

УДК 551.466.6:523.527

ТОНКАЯ СТРУКТУРА СТРАТИФИЦИРОВАННОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ ПЛАСТИНЫ

Р. Н. Бардаков, В. В. Миткин, Ю. Д. Чашечкин

Институт проблем механики РАН, 119526 Москва

E-mail: chakin@ipmnet.ru

В линейном приближении рассчитана картина возмущений, возникающих при движении полосы вдоль горизонтальной поверхности в непрерывно стратифицированной жидкости, в которой выделены опережающие и присоединенные внутренние волны, пограничные слои и краевые сингулярности. С использованием оптических теневых методов исследована картина течения за пластиной, движущейся с постоянной скоростью в непрерывно стратифицированной жидкости, проанализирована трансформация волн и тонкоструктурных элементов течения с увеличением скорости тела. Показано, что рассчитанные и экспериментально наблюдаемые при малых скоростях картины внутренних волн хорошо согласуются.

Ключевые слова: стратифицированная жидкость, волны, след, полосчатые структуры.

Интерес к изучению структуры течений жидкости вблизи хорошо обтекаемых препятствий, которому посвящено большое количество теоретических и экспериментальных работ (см., например, [1, 2]), в последнее время возрос, что обусловлено поиском механизмов формирования полосчатых структур в пограничном слое [3] и вихревых петель в потоке [4]. Особое внимание уделяется исследованию обтекания пластин, ориентированных в направлении среднего потока. Для создания начальных неоднородностей в равномерный поток в аэродинамической трубе вносятся механические, акустические или тепловые возмущения. Визуализация полосчатых и вихревых структур, возникающих в пограничных слоях на пластине, проводится численными методами с использованием данных термоанемометрических измерений течений и существенных предположений о характере течения [4, 5].

Для изучения газовых потоков и течений неоднородной жидкости наряду с контактными методами используются оптические теневые методы, поскольку даже относительно малые вариации плотности $\Delta\rho$ ($\Delta\rho/\rho_0 \ll 10^{-4} \div 10^{-7}$) приводят к значительным изменениям коэффициента преломления n ($\Delta n/n \sim 10^{-5} \div 10^{-8}$) [6].

Поперечные полосчатые структуры, тонкие элементы которых располагаются под углом к направлению течения, визуализированы теневыми методами в непрерывно стратифицированной жидкости в непосредственной близости горизонтальной пластины [7] при значениях скорости течения существенно меньших, чем в [4]. С увеличением скорости равномерно распределенные поперечные полосы группируются в кластеры, которые с удалением от препятствия преобразуются в вихревую дорожку [8]. Полосчатые структуры наблюдаются также в пограничном слое на боковой поверхности вертикально движущегося

Работа выполнена в рамках программы ОЭМПУ РАН ОЭ-14 “Динамика многофазных и неоднородных жидкостей”, а также при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 05-05-64090) и Фонда содействия отечественной науке.

цилиндра [9]. В повторных экспериментах [7–9], когда в поток не вносились дополнительные возмущения, устойчиво воспроизводятся все крупно- и мелкомасштабные элементы течения. Результаты экспериментов [4, 7–9] указывают на необходимость более детального математического анализа относительно медленных стратифицированных течений вблизи пластины. На первом этапе целесообразно использование линейных моделей, эффективно описывающих внутренние волны с учетом диссипативных факторов — вязкости жидкости и диффузии стратифицирующего компонента [6].

В общем случае линеаризованные трехмерные уравнения движений жидкости описывают два типа сингулярных по вязкости элементов течения, толщина которых зависит от геометрии задачи [10]. Вследствие нелинейности уравнений структурные элементы течений взаимодействуют между собой и могут порождать новые волны и вихревые системы.

Целью данной работы является сравнение экспериментальных и рассчитанных в линейной постановке картин стратифицированного течения на пластине и визуализация течения в широком диапазоне параметров, включающем ламинарные и переходные режимы.

