из рис. 9, максимальная температура имеет свое значение.

На рис. 10 показаны стационарные спиновые волны, аналогичные приведенным на рис. 3 двухочаговым волнам горения. В трехочаговой спиновой волне все три очага располагаются на разных уровнях. Аналогичную четырехочаговую волну получить не удалось: очаги оказались попарно симметричными. В обоих случаях при распространении волны вся представленная конфигурация, не изменяясь, вращается вокруг оси образца и смещается вниз. При распространении стационарных спиновых волн на поверхности канала можно наблюдать такую же картину, как и на поверхности образца, хотя интенсивность свечения очагов на внутренней поверхности образца меньше, чем на внешней.

На рис. 11 представлены четыре нестаци-

онарные периодические многоочаговые спиновые волны, причем в каждом случае последний график является началом следующего периода. Типы волн *a* (трехочаговая симметричная), *б* (трехочаговая несимметричная) и *в* (четырёхочаговая симметричная) аналогичны полученным при горении сплошного образца и подробно описаны в [11]. На рис. 11, *г* впервые приведена четырехочаговая несимметричная спиновая волна. В этом случае очаги поочередно уходят в глубь образца. Следовательно, такая спиновая волна не может существовать при горении тонкой цилиндрической оболочки. Но и при горении сплошного образца или образца с достаточно маленьким каналом такой режим также получить не удалось: уменьшение радиуса канала неизбежно приводило к перестройке этого режима горения в какой-нибудь другой. Однако при горении толстостенного цилиндра существование такого режима не вызывает сомнений. Более того, при тех же параметрах был получен аналогичный режим с пятью очагами.

На внутренней поверхности образца механизм движения очагов может отличаться от того, который наблюдается на поверхности. Так, при трехочаговой симметричной нестационарной волне (рис. 11, *a*) по поверхности канала распространяется волна, напоминающая волну пульсирующего горения. При распространении спиновых волн с тремя и четырьмя мерцающими очагами на поверхности (рис. 11, *б, в*) по поверхности канала двигаются два мерцающих очага, причем направление их движения противоположно направлению движения очагов на внешней поверхности образца. А в случае несимметричной четырехочаговой спи-

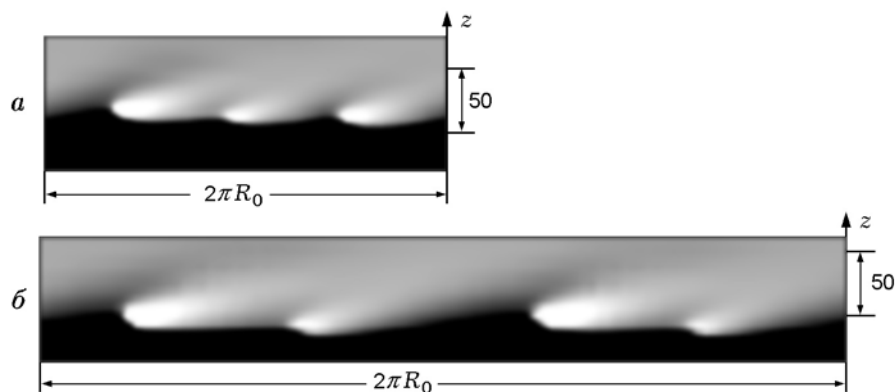


Рис. 10. Стационарные режимы:

*a* — несимметричный трехочаговый,  $R_0 = 50$ ,  $R_1 = 0.5R_0$ ,  $\theta_{\max} \approx 2.1$ ; *б* — симметричный четырехочаговый,  $R_0 = 100$ ,  $R_1 = 0.5R_0$ ,  $\theta_{\max} \approx 2.8$

