

лесного пожара. Для рассмотренных устойчивых верховых лесных пожаров установлено, что механизм зажигания газофазный, а основной вклад в суммарный тепловой поток дает излучение от фронта пожара.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981.
2. Гришин А. М., Грузин А. Д., Зверев В. Г. Теплофизика лесных пожаров.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1984.
3. Гришин А. М., Зверев В. Г., Шевелев С. И. ФГВ, 1986, 22, 6.
4. Гришин А. М., Илюхин В. В. ФГВ, 1985, 21, 1.
5. Гришин А. М., Абалтусов В. Е., Веснин А. И. и др. Деп. в ВИНТИ, 1982, № 4873—82.
6. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением.— М.: Мир, 1975.
7. Блох А. Г. Основы теплообмена излучением.— М.; Л.: Госэнергоиздат, 1962.
8. Седов Л. И. Механика сплошной среды.— М.: Наука, 1976.— Т. 1.
9. Патанкар С., Сполдинг Д. Тепло- и массообмен в пограничных слоях.— М.: Энергия, 1971.
10. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя.— М.: Наука, 1974.
11. Юдаев Б. Н., Михайлов М. С., Савин В. К. Теплообмен при взаимодействии струй с преградами.— М.: Машиностроение, 1977.
12. Ahtani H., Akita K., Hirano T. Comb. Flame, 1983, 53, 1—3.
13. Гришин А. М., Фомин В. М. Сопряженные и нестационарные задачи механики реагирующих сред.— Новосибирск: Наука, 1984.
14. Померанцев В. В., Арефьев К. М., Ахмедов Д. Б. Основы практической теории горения.— Л.: Энергия, 1973.
15. Алексеев Б. В., Гришин А. М. Введение в аэротермохимию.— Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1978.
16. Самарский А. А. Введение в численные методы.— М.: Наука, 1982.
17. Гришин А. М., Берцун В. Н., Зинченко В. И. Итерационно-интерполяционный метод и его приложения.— Томск: Изд-во Том. ун-та, 1981.
18. Назаров Г. И., Сушкин В. В. Теплостойкие пластмассы: Справочник.— М.: Машиностроение, 1980.
19. Юдин В. М. ИФЖ, 1973, 24, 4.
20. Полежаев Ю. В., Юревич Ф. Б. Тепловая защита.— М.: Энергия, 1976.
21. Синицын С. П. ФГВ, 1987, 23, 4.
22. Валендик Э. И., Матвеев Н. М., Сафронов М. А. Крупные лесные пожары.— М.: Наука, 1979.
23. Червоный М. Г. Авиационная охрана лесов.— М.: Лесн. пром-сть, 1979.
24. Гришин А. М., Кузин А. Я. // Материалы III Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— М.: Наука, 1972.

г. Томск

Поступила в редакцию 28/III 1989,  
после доработки — 12/IV 1990

УДК 621.45.034.022.5 : 536.46

Н. В. СТРУМПЭ, В. И. ФУРЛЕТОВ

### АНАЛИЗ РЕЖИМА ВИБРАЦИОННОГО ГОРЕНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Анализ конкретного режима вибрационного горения энергетическим методом позволяет найти вклад различных физических взаимодействий в изменение энергии звуковых колебаний газа в камере сгорания [1]. Соответствующие взаимодействия (например, между колебаниями давления газа и колебаниями скорости тепловыделения, звуковыми и энтропийными волнами) описываются отдельными членами известного уравнения баланса звуковой энергии [1, 2]. Вывод этого уравнения заключался в конструировании под знаком дифференцирования по времени положительно-определенной квадратичной формы

$$E'_{II} = \frac{\rho_0 v'^2}{2} + \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2},$$

© 1990 Струмпа Н. В., Фурлетов В. И.

совпадающей с выражением для плотности энергии изоэнтропических звуковых колебаний в неподвижной однородной среде [3] ( $\rho_0, c_0$  — стационарные значения плотности газа и скорости звука,  $p'$  и  $v'$  — давление и скорость смещения частиц газа в звуковой волне). Процедура конструирования состояла в умножении линеаризованных уравнений сохранения массы, количества движения и баланса энтропии на некоторые скалярные и векторные функции, последующем суммировании уравнений и придании полученному уравнению дивергентной формы. Вектор

$$\vec{\Pi}'_{II} = p' \vec{v}' + \vec{v}_0 \left( \frac{\rho_0 v'^2}{2} - \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} \right)$$

имеет смысл плотности потока звуковой энергии. Его вид зависит от выбранной формы для плотности энергии.

В  $E'_{II}$  отсутствует слагаемое  $v_0 \rho' v'$  — часть возмущения кинетической энергии газа. В литературе по акустике встречаются выражения

$$E'_I = \frac{\rho_0 v'^2}{2} + \frac{p'^2}{2\rho_0 c_0^2} + \frac{1}{c_0^2} (\vec{v}_0 \vec{v}') p',$$

$$\vec{\Pi}'_I = p' \vec{v}' + \rho_0 (\vec{v}_0 \vec{v}') \vec{v}' + \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \vec{v}_0 p'^2 + \frac{1}{c_0^2} \vec{v}_0 (\vec{v}_0 \vec{v}') p',$$

учитывающие этот член [4—6]. Различные модификации выражений этого типа связаны с применением соотношения  $p' = \rho' c^2$ , справедливого для изоэнтропического течения. Поэтому стоит вопрос о том, в какой мере выбранное для вывода уравнения баланса звуковой энергии выражение для плотности энергии  $E'_{II}$  является истинной мерой данной физической величины. Ответ на него имеет принципиальное значение, так как от определения плотности энергии колебаний зависят выражения для плотности ее потока и источниковых членов в уравнении баланса энергии, а следовательно, и выводы о физической природе источников генерации и диссипации звуковой энергии. По этой причине в начале статьи дается вывод основных энергетических соотношений. Он ограничен случаем продольных колебаний газа в камере сгорания.