Определяющие уравнения, характерные масштабы и безразмерные параметры задачи. Плотность стратифицированной по солености $S(z)$ и слабосжимаемой жидкости, которая в невозмущенном состоянии изменяется только в вертикальном направлении z по закону

$$\rho(z, t) = \rho(S(z, t)) \approx \rho_0[1 + \beta S(z, t)], \quad (1)$$

характеризуется масштабом $\Lambda = |(1/\rho_0) d\rho_0/dz|^{-1}$, частотой $N = \sqrt{g/\Lambda}$ и периодом плаучести $T_b = 2\pi/N$. В дальнейшем в определение солености вводится коэффициент солевого сжатия β , масштаб плаучести полагается постоянным.

Система уравнений движения включает уравнения состояния (1), уравнения Навье — Стокса и уравнения несжимаемости и сохранения стратифицирующего компонента (солености S):

$$\begin{aligned} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla P + \rho \nu \Delta \mathbf{v} + \rho \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \rho &= 0, \\ \frac{\partial S}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) S &= \kappa_S \Delta S, \quad S = S_0(z) + S'(x, y, z, t), \\ \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \rho(z) = \rho(S(z)). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь \mathbf{v} — скорость; P — давление; t — время; \mathbf{g} — ускорение свободного падения; ν , κ_S , β — кинематическая вязкость, коэффициенты диффузии соли и солевого сжатия соответственно, полагающиеся постоянными.

Источником возмущений в жидкости служит полоса длиной L_x , движущаяся со скоростью U по нормали к своей кромке вдоль бесконечной покоящейся горизонтальной плоскости. Задаются граничные условия прилипания для скорости, непротекания для вещества и затухания возмущений на бесконечности.

В задачу вводятся несколько масштабов длины, наибольшими из которых являются масштаб плаучести Λ , длины полосы L_x и присоединенной внутренней волны $\lambda = UT_b = 2\pi U/N$. Вязкий волновой масштаб $L_\nu = \sqrt[3]{g\nu}/N$ характеризует относительный размер пластины L_x/L_ν , определяющий интерференционную структуру волнового поля. Универсальные микромасштабы $\delta_N = \sqrt{\nu/N}$ и $\delta_S = \sqrt{\kappa_S/N}$, характеризующие толщину пограничных слоев в нестационарном течении, индуцированном диффузией на непроницаемом препятствии [11], и толщину периодических пограничных слоев на осциллирующей

поверхности [12], могут проявляться в структурах полей течений вблизи равномерно движущейся пластины. На контактных поверхностях формируются сдвиговые пограничные слои, которые характеризуются масштабами длины $\delta_u = \nu/U$ и $\delta_\rho = \varkappa_S/U$, типичными для моделей Прандтля и Пекле [2].

Отношения базовых масштабов образуют основные безразмерные параметры стратифицированных течений, отражающие относительное влияние диссипативных факторов (числа Рейнольдса $Re = L_x/\delta_u = UL_x/\nu$, числа Пекле $Pe = L_x/\delta_\rho = UL_x/\varkappa_S$ или числа Шмидта $Sc = Pe/Re = \nu/\varkappa_S$), эффектов плавучести (внутреннего числа Фруда $Fr = \lambda/(2\pi L_x) = U/(NL_x)$ и изменения плотности на масштабах препятствия (отношения масштабов $C = \rho_0/\Delta\rho = \Lambda/L_x$).

В линейной модели [8, 11, 12] сингулярные элементы не только обозначают область вблизи препятствия, в которой существенно влияние диссипативных факторов, но и активно участвуют в перестройке течения в толще жидкости. Как и волны, сингулярные компоненты (пограничные слои) существуют при любых конечных скоростях потока. Даже в отсутствие внешних возмущающих факторов в стратифицированной среде существуют течения, индуцированные диффузией на неподвижном препятствии [11]. Факт слияния и вырождения трехмерных пограничных слоев различной природы [10, 13], затрудняющий анализ уравнений в приближении однородной жидкости, ранее не анализировался.