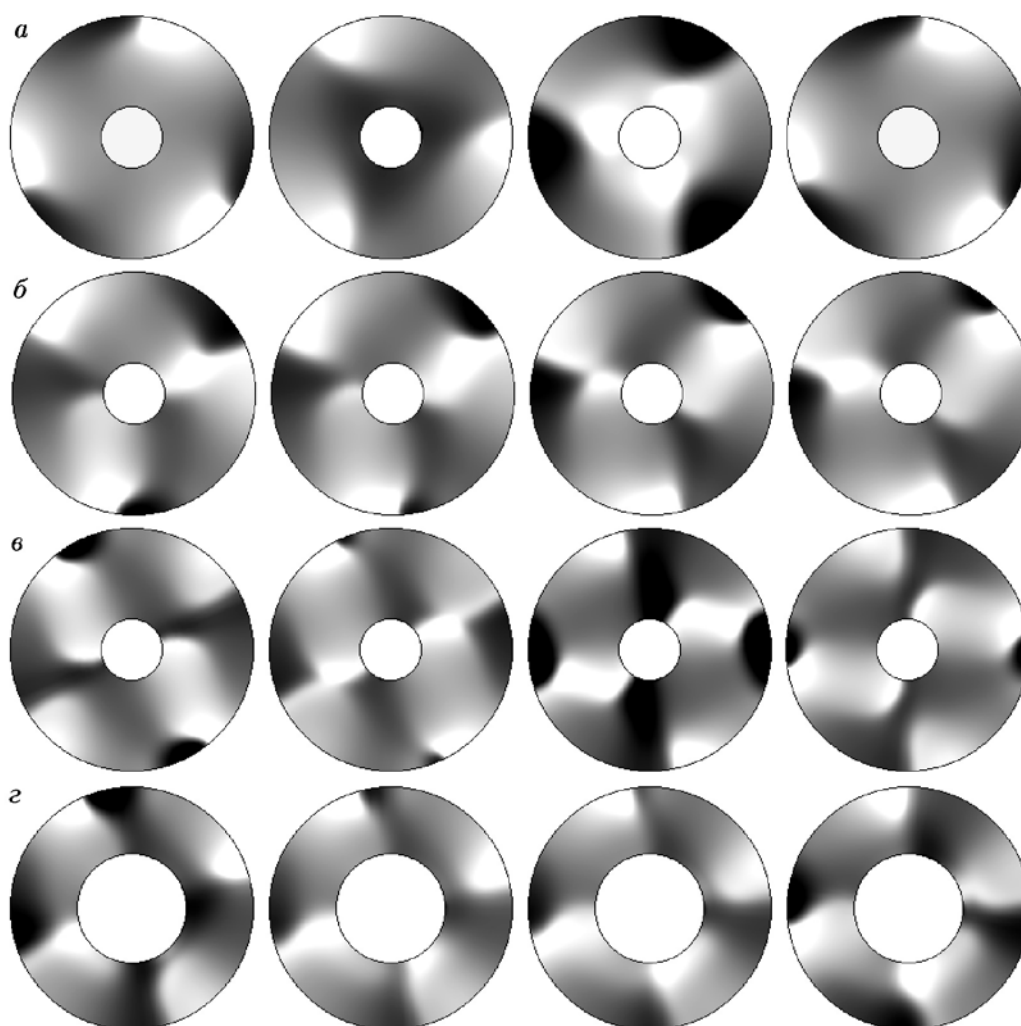


Рис. 11. Периодические многоочаговые спиновые режимы горения:

$a$  —  $R_0 = 50$ ,  $R_1 = 0.25R_0$ ;  $б$  —  $R_0 = 70$ ,  $R_1 = 0.25R_0$ ;  $в$  —  $R_0 = 90$ ,  $R_1 = 0.25R_0$ ;  $г$  —  $R_0 = 70$ ,  $R_1 = 0.45R_0$

вой волны (рис. 11,г) направления движения мерцающих очагов на обеих поверхностях образца совпадают.

При численном исследовании горения толстостенного цилиндрического образца получен также другой механизм распространения нестационарных периодических волн горения, при котором на поверхности образца можно видетьдвигающиеся навстречу друг другу, сливающиеся и раздваивающиеся очаги. Механизм распространения одной из таких волн (с тремя парами очагов) представлен на рис. 12. На рис. 12,а показан момент, когда на внешней поверхности образца можно видеть три очага. Затем от каждой высокотемпературной зоны в разные стороны двигаются два очага (рис. 12,б,в) до слияния с очагами, дви-

гающимися от других высокотемпературных зон (рис. 12,г). Поскольку около поверхности образца на рассматриваемом сечении к этому времени вещество в основном прореагировало, очаги затем двигаются от поверхности во внутреннюю зону (рис. 12,д) до слияния на поверхности канала (рис. 12,е). Каждое из поперечных сечений б-д, на которых представлено распределение температуры, лежит ниже, чем предыдущее, что хорошо видно по снижению температуры на поверхности канала (сечение каждый раз сдвигается в сторону менее прогретой зоны канала). Особенно резко сдвигается вниз точка с максимальной температурой в момент (рис. 12,е), когда из-за слияния трех высокотемпературных зон достигается особенно высокая температура. Но такое движение

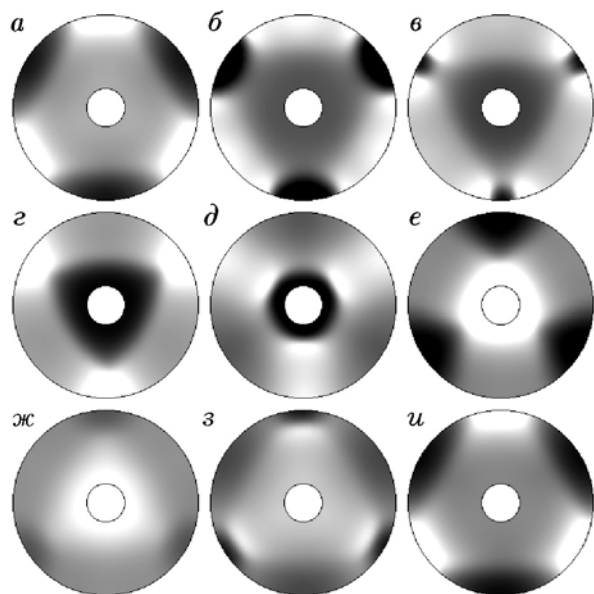


Рис. 12. Периодический режим со встречным движением высокотемпературных очагов ( $R_0 = 75$ ,  $R_1 = 0.2R_0$ )