Вклад различных физических взаимодействий в устойчивость процесса горения можно оценить величинами, которые по аналогии с логарифмическим декрементом затухания определяются как отношение соответствующего приращения энергии за один период колебаний к удвоенной энергии колебаний, накопленной в системе. Как и в [2], эти величины будем называть показателями устойчивости. Для их вычисления необходимо знать параметры колебаний. В частности, значения амплитуды и фазы колебаний скорости и энтропии газа в зоне горения. Измерение этих величин в высокотемпературном реагирующем потоке газа на режиме вибрационного горения представляет сложную задачу. Поэтому часть статьи посвящена методике оценки стационарных и возмущенных параметров газа в камере. Она основана на численном интегрировании системы уравнений для продольных колебаний газа с использованием ограниченного объема экспериментальных данных. Предложенная методика применена к анализу режима вибрационного горения, описанного в [7].

### Основные энергетические соотношения

**Вывод уравнения энергии для малых неизоэнтропических колебаний идеального газа в одномерном потоке с источниками тепловыделения.** Соответствующее выражение получим из общего уравнения энергии

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\rho v^2}{2} + \rho \epsilon \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho v \left( \frac{v^2}{2} + w \right) \right] = F, \quad (1)$$

где  $\epsilon$  — внутренняя термодинамическая энергия (без учета химической

энергии);  $w = \epsilon + pV = \epsilon + p/\rho$  — энтальпия;  $V$  — объем единицы массы газа;  $F$  — известная скорость тепловыделения. Остальные обозначения общеприняты. Такой подход позволяет не упустить в выражениях для плотности энергии колебаний нужных членов. Подобным образом уравнение для энергии возмущений выводилось для случая изэнтропического распространения звука в неподвижной однородной среде в работах [3, 4] и для неизэнтропического распространения звука в движущейся неоднородной среде без тепловыделения в [8]. В [3, 4, 8] газ считался идеальным (невязким и нетеплопроводным).

Выпишем недостающие уравнения газовой динамики

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad p = R\rho T. \quad (2)$$

Возмущения параметров газа предполагаем малыми в сравнении с их стационарными значениями. Это позволяет разложить величины, входящие в (1), в ряды около стационарных значений. В качестве независимых термодинамических параметров выберем плотность  $\rho$  и энтропию  $s$  единицы массы газа. С помощью термодинамических тождеств

$$ds = Tds - pd\rho/\rho^2, \quad dw = Tds + dp/\rho, \quad d\epsilon = c_v(T)dT \quad (3)$$

из (1) и (2) следует уравнение для изменения энтропии

$$\rho T \frac{ds}{dt} = F. \quad (4)$$

Возмущенные значения параметров представим в виде

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 + \rho' = \rho_0 + \rho'_1 + \rho'_2 + \dots, & s &= s_0 + s' = s_0 + s'_1 + s'_2 + \dots, \\ &= v_0 + v' = v_0 + v'_1 + v'_2 + \dots, & F &= F_0 + F' = F_0 + F'_1 + F'_2 + \dots, \dots \end{aligned}$$

Буквы с индексом нуль обозначают стационарные значения, со штрихом — отклонения от них. Стационарное движение газа описывается системой (2) — (4) с частными производными по времени, равными нулю. Отклонения с индексом 1, линейные части возмущений, удовлетворяют системе линеаризованных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial \rho'_1}{\partial x} + \rho_0 \frac{\partial v'_1}{\partial x} + v'_1 \frac{d\rho_0}{dx} + \rho'_1 \frac{dv_0}{dx} &= 0, \\ \frac{\partial v'_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial v'_1}{\partial x} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'_1}{\partial x} + v'_1 \frac{dv_0}{dx} - \frac{\rho'_1}{\rho_0^2} \frac{dp_0}{dx} &= 0, \\ \rho_0 T_0 \left( \frac{\partial s'_1}{\partial t} + v_0 \frac{\partial s'_1}{\partial x} + v'_1 \frac{ds_0}{dx} + p'_1 \frac{v_0}{p_0} \frac{ds_0}{dx} \right) &= F'_1, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $p'_1 = c_0^2 \rho'_1 + p_0 s'_1 / c_v$ . В зоне горения, где производные по координатам от стационарных параметров отличны от нуля, возмущения плотности, энтропии и скорости взаимодействуют друг с другом уже в линейном приближении.

Нелинейные части возмущений с индексом 2 даются решением неоднородной системы линейных уравнений, в которых сохранены члены не выше второго порядка малости по  $\rho'_1$ ,  $s'_1$  и  $v'_1$ . Эти уравнения из-за экономии места не приведены.

Разложения для плотности энергии и ее потока могут быть получены по разложению

$$\epsilon' = T_0 s' + \frac{p_0}{\rho_0^2} \rho' + \frac{T_0}{2c_v} s'^2 + \frac{p_0}{c_v \rho_0^2} s'_1 \rho'_1 + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{\kappa} \right) \frac{c_0^2}{\rho_0^2} \rho_1'^2,$$

в котором возмущения в первой степени представлены суммами  $\rho' = \rho'_1 + \rho'_2, \dots$ ;  $\kappa = c_p / c_v$ .

Упростим выражение для энергии возмущений, оставив в нем только члены, относящиеся к линейной акустике, т. е. к решению системы

(5). Для этого исключим члены второго порядка малости  $\rho'_2, s'_2, v'_2$  с помощью соответствующей системы уравнений. В свою очередь (5) позволяет исключить линейные члены первого порядка малости. Роль этих членов в выражениях плотности энергии и ее потока существенна в случаях, когда при колебаниях изменяется общая масса газа в объеме камеры сгорания и когда колебания неустановившиеся.