Поскольку стратификация, как правило, слабая ($\Delta\rho/\rho \ll 1$, $C \gg 1$), а кинетические коэффициенты достаточно малы, значения базовых масштабов существенно различаются ($\Lambda \gg D \gg \delta_u \gg \delta_\rho$, $\lambda \gg \delta_N \gg \delta_S$). Наименьший из множества базовых масштабов (δ_ρ или δ_S) определяет пространственное разрешение метода, необходимое для регистрации элементов течения по всему полю течения.

Расчет параметров течения вблизи пластины в линейном приближении.

Для построения точного решения двумерной задачи система (2) линеаризуется и сводится к стандартному уравнению внутренних волн в вязкой среде для функции тока Ψ и возмущений солёности S . Решение ищется в виде разложений в интегралы Фурье по плоским волнам типа $A = A_0 \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$, где $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$ — волновой вектор, компоненты которого содержат действительную и мнимую части; A — компонента скорости или возмущения давления (плотности); A_0 — компонента амплитуды возмущений; ω — частота (действительная и положительная); \mathbf{r} — радиус-вектор.

Из условия существования нетривиального решения линеаризованной версии системы (2) следует дисперсионное уравнение, решения которого делятся на два типа: регулярные и сингулярные по вязкости [10].

В вязкой жидкости система внутренних волн, описываемая регулярными корнями решения дисперсионного уравнения, дополняется двумя типами пограничных слоев, которым соответствуют сингулярные решения. Свойства диффузионного пограничного слоя определяются коэффициентом диффузии [12]. Два других пограничных слоя (стоксов изопикнический и внутренний) существуют в вязкой среде и в пренебрежении эффектами диффузии [10, 13, 14].

В задаче генерации волн полосой, движущейся в горизонтальной плоскости, дисперсионное уравнение [12] в приближении Буссинеска принимает вид

$$(\omega + i\nu\mathbf{k}^2)(\omega + i\varkappa_S\mathbf{k}^2)(N^2k_x^2 - \omega\mathbf{k}^2(\omega + i\nu\mathbf{k}^2)) = 0,$$

первые два множителя характеризуют диффузионный и изопикнический (стоксов) пограничные слои, третий — поле внутренних волн и внутренний пограничный слой. Мультипликативный вид дисперсионного уравнения означает, что в этом случае пограничные слои полностью расщепляются. Так как в водном растворе поваренной соли $Sc \gg 1$, на первом этапе расчета влиянием эффектов диффузии на картину течения можно пренебречь и анализировать поле скоростей в двумерной постановке.

В сделанных предположениях система (2) сводится к уравнению для функции тока Ψ , производные которой задают компоненты скорости жидкости $v_x = \partial\Psi/\partial z$, $v_z = -\partial\Psi/\partial x$ [1]:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + N^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \nu \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^2 \right] \Psi = 0 \quad (3)$$

с граничными условиями прилипания на твердой поверхности и затухания всех возмущений на бесконечности. Стандартные граничные условия прилипания на всей бесконечной горизонтальной плоскости, вдоль которой равномерно со скоростью U перпендикулярно собственной передней кромке движется полоса длиной L_x , принимают вид

$$\frac{\partial\Psi}{\partial z} \Big|_{z=0} = U\theta\left(x + \frac{L_x}{2} - Ut\right)\theta\left(\frac{L_x}{2} + Ut - x\right), \quad \frac{\partial\Psi}{\partial x} \Big|_{z=0} = 0, \quad (4)$$

где θ — функция Хевисайда.