кратковременно, поскольку фронт попадает в зону холодных реагентов. После этого движение фронта вдоль поверхности канала практически прекращается, а максимальная температура снижается из-за теплоотвода к слабо прогретой внешней поверхности образца. Сечение *ж* лежит выше, чем сечение *е*, поскольку к моменту, показанному на сечении *ж*, максимальная температура, соответствующая сечению *е*, опустилась ниже, чем максимальная температура на уровне сечения *ж*. Но уже сечение *з* лежит ниже, чем сечение *е*, поскольку возникли три новых очага,двигающихся от поверхности канала к поверхности образца. Сечение *и*, лежащее еще ниже, является началом нового цикла, что легко видеть по его совпадению с рис. 12, *а*. Таким образом, поочередно внешняя и внутренняя части фронта продвигаются вниз, когда очаги двигаются по внешней поверхности образца или когда быстро сгорает область, прилегающая к поверхности канала. Значение максимальной температуры в рассматриваемом случае меняется от  $\theta_{\max} \approx 1$  (*з*) до  $\theta_{\max} \approx 3.6$  (*г*).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, при численном исследовании нестационарного безгазового горения толстостенного цилиндрического образца установлены

четыре типа двухочаговых спиновых волн (симметричных стационарных, несимметричных стационарных, симметричных нестационарных, несимметричных нестационарных), два из которых представлены впервые. Определены области существования полученных режимов. Показаны закономерности изменения характеристик двухочаговых спиновых волн при изменении внешнего и внутреннего радиусов толстостенного цилиндрического образца. Проанализированы полученные многоочаговые спиновые волны.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мержанов А. Г., Филоненко А. К., Боровинская И. П. Новые явления при горении конденсированных систем // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208, № 4. С. 892–894.
2. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г., Шкадинский К. Г. Математическая модель спинового горения // Докл. АН СССР. 1978. Т. 239, № 5. С. 1086–1088.
3. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г., Шкадинский К. Г. О закономерностях спинового режима распространения фронта горения // Физика горения и взрыва. 1980. Т. 16, № 2. С. 3–10.
4. Grachev V. V., Ivleva T. P. Surface and layer-by-layer combustion modes in gas-solid systems // Intern. J. SHS. 1998. V. 7, N 1. P. 1–19.
5. Максимов Ю. М., Пак А. Т., Лаврентчук Г. В. и др. Спиновое горение безгазовых систем // Физика горения и взрыва. 1979. Т. 15, № 3. С. 156–159.
6. Максимов Ю. М., Мержанов А. Г., Пак А. Т., Кучкин М. Н. Режимы неустойчивого горения безгазовых систем // Физика горения и взрыва. 1981. Т. 17, № 4. С. 51–58.
7. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Математическое моделирование трехмерных спиновых режимов волн безгазового горения // Докл. РАН. 1999. Т. 369, № 2. С. 186–191.
8. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Трехмерные спиновые волны безгазового горения // Докл. РАН. 2000. Т. 371, № 6. С. 753–758.
9. Ivleva T. P., Merzhanov A. G. Structure and variability of spinning reaction waves in three-dimensional excitable media // Phys. Rev. E. 2001. V. 64, N 3. 036218.
10. Ивлева Т. П., Мержанов А. Г. Математическое моделирование трехмерных спиновых режимов безгазового горения // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 1. С. 47–54.
11. Ivleva T. P., Merzhanov A. G. Three-dimensional modes of unsteady solid-flame combustion // Chaos. 2003. V. 13, N 1. P. 80–85.
12. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1987.

13. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мер-жанов А. Г. Распространение пульсирующего фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 19–28.
14. Ивлева Т. П., Шкадинский К. Г. Алгоритм построения подвижной, неравномерной, адаптирующейся к решению расчетной сетки // Информ. бюл. Госфонда алгоритмов и программ СССР. 1979. № 1 (27). С. 18–19.
15. Ивлева Т. П. Распространение одноочаговой спиновой волны по толстостенному цилиндру в адиабатических условиях // Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42, № 4. С. 41–49.
16. Новожилов Б. В. Скорость распространения фронта экзотермической реакции в конденсированной фазе // Докл. СССР. 1961. Т. 141, № 1. С. 151–153.

*Поступила в редакцию 31/X 2005 г.,  
в окончательном варианте — 3/IV 2006 г.*

---