В результате проделанных преобразований получаем дивергентную форму уравнения энергии, не содержащую в правой части производных от  $\rho'_1, s'_1$  и  $v'_1$ . Входящая в него положительно определенная квадратичная форма

$$E'_{III} = \frac{\rho v'^2}{2} + \frac{p'^2}{2\rho c^2} + \frac{\rho T}{2c_p} s'^2$$

есть искомое выражение для плотности энергии неизоэнтропических колебаний газа. Для упрощения записи здесь и в дальнейшем стационарные величины и возмущения записаны без индексов нуль и 1.

Слагаемое  $v\rho'v'$  не вошло в выражение для  $E'_{III}$ , поскольку производная от него по времени связана с производной от возмущения энтропии по координате:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta E'}{\partial t} + \frac{\partial \Delta \Pi'}{\partial x} = & -\frac{vp}{\rho c_v} \rho' \frac{\partial s'}{\partial x} - \frac{v}{\rho} \frac{d}{dx} \left( \frac{p}{c_v} \right) \rho' s' + \\ & + \left[ (1 - M^2) \frac{c^2}{\rho} \frac{dv}{dx} - \frac{v}{2\rho} \frac{dc^2}{dx} \right] \rho'^2 + \rho \frac{dv}{dx} v'^2, \end{aligned}$$

$$\Delta E = v\rho'v', \quad \Delta \Pi = v(c^2\rho'^2/2\rho - \rho v'^2/2) + vv'(\rho v' + \rho'v).$$

Для его доказательства частные производные по времени следует заменить выражениями, которые получаются из (5), продифференцировать  $\Delta \Pi$  по  $x$  и привести подобные члены. В случае изоэнтропического распространения звуковой волны в газе ( $s = s' = 0$ ) формулам для плотности энергии и ее потока  $\Pi'_{III} = p'v' + vE'_{III}$  наряду с  $E'_{II}$  и  $\Pi'_{II}$  можно придать равносильный вид  $E'_I$  и  $\Pi'_I$  [6].

Энергия неизоэнтропических колебаний газа включает в себя энергию звуковых колебаний и внутреннюю энергию, связанную с возмущениями энтропии. Так как возмущения энтропии переносятся вместе с газом, их вклад целесообразно исключить. В результате получим уравнение энергии звуковых колебаний, в котором выражения плотности звуковой энергии и плотности ее потока совпадают с  $E'_{II}$  и  $\Pi'_{II}$ . Его вид зависит от выбора независимых переменных для термодинамических величин. Наиболее простой вид оно принимает при использовании в качестве независимых переменных  $p$  и  $s$ . Полагая в дальнейшем удельные теплоемкости  $c_p$  и  $c_v$  постоянными, приходим к известному уравнению [1]

$$\frac{\partial E'_{II}}{\partial t} + \frac{\partial \Pi'_{II}}{\partial x} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{F'p'}{p} - \frac{2\kappa - 1 - \kappa M^2}{2\rho c^2} \frac{dv}{dx} \rho'^2 + \frac{\rho v}{c_p} \frac{dv}{dx} s'v' - \rho \frac{dv}{dx} v'^2. \quad (6)$$

**Уравнение баланса энергии звуковых колебаний. Показатели устойчивости.** От (6), выражающего закон изменения энергии колебаний в дифференциальной форме, перейдем к интегральному соотношению. После осреднения по времени за период колебаний  $\tau$ , интегрирования по объему камеры и деления всех членов на площадь поперечного сечения камеры, которая предполагается постоянной, получим уравнение баланса энергии для звуковых колебаний

$$\frac{d\mathcal{E}_{II}}{dt} = G + \bar{\Pi}'_{II}(0) - \bar{\Pi}'_{II}(l) + \bar{\Pi}'_{II}(x_c + 0) - \bar{\Pi}'_{II}(x_c - 0) + V_1 + V_2, \quad (7)$$

$$\mathcal{E}_{II} = \int_0^l \bar{E}'_{II} dx, \quad G = \int_0^l g dx, \quad g = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{F'p'}{p}, \quad \bar{\Pi}'_{II}(x) = (\bar{p}'v' + v\bar{E}'_{II})|_x,$$

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= \int_0^l g_i dx \quad (i = 1, 2), \quad g_1 = \rho v \frac{dv}{dx} \frac{\bar{v}'s'}{c_p}, \quad g_2 = \\ &= - \left( \frac{2\kappa - 1 - \kappa M^2}{2\rho c^2} \bar{p}'^2 + \rho \bar{v}'^2 \right) \frac{dv}{dx}. \end{aligned}$$

Черта над буквами означает осреднение за период;  $l$  — длина камеры;  $\mathcal{E}_{II}$  — средняя полная звуковая энергия в объеме камеры сгорания (в расчете на единицу площади ее поперечного сечения);  $\bar{\Pi}'_{II}(0)$  и  $\bar{\Pi}'_{II}(l)$  — плотности потоков звуковой энергии через начальное и конечное сечения камеры;  $\bar{\Pi}'_{II}(x_c - 0)$  и  $\bar{\Pi}'_{II}(x_c + 0)$  — аналогичные величины слева и справа от сечения, в котором расположен стабилизатор;  $G$ ,  $V_1$ ,  $V_2$  — средние скорости изменения звуковой энергии в объеме камеры, обусловленные взаимодействием колебаний давления с процессом горения, звуковой и энтропийной волн и взаимодействием между звуковыми волнами соответственно.

Таким образом, изменение звуковой энергии в объеме камеры происходит из-за генерации или диссипации энергии при взаимодействии колебаний давления с процессом тепловыделения ( $G$  — математическое выражение принципа Релея), из-за потока энергии через концевые сечения, диссипации энергии на стабилизаторе как гидравлическом сопротивлении и из-за взаимодействия звуковых и энтропийных волн в зоне горения.