Решение (3) будем искать методом разложения в ряды Фурье

$$\Psi(x, z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \int_{-\infty}^{\infty} (A_w e^{ik_z w z} + B_i e^{ik_z i z}) e^{ik_x x} dk_x d\omega. \quad (5)$$

При вычислении (5) учитываются корни дисперсионного уравнения, удовлетворяющие условию затухания возмущений на бесконечности. Уравнению (3) соответствует алгебраическое дисперсионное уравнение четвертого порядка

$$\omega^2 \mathbf{k}^2 - N^2 k_x^2 + i\omega\nu \mathbf{k}^4 = 0, \quad (6)$$

корни которого ($k_{z,w}$ и $k_{z,i}$) выбираются из условия затухания возмущений на бесконечности. Выбор корней осуществляется таким образом, чтобы спектральный коэффициент $A_w(\omega, k_z)$ описывал поле внутренних волн, а коэффициент $B_i(\omega, k_z)$ — внутренний пограничный слой.

Регулярный по вязкости корень (6)

$$k_{z,w}^2(\omega, k_x) = -k_x^2 + i\omega(1 - \sqrt{1 + 4i\nu k_x^2 N^2 / \omega^3}) / (2\nu) \quad (7)$$

(главный член разложения $\text{Im } k_w \sim \nu^\alpha$, $\alpha > 0$) характеризует внутренние волны. При $\nu \rightarrow 0$ решение (7) переходит в известное решение дисперсионного уравнения для идеальной жидкости [6].

Корень

$$k_{z,i}^2(\omega, k_x) = -k_x^2 + i\omega(1 + \sqrt{1 + 4i\nu k_x^2 N^2 / \omega^3}) / (2\nu) \quad (8)$$

является сингулярным по вязкости (в главном члене разложения $\text{Im } k_b \sim \nu^{-1/2}$) и характеризует внутренний пограничный слой. С учетом (7), (8) решение (5) позволяет рассчитать все характеристики течения.

Пространственная структура поля внутренних волн, возбуждаемых равномерно движущейся пластиной, проанализирована в [14] при различных соотношениях между длиной волны, размерами пластины и толщиной пограничного слоя. Представляет интерес численная визуализация течения в окрестности пластины.

Для построения картины течения методом Симпсона вычислялись значения интегралов (5), а также компоненты вектора скорости в узлах сетки, шаг которой выбирался из условия разрешения скоростного пограничного слоя (до 10 точек на масштабе $\delta_\nu = \nu/U$). С помощью программы, составленной авторами настоящей работы в оболочке MS Visual C++, полученные данные использовались для построения цветного изображения

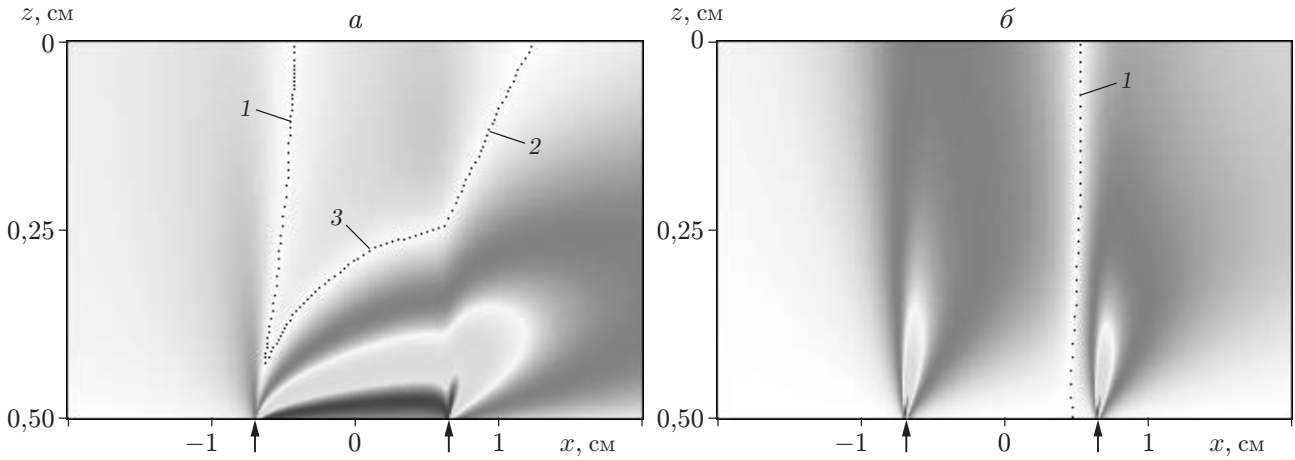


Рис. 1. Модули горизонтальной (а) и вертикальной (б) компонент скорости вблизи короткой пластины ($T_b = 14$ с, $L_x = 2$ см, $U = 1$ см/с, $\lambda = 14$ см, $Fr = 1,12$, $Re = 200$, $C = \Lambda/L_x = 2435$):

1–3 — нулевые значения скорости (1 — положение гребней внутренних волн; 2 — положение впадин внутренних волн; 3 — внешняя граница пограничного слоя); стрелки — положение передней и задней кромок пластины

различных физических полей. В данной работе приводятся преобразованные черно-белые версии полученных изображений, что затрудняет идентификацию некоторых деталей, отчетливо видимых на исходных цветных изображениях.

Рассчитанная картина течения в окрестности короткой пластины, длина которой меньше вязкого волнового масштаба $L_\nu = \sqrt[3]{g\nu}/N = 2,7$ см и длины волны $\lambda = UT_b = 14$ см, приведена на рис. 1 в лабораторной системе координат, связанной с неподвижной жидкостью (на рис. 1–7 показана пластина, движущаяся справа налево).

В структуре поля модуля горизонтальной компоненты скорости выделено несколько характерных элементов: сингулярности в окрестности передней и задней кромок, пограничный слой прандтлевского типа и фазовые поверхности внутренних волн (линиями 1–3 на рис. 1 показано геометрическое место точек с нулевой скоростью жидкости). Сравнение с результатами ранее выполненных расчетов обтекания полосы показывает, что линии 1, 2 характеризуют положения гребней и впадин внутренних волн для данной компоненты скорости течения.

Линия нулевых скоростей 3 соответствует внешней границе пограничного слоя, который образован суммой регулярного и сингулярного компонентов течения над пластиной. В отличие от однородной жидкости, где толщина пограничного слоя δ_ν зависит от способа его определения (на практике используются критерии однопроцентного и полупроцентного значения дефицита скорости на границе: $1 - u(\delta_\nu)/U = 0,005$ [15]), в стратифицированной среде линия нулевых значений скорости вдоль пластины точно определяет положение внешней границы пограничного слоя. Изменение знака возмущений скорости обусловлено существованием во всем пространстве периодического поля внутренних волн. Толщина пограничного слоя монотонно увеличивается вдоль пластины. Сингулярность задней кромки выражена более четко, чем сингулярность передней.

Краевые сингулярности более четко выражены и в поле вертикальной компоненты скорости (рис. 1, б). Вблизи передней кромки жидкость отбрасывается от пластины, а вблизи задней — возвращается на исходный уровень. Положение линии нулевых значений вертикальной компоненты скорости в окрестности пластины (линия 1 на рис. 1, б) определяется фазовой структурой поля внутренних волн.

Сравнение рис. 1,а и 1,б показывает, что в различных переменных картины полей вблизи пластины различаются так же существенно, как и в поле внутренних волн вдали от нее. Сопоставление картин течения, приведенных на рис. 1 и в [14], показывает, что эффективными источниками волн служат краевые сингулярности, которые обуславливают смещение изолиний плотности и возникновение нестационарных опережающих и установившихся отстающих (подветренных) внутренних волн. Таким образом, пространственная неоднородность поля волновых возмущений объясняется наложением двух типов волн от различных источников.

Перед пластиной формируется две группы нестационарных волн, порождаемых передней и задней кромками пластины. Интерференционная волновая картина над боковой поверхностью пластины представляет собой результат сложения стационарных присоединенных волн, порождаемых передней кромкой, и нестационарных волн, порождаемых задней кромкой (см. также [14]). В области за пластиной происходит наложение двух систем стационарных присоединенных волн. Степень выраженности краевых сингулярностей зависит от параметров течения. Как правило, передняя кромка служит более эффективным источником волн, чем задняя.