Соответствующие члены уравнения (7) удобно сравнивать с помощью безразмерных величин — показателей устойчивости [2]:

$$\begin{aligned} d_G &= \frac{G\tau}{2\mathcal{E}_{II}}, \quad d_{\Pi_0} = \frac{\bar{\Pi}'_{II}(0)\tau}{2\mathcal{E}_{II}}, \\ \dot{d}_{\Pi_1} &= -\frac{\bar{\Pi}'_{II}(l)\tau}{2\mathcal{E}_{II}}, \quad \dot{d}_c = \frac{[\bar{\Pi}'_{II}(x_c + 0) - \bar{\Pi}'_{II}(x_c - 0)]\tau}{2\mathcal{E}_{II}}, \\ d_{V_i} &= \frac{V_i\tau}{2\mathcal{E}_{II}}, \quad d_\Sigma = \frac{\tau}{2\mathcal{E}_{II}} \frac{d\mathcal{E}_{II}}{dt}. \end{aligned}$$

Умножив все члены (7) на  $\tau/2\mathcal{E}_{II}$ , получим  $\dot{d}_\Sigma = d_G + d_{\Pi_0} + d_{\Pi_1} + d_c + d_{V_1} + d_{V_2}$ . Показатель устойчивости  $d_\Sigma$  имеет смысл логарифмического декремента колебаний.

#### Методика оценки параметров газа при вибрационном горении

**Интегрирование системы уравнений.** Для численного интегрирования системы (2) — (4), описывающей одномерное течение газа, воспользуемся методом, изложенным в [9]. Для этого перейдем к переменным  $p$ ,  $\rho$  и  $v$ . Выражение (4) заменим на равноценное:

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + \kappa p \frac{\partial v}{\partial x} = (\kappa - 1) F.$$

Скорость тепловыделения  $F$  предполагается известной из эксперимента функцией  $x$  и  $t$ , ее задание позволяет замкнуть систему основных уравнений;  $\kappa = \text{const}$ . Стационарное движение описывается указанной системой с производными по времени, равными нулю, возмущения — системой (5), в которой последнее уравнение заменено на

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + v \frac{\partial p'}{\partial x} + \kappa p \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial p}{\partial x} + \kappa p' \frac{dv}{dx} = (\kappa - 1) F'.$$

В результате интегрирования должны быть определены распределения по длине камеры всех величин, характеризующих стационарное и возмущенное движения газа. Основные изменения, внесенные в методику расчета [9], приводятся ниже.

Для описания стационарного движения необходимы геометрические параметры камеры (длина  $l$ , положение стабилизатора  $x_c$ ), параметры состояния газа (значения  $p_1, \rho_1, v_1$  на входе в камеру, полный подогрев газа  $q_m$ , газовая постоянная  $R, \kappa$ ), коэффициент гидравлического сопротивления стабилизатора  $\zeta$  и изменения коэффициента полноты сгорания топлива  $\eta$  по длине камеры. Эти величины могут быть измерены непосредственно или вычислены по измеренным параметрам. Так, для определения  $\zeta$  для V-образного стабилизатора нужно задаться степенью загромождения сечения камеры стабилизатором и углом при его вершине [10]. Коэффициент полноты сгорания топлива и его производная по  $x$  могут быть найдены по формулам

$$\eta(z) = \eta(z_b) \frac{\int_0^z Q(z) dz}{\int_0^{z_b} Q(z) dz}, \quad \frac{d\eta}{dx} = \eta(z_b) \frac{Q(z)}{\int_0^{z_b} Q(z) dz},$$

где  $z = x - x_c$ ;  $z_b = x_b - x_c$  — расстояние от стабилизатора до сечения, в котором по характеру изменения статического давления или по результатам химического анализа газовых проб известен коэффициент  $\eta(x_b)$ ;  $Q(z)$  — экспериментально определенная по излучению радикалов СН зависимость линейной (интегральной по поперечному сечению камеры) скорости тепловыделения от расстояния до стабилизатора.

Решение для стационарного движения газа выписано в [9] для трех участков камеры. На начальном тепловыделение отсутствует и все параметры газа постоянны, на следующем участке происходит горение; граница между ними проходит по сечению, в котором находится стабилизатор; на последнем процесс горения завершился и параметры газа остаются неизменными. Уравнения связи для стационарных параметров и их возмущений на границах между участками рассмотрены в [9].

Решение для возмущений ищется в виде

$$\rho' = \sigma(x) e^{-i\omega t}, \quad v' = v(x) e^{-i\omega t}, \quad p' = \pi(x) e^{-i\omega t},$$

где  $\sigma(x)$ ,  $v(x)$  и  $\pi(x)$  — комплексные амплитуды (например  $\sigma(x) = \sigma_r(x) + i\sigma_i(x)$ );  $\omega = 2\pi f$ ;  $f$  — известная из эксперимента частота колебаний. После подстановки этих выражений в уравнения и сокращения на  $e^{-i\omega t}$  получаем

$$\begin{aligned} v \frac{d\sigma}{dx} + \rho \frac{dv}{dx} &= \left( i\omega - \frac{dv}{dx} \right) \sigma - \frac{d\rho}{dx} v, \\ \rho^2 v \frac{dv}{dx} + \rho \frac{d\pi}{dx} &= \frac{dp}{dx} \sigma + \rho^2 \left( i\omega - \frac{dv}{dx} \right) v, \\ \kappa p \frac{d\pi}{dx} + v \frac{d\pi}{dx} &= - \frac{dp}{dx} v + \left( i\omega - \kappa \frac{dv}{dx} \right) \pi + (\kappa - 1) \tilde{F}, \end{aligned} \quad (8)$$

$\tilde{F}$  — комплексная амплитуда возмущений скорости тепловыделения;  $F' = |\tilde{F}| e^{-i(\omega t - \varphi)}$ . Такая же подстановка делается в граничное условие при  $x=0$  и в условия стыковки решений на границах смежных участков камеры.