Структура поля скорости вблизи пластины отражает влияние силы трения, действующей в направлении среднего течения, и момента сил относительно центра пластины. Компонента σ_{xz} тензора вязких напряжений определяет силу сопротивления, отнесенную к единице площади поверхности:

$$\sigma_{xz}(x, z, t) = -\frac{i\nu U}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_x} \sin \frac{k_x a}{2} e^{ik_x(x-Ut)} \frac{k_{z,w}^2 e^{ik_{z,w}z} - k_{z,i}^2 e^{ik_{z,i}z}}{k_{z,w} - k_{z,i}} dk_x. \quad (9)$$

Краевые особенности создают пару сил, которые характеризует компонента σ_{zz} тензора вязких напряжений:

$$\sigma_{zz}(x, z, t) = \frac{i\nu U}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sin \frac{k_x a}{2} e^{ik_x(x-Ut)} \frac{k_{z,w} e^{ik_{z,w}z} - k_i e^{ik_{z,i}z}}{k_{z,w} - k_{z,i}} dk_x.$$

Рассчитанные значения σ_{xz} , σ_{zz} для длинной и короткой пластин соответственно приведены на рис. 2. Значения погонной силы трения, рассчитанные по формуле (9) в приближениях однородной (кривая 1 на рис. 2,а) и стратифицированной (кривая 2) жидкостей, различаются вблизи кромок, практически совпадают в центральной части длинной пластины, где влияние краевых сингулярностей незначительно, и, несмотря на существенные различия в постановке задач, согласуются с результатами вычислений по модели Прандтля — Блазиуса ($F_x = 0,332\sqrt{\eta\rho U^3/x}$ [2]).

На рис. 2,б приведены значения компоненты σ_{zz} , рассчитанные для короткой пластины. Видно, что возникающий момент, полностью обусловленный действием краевых сингулярностей, вызывает заглубление передней кромки и подъем задней. Аналогичные силы действуют на каждую из сторон пластины, движущейся в свободном пространстве. Отсутствие момента сил при нулевом угле атаки свободной пластины в потоке является следствием точной компенсации моментов, действующих на каждую из ее сторон, в приближении Буссинеска. Баланс нарушается при учете изменения плотности в точных уравнениях или при отклонении положения пластины от горизонтального.

Нелинейные члены в полной системе (2) характеризуют взаимодействие как регулярных, так и сингулярных элементов течения. Взаимодействие сингулярных компонентов в первую очередь проявляется вблизи пластины, приводя к образованию вихревых элементов и усложнению картины течения. Поскольку вблизи пластины сдвиги скорости максимальны, результаты взаимодействия сингулярных компонентов начинают проявляться

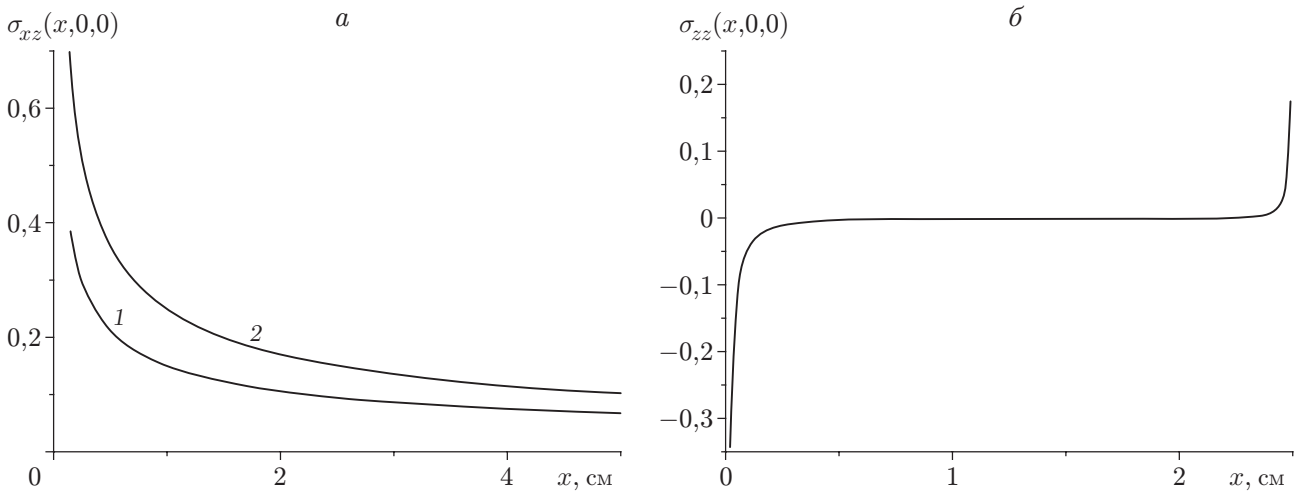


Рис. 2. Распределения компонент тензора вязких напряжений вдоль полосы ($U = 0,17$ см/с, $T_b = 7,55$ с):

a — $L_x = 400$ см (1 — расчет по формуле (9) в приближениях однородной жидкости, 2 — то же в приближениях стратифицированной жидкости); b — $L_x = 2,5$ см

уже при относительно малых скоростях и приводят к образованию новых структурных (вихревых) элементов.

Для регистрации элементов картины течения с масштабами $\delta_u = \nu/U$, $\delta_N = \sqrt{\nu/N}$ необходимо применять полевые методы с высокими чувствительностью и разрешением. Этому требованию удовлетворяют серийные оптические теневые приборы.

Методика эксперимента. Эксперименты проводились в бассейне с размерами $220 \times 40 \times 60$ см, в боковые стенки которого вмонтированы оптические иллюминаторы. Методом непрерывного вытеснения бассейн заполнялся стратифицированным раствором поваренной соли. Контроль однородности и величины периода плавучести проводился по наблюдениям за осцилляциями жидкости, возбуждаемыми плотностной меткой (погружающимся кристаллом соли); измерения осуществлялись контактным датчиком электропроводности, в окрестности чувствительного элемента которого и формировалась метка. Погрешность непосредственного измерения периода плавучести не превышает 5 % [16].

Над бассейном размещалась каретка, которая буксировалась по направляющим со скоростью $U = 0,08 \div 5,00$ см/с. К каретке с помощью вертикальных ножей, нижняя часть которых изготовлена из тонкой прозрачной пластмассы, крепилась горизонтальная прямоугольная пластина. Горизонтальное положение пластины и ее траектории относительно поверхности воды в период наполнения бассейна тщательно контролировалось. В опытах использовались пластины толщиной 0,1 см, шириной 36,5 см, длиной $L_x = 2,5; 7,5$ см. Диапазон значений параметров эксперимента соответствует ламинарному и переходному (вихревому) режимам течения.

Наблюдения проводились теневым прибором ИАБ-458 с источником белого света. Для уменьшения рефракционных эффектов, обусловленных дисперсией света в рабочей среде, осветительная щель устанавливалась вертикально. В качестве диафрагм, формирующих теневое изображение, применялись нож Фуко или нить, также установленные вертикально. Метод ножа характеризуется высокой чувствительностью, метод нити более информативен, поскольку позволяет различать гребни и впадины волн и визуализировать тонкие высокоградиентные прослойки на фоне интенсивных внутренних волн.