Интегрирование системы (8) проводится методом Рунге — Кутты четвертого порядка с постоянным шагом интегрирования, начиная с  $\bar{x} = 0$ . Закачивается интегрирование в конце камеры при  $\bar{x} = 1$ . Отсутствие граничного условия в этом сечении компенсируется экспериментальными данными и предположением об изоэнтропическом характере движения газа при  $x=0$ . В начале камеры  $\sigma(0) = \pi(0)/c_1^2$  и  $v(0) = \eta_a(0)\pi(0)/\rho_1 c_1$ . Величина акустической проводимости  $\eta_a(0)$  может

быть определена по экспериментальным данным (см. ниже). Значения комплексной амплитуды колебаний давления при  $x=0$  зададим в виде  $\pi_r(0) = \varepsilon/B$ ,  $\pi_i(0) = 0$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_m/\kappa$ ,  $\varepsilon_m$  — относительная амплитуда колебаний давления в пучности с координатой  $x_{mi}$ :  $\varepsilon_m = |p'(x_{mi})|/|p'(0)| \ll 1$ ;  $B = |p'(x_{mi})|/|p'(0)|$ . Если амплитуда колебаний  $|p'(0)|$  в эксперименте не измерена, то следует положить  $B = kB_0$  ( $B_0 = (1 + |q_a(0)|)/(1 + 2q_r(0) + |q_a(0)|^2)^{1/2}$ ,  $q_a(0) = q_r(0) + iq_i(0)$  — коэффициент отражения звуковой волны от сечения  $x=0$ ). Значение множителя  $k$  зависит от положения пучности давления  $x_{mi}$ , по которой определена  $\varepsilon_m$ . При  $x_{mi} \leq x_c$ ,  $k=1$ ; при  $x_{mi} > x_c$  потребуем совпадения вычисленного распределения  $|\pi(x)|$  с экспериментальным  $|p'(0)|/|p'(x_{mi})|$  в произвольном сечении  $x$  на холодном участке камеры. Для этого положим  $k = |\pi_0(x)| \times |p'(x_{mi})|/|p'(x)|$ ;  $|\pi_0(x)|$  — амплитуда колебаний давления в сечении  $x$ , вычисленная при  $k=1$ .

Для интегрирования системы (8) остается задать величину возмущений скорости тепловыделения  $\bar{F}$ . Отсутствие уравнений, описывающих механизм обратной связи (зависимость  $\bar{F}$  от  $\sigma$ ,  $v$ ,  $\pi$ ), компенсируется экспериментальными данными. Возмущения  $F'$  связаны с измеренными в эксперименте скоростями тепловыделения на единицу длины пламени  $Q'$  [9] соотношением  $F' = FQ'/Q$ . Отсюда  $\bar{F}(x) = F(Q_r + iQ_i)$ , где  $Q_r = |Q'(x)| \cos \varphi/Q(x)$ ;  $Q_i = |Q'(x)| \sin \varphi/Q(x)$ . Отношение  $|Q'(x)|/|Q(x)|$  определяется экспериментально. Величина  $F$  вычисляется через производную  $d\eta/dx$  [9]. Начальная фаза  $\varphi$  колебаний  $Q'$  и  $F'$  одинакова, она равна углу фазового сдвига между колебаниями скорости тепловыделения и давления в сечении  $x=0$  (где начальная фаза колебаний давления равна нулю). Для определения  $\varphi$  используются экспериментальные значения угла фазового сдвига между колебаниями  $Q'$  и  $p'$  в сечениях зоны горения  $x$  и угла фазового сдвига между колебаниями  $p'(x)$  и  $p'(0)$ , вычисленные в процессе интегрирования. На этом описание процедуры интегрирования системы (8) можно считать законченным.

Такой подход к оценке неизвестных параметров колебаний газа, отвечающих исследуемому режиму вибрационного горения, не сводится к решению задачи о вынужденных колебаниях под воздействием пульсирующего теплоподвода. Это видно из того, что амплитуда  $|p'(x_{mi})|$  берется из эксперимента, а не вычисляется. В силу линейности модели численные оценки других параметров (кроме возмущений скорости тепловыделения) оказываются пропорциональными этой величине. Измеренные одновременно с  $p'(x_{mi})$  возмущения скорости тепловыделения являются результатом процесса, имеющего в действительности нелинейный характер. Представление о достоверности получаемых оценок дает сопоставление расчетных и экспериментальных данных.

**Определение акустической проводимости.** Для нахождения  $\eta_a(0)$  используется метод, основанный на вычислении коэффициента отражения по экспериментальным значениям амплитуды и фазы колебаний давления на холодном участке камеры. Он отличается от известных методов длиной линии [11]. При  $x < x_c$  решение системы уравнений для возмущений имеет вид

$$p' = \left( P_+ e^{i \frac{\omega x}{(1+M)c}} + P_- e^{-i \frac{\omega x}{(1-M)c}} \right) e^{-i\omega t},$$

$$v' = \frac{1}{\rho c} \left( P_+ e^{i \frac{\omega x}{(1+M)c}} - P_- e^{-i \frac{\omega x}{(1-M)c}} \right) e^{-i\omega t}, \quad \rho' = p'/c^2.$$

Нижний индекс плюс относится к звуковой волне, движущейся в положительном направлении оси  $x$ ; индекс минус — к волне, движущейся в отрицательном направлении, т. е. против потока газа; амплитуды  $P_+$ ,  $P_-$  — комплексные величины.

Для волны, распространяющейся против потока, коэффициент отражения  $q_a(x) = (P_+/P_-) \exp(i2\omega x/(1-M^2)c)$ . При  $x=0$   $q_a(0) = P_+/P_- =$

$= |q_a(0)| \exp(i\varphi_a)$ ,  $\varphi_a$  — угол фазового сдвига между отраженной и падающей волнами. Комплексная амплитуда колебаний давления находится из выражения

$$p(x) = P_- e^{-i\frac{\omega x}{(1-M)c}} \left( 1 + |q_a(0)| e^{i\frac{2\omega x}{(1-M^2)c} + \varphi_a} \right),$$

используя которое, по заданной величине  $q_a(0)$  можно получить распределения амплитуды  $|p'(x)|$  и начальной фазы  $\varphi_p(x)$  колебаний давления газа, которые будут отличаться от экспериментальных кривых некоторым множителем, зависящим от выбора амплитуды  $|p(0)|$ , и постоянным углом фазового сдвига, зависящим от выбора начала отсчета времени.

Для сопоставления расчетных и экспериментальных значений  $|p'(x)|$  и  $\varphi_p(x)$  необходимо перейти к одному масштабу измерения и началу отсчета времени. За единицу измерения  $|p'(x)|$  примем ее величину в произвольно выбранном сечении  $x_0$ , угол  $\varphi_p(x)$  определим как угол фазового сдвига относительно колебаний давления в этом же сечении. В соответствии с методом наименьших квадратов рассмотрим функционал

$$\Phi(q(0)) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left[ k_p \left( \frac{|p'_t(x_j)|}{|p'_t(x_0)|} - \frac{|p'_e(x_j)|}{|p'_e(x_0)|} \right)^2 + k_\varphi \frac{\Delta\varphi_p^2(x_j)}{4\pi^2} \right],$$

где  $n$  — число сечений по длине камеры, в которых сравниваются расчетные и экспериментальные данные ( $n \geq 2$ );  $k_p$  и  $k_\varphi$  равны нулю или единице в зависимости от того, по каким параметрам волны давления определяется коэффициент отражения;  $\Delta\varphi_p(x_j)$  — разность между вычисленным и экспериментальным значениями угла  $\varphi_p$  в сечении  $x_j$ ; индексы  $t$  и  $e$  присвоены рассчитанным и экспериментально определенным величинам. Если вместо экспериментальных значений  $|p'(x_i)|$  и  $\varphi_p$  взять соответствующие точному решению задачи, то для использованного граничного условия (значения  $q_a(0)$ ) функционал  $\Phi$  окажется равным нулю. Когда  $q_a(0)$  неизвестно, оно находится подбором путем минимизации функционала  $\Phi$ . Минимум ищется с помощью программы DIRECTSEARCH [12]. Область определения  $\Phi$  — значения  $|q_a(0)| \leq \leq [(1-M)/(1+M)]^{1/2}$ . При этом условии поток волновой энергии направлен против потока газа. Точность определения  $q_a(0)$  существенно возрастает при одновременном использовании данных об амплитуде и фазе колебаний давления.

После того как коэффициент отражения  $q_a(0)$  определен, соответствующее значение акустической проводимости находится по преобразованию  $\eta_a = (q_a - 1)/(q_a + 1)$ . Область изменения  $\eta_a(0)$  лежит внутри круга с центром в точке  $\eta_r = -1/M$ ,  $\eta_i = 0$  и радиусом  $R = (1 - M^2)^{1/2}/M$ .

### Анализ режима вибрационного горения

**Исходные данные.** Проведем анализ режима вибрационного горения, для которого в [7] экспериментально определено изменение интегральной (по поперечному сечению камеры) скорости тепловыделения по длине пламени. Горение однородной бензиновоздушной смеси исследовалось в прямоугольной камере сгорания с размером сечения  $200 \times 75$  мм. Стабилизатор пламени состоял из двух клиновидных тел с высотой полки 40 мм, расстояние между центрами полки  $H = 100$  мм. Перед камерой стояли регулируемый дроссель (на нем создавался критический перепад давления) и короткий конфузор с несколькими разделительными пластинами для выравнивания поля скорости. Длина конфузора 100 мм, отношение площади проходного сечения конфузора на входе к его площади на выходе равно 2. Другой конец камеры открыт.

Для описания стационарного движения использованы следующие геометрические и режимные параметры: длина камеры  $l = 3,005$  м, поло-



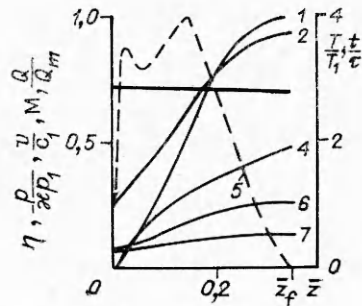


Рис. 1. Изменение параметров газа в зоне горения (1 —  $\eta$ , 2 —  $T$ , 3 —  $p$ , 4 —  $t/\tau$  — относительное время пребывания газа, 5 —  $Q/Q_m$  (эксперимент), 6 —  $v$ , 7 —  $M$ ).

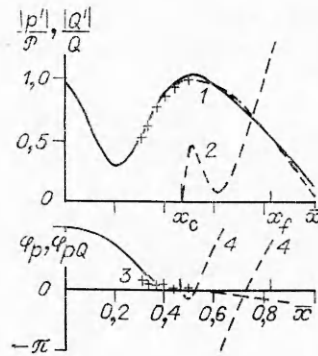


Рис. 2. Изменение параметров колебаний давления газа и скорости тепловыделения по длине камеры (1 —  $|p'|/P$ , 2 —  $|Q'|/Q$ , 3 —  $\varphi_p$ , 4 —  $\varphi_{pQ}$ ; штриховые линии — эксперимент).

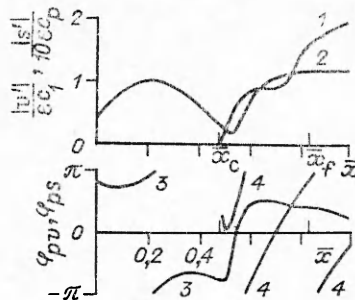
жение стабилизатора  $\bar{x}_c = x_c/l = 0,480$ , загромождение им сечения камеры 0,4, угол при вершине клиновидного тела стабилизатора  $30^\circ$ , статическое давление, температура и скорость смеси в начале камеры:  $p_1 = 100$  кПа,  $T_1 = 516$  К,  $v_1 = 30,80$  м/с, полный подогрев  $q_m = 2,77$  (определен по коэффициенту избытка воздуха  $\alpha = 1,6$  с помощью зависимости адиабатической температуры продуктов полного сгорания от  $\alpha$  [13]). Значения плотности, скорости звука, газовой постоянной и отношения удельных теплоемкостей взяты для смеси и ее продуктов сгорания как для воздуха,  $c_1 = 457$  м/с,  $\rho_1 = 0,68$  кг/м<sup>3</sup>,  $M_1 = 0,067$ , коэффициент полноты сгорания в конце зоны горения при  $z_f = x_f - x_c = 1050$  мм ( $\bar{z}_f = 0,35$ ,  $z_f/H = 10,5$ ) в соответствии с характером изменения статического давления по длине камеры принят равным 1. Зависимость средней интегральной скорости тепловыделения  $Q(z)$  определена по излучению радикалов СН [7]; с ее помощью вычисляется кривая выгорания смеси  $\eta(z)$ . Задание перечисленных выше величин полностью определяет среднее движение газа (рис. 1).

Для интегрирования системы линеаризованных уравнений, описывающих колебания газа, воспользуемся также следующими экспериментальными данными: частота колебаний  $f = 128$  Гц, относительная амплитуда  $|p'|/P$  и фаза  $\varphi_p$  колебаний давления в нескольких сечениях холдного участка камеры,  $\mathcal{F} = |p'(\bar{x}_{mi})|$  при  $\bar{x}_{mi} = 0,5$ ; распределения относительной амплитуды скорости тепловыделения  $|Q'|/Q$  и угол фазового сдвига  $\varphi_{pQ}$  между колебаниями  $Q'$  и  $p'$  по длине пламени. Эти характеристики из [7] показаны на рис. 2. По значениям  $|p'|/P$  и  $\varphi_p$  на участке камеры до стабилизатора (соответствующие точки помечены на рис. 2 точками) определена величина акустической проводимости в сечении  $x = 0$ ,  $\eta_a = -0,317 + i0,359$ . Она отличается от известного соотношения  $\eta_a = -M_1$ , справедливого при условии постоянства массового расхода газа через входное сечение камеры, из-за конечной величины объема конфузора, расположенного между дросселем и камерой сгорания.

Сопоставлением расчетного и экспериментального распределений амплитуды колебаний давления в точке  $x_0 = 0,444$  найдено значение масштабного коэффициента  $k = 0,961$ . Значение масштабного коэффициента  $\varepsilon = 0,035$  ( $\varepsilon_m = 0,049$ ).

**Результаты интегрирования.** Вычисленные распределения амплитуды и фазы колебаний давления по длине камеры представлены на рис. 2. Они удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Применение линеаризованных уравнений газодинамики оказалось оправданным благодаря синусоидальному характеру колебаний (форма волны начинает заметно искажаться при амплитудах колебаний давления, больших 10 % среднего давления [14]).

Рис. 3. Изменение параметров колебаний скорости и энтропии газа по длине камеры (1 —  $|v'|$ , 2 —  $|s'|$ , 3 —  $\varphi_{pv}$ , 4 —  $\varphi_{ps}$ ).



Вычисленные распределения относительно амплитуд колебаний скорости и энтропии газа и углов фазового сдвига между колебаниями этих параметров и колебаниями давления по длине камеры приведены на рис. 3. Амплитуда  $|v'|$  в конце камеры превышает ее максимальное значение перед стабилизатором в 1,9 раза (30,8 и 16 м/с соответственно). Причина увеличения  $|v'|$  связана с уменьшением характеристического сопротивления среды  $\rho c$  в зоне горения. Угол  $\varphi_{pv}$  почти всюду отличен от  $\pm\pi/2$  из-за присутствия в камере бегущей составляющей звуковой волны. Перед стабилизатором течение газа изоэнтропическое,  $s' = 0$ . Величина  $|s'|$  увеличивается в зоне горения. Угол  $\varphi_{ps}$ , как и  $\varphi_{pq}$  (см. рис. 2), изменяется по длине пламени почти линейно. Следовательно, колебания энтропии вызваны той же причиной, что и колебания скорости тепловыделения, — движением вдоль камеры крупных вихрей, периодически срывающихся с задних кромок стабилизатора [7].

Удовлетворительное соответствие расчетных и экспериментальных данных для колебаний давления дает основание доверять и оценкам скорости смещения частиц газа в звуковом поле. Такой подход традиционен для акустики [11]. Аналогичное заключение для колебаний энтропии, принципиально отличающихся от колебаний давления и скорости, будет неверным. Звуковое поле в камере устанавливается в результате суперпозиции волн, многократно прошедших по камере и отразившихся от ее концов, оно отражает кумулятивный эффект всех источников генерации и диссипации звуковой энергии. Волна энтропии проходит вдоль камеры один раз. Колебания давления (и скорости  $v'$ ) практически однородны в поперечном сечении камеры, колебания энтропии локализованы (по крайней мере, в начале зоны горения) в небольших объемах, имеющих размер крупных вихрей. На звуковые колебания процессы турбулентного и молекулярного смешения оказывают относительно слабое влияние [15], на энтропийные — сильное [16]. По этой причине экспериментально проверены величины возмущений температуры газа в конце зоны горения при  $x - x_c = 1060 \div 1586$  мм.

Температуры  $T$  были измерены пирометром спектрального отношения, регистрирующим излучение молекул водяного пара в ближней ИК-области спектра ( $\lambda = 1,17$  и  $1,38$  мкм). Они показали практически полное отсутствие неизоэнтропических колебаний величины  $T$  в конце зоны горения; амплитуда колебаний температуры оказалась примерно в 50 раз меньше вычисленной. Это приводит к завышению оценок мощности источников генерации (диссипации) звуковой энергии, связанных с взаимодействием звуковых и энтропийных волн в зоне горения. Несмотря на это их интегральная по длине пламени мощность оказывается значительно меньше мощности других источников.

**Анализ режима.** Полученные для параметров колебаний зависимости от координаты позволяют оценить вклад различных физических взаимодействий, списываемых отдельными членами правой части уравнения (7), в баланс звуковой энергии. Поведение подынтегральных функций в этих членах уравнения показано на рис. 4. Размерный коэффициент  $k^* = l/(\epsilon^2 \kappa p_1 c_1) = 3,834 \cdot 10^{-5}$  м<sup>3</sup>/Вт. Положительные значения  $g, g_1, g_2$  соответствуют генерации звуковой энергии, отрицательные — диссипа-

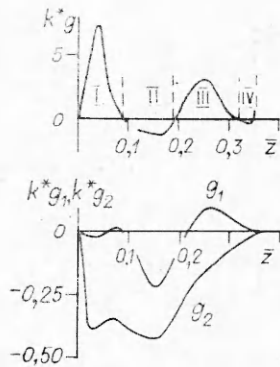


Рис. 4. Распределение величин  $g$ ,  $g_1$  и  $g_2$  по длине зоны горения.

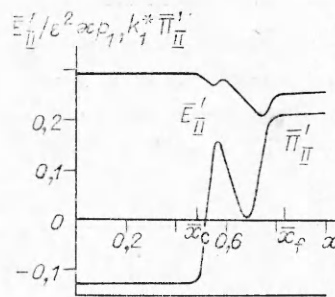


Рис. 5. Изменение средней плотности звуковой энергии и плотности ее потока по длине камеры.

ции. Изменение плотности звуковой энергии  $\overline{E'_{II}}$  и плотности ее потока  $\overline{\Pi'_{II}}$  по длине камеры приведено на рис. 5,  $k_1^* = k^*/l$ . На участке  $0 \leq x \leq x_c$  поток  $\overline{\Pi'_{II}} < 0$ , в конце камеры  $\overline{\Pi'_{II}} > 0$ : звуковая энергия поглощается на концах камеры. Численные значения показателей устойчивости:  $d_G = 0,997$ ,  $d_{\Pi_0} = -0,292$ ,  $d_{\Pi_1} = -0,464$ ,  $d_{V_1} = -0,020$ ,  $d_{V_2} = -0,198$ ,  $d_c = -0,044$ ,  $d_x = 0,012$ . Вызывающая сомнения оценка  $d_{V_1}$  (из-за несоответствия численного значения  $|s'|$  экспериментальному) мала, она имеет тот же порядок малости, что и  $d_x$ . Для установившихся автоколебаний показатель  $d_x$  должен равняться нулю. Поэтому в приведенных значениях показателей устойчивости достоверными следует считать одну-две цифры после запятой. Положительные величины указывают на темп роста звуковой энергии в объеме камеры, отрицательные — на темп ее уменьшения. В рассматриваемом случае единственным источником генерации звуковой энергии оказывается взаимодействие между колебаниями скорости тепловыделения  $F'$  и давления в зоне горения ( $d_G$ ). Так как основной причиной колебаний  $F'$  является движение вдоль пламени крупных вихрей, то можно сделать вывод, что данный режим вибрационного горения поддерживается механизмом обратной связи, включающим вихреобразование.

В зоне горения происходит не только генерация звуковой энергии, но и ее диссипация: на участках I, III рис. 4 — генерация ( $d_G^I = 0,72$ ,  $d_G^{III} = 0,5$ ), II, IV — диссипация ( $d_G^{II} = -0,22$ ,  $d_G^{IV} = -0,04$ ). Основными причинами диссипации оказываются вынос звуковой энергии через конечное и начальное сечения камеры и потери в пламени ( $d_G^{II}$ ;  $d_{V_2}$  — взаимодействие между звуковыми колебаниями из-за подогрева газа [2]). Потери звуковой энергии на стабилизаторе как гидравлическом сопротивлении пренебрежимо малы ( $d_c$ ).

Размерная мощность источника генерации звуковой энергии на участке пламени (см. рис. 4)  $G^I = \frac{lS}{k^*} \int_0^{0,009} g dz = 0,380$  кВт ( $S$  — площадь

поперечного сечения камеры), аналогично  $G^{III} = 0,266$  кВт. В сумме мощность источника звуковой энергии равна 0,646 кВт, средняя тепловая мощность пламени 560,3 кВт. Отсюда следует, что на поддержание звуковых колебаний газа тратится  $1,2 \cdot 10^{-3}$  тепловой мощности пламени. Поток кинетической энергии газа на входе в камеру  $\rho v^3 S / 2 = 0,219$  кВт, к концу камеры он растет в 14,5 раза. Поток внутренней термодинамической энергии газа  $w \rho v S$  увеличивается к концу камеры в 3,7 раза. К источнику энергии, связанному с кинетической и внутренней термодинамической энергией газа, условно можно отнести слагаемые  $d_{\Pi_1}$  и  $d_{V_2}$ .