Основные результаты. Совмещение изображений, визуализируемых методом нити, и рассчитанных картин течения, образующихся при движении горизонтальной пластины

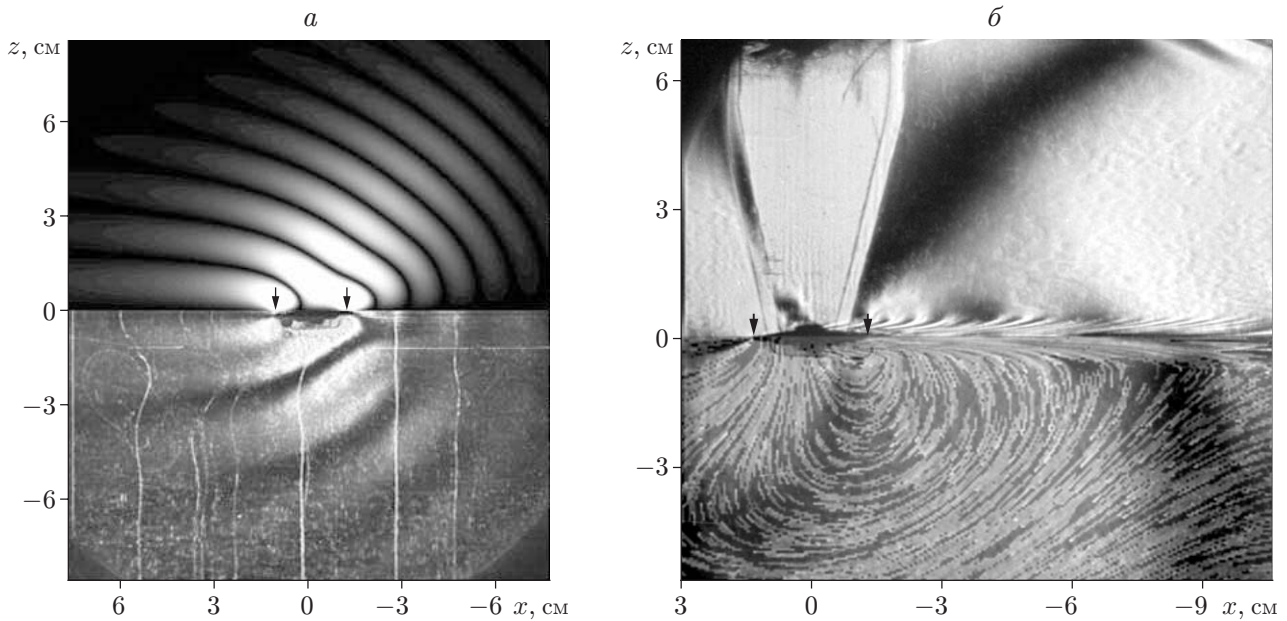


Рис. 3. Совмещенные рассчитанные и экспериментально наблюдаемые картины течения вблизи короткой пластины ($L_x = 2,5$ см):

a — модуль вертикальной компоненты скорости (*вверху*) и теневая картина структуры потока с плотностными маркерами (*внизу*) ($U = 0,17$, $T_b = 14$ с, $Re = 42$, $Fr = 0,15$, $C = 1950$); *б* — теневое изображение течения (*вверху*) с наложенными на него линиями тока (*внизу*) ($U = 2,3$ см/с, $T_b = 7,55$ с, $Re = 575$, $Fr = 1,1$, $C = 570$); стрелки — кромки пластины

с малыми и умеренными скоростями, показывает, что структуры фазовых поверхностей внутренних волн хорошо согласуются (рис. 3). На экспериментально наблюдаемой картине представлены как опережающие нестационарные волны (наклонные лучи перед телом), так и установившиеся присоединенные внутренние волны (деформированные полуокружности за пластиной, кромки которой отмечены стрелками). В нижней части рис. 3, *a* деформированными вертикальными линиями показаны плотностные маркеры, образованные свободно погружающимися кристаллами сахара с целью визуализации профиля горизонтальной компоненты скорости жидкости. Точки, в которых маркеры изменяют направление смещения, совпадают с положением гребней и впадин волн. При малых числах Фруда наиболее интенсивное возмущение возникает перед препятствием, возмущение за ним более слабое.

Непосредственно над пластиной, где накладываются нестационарные и стационарные волны от различных источников, волновое поле имеет сложную структуру, причем нелокальность источника проявляется в картине течения даже над короткой пластиной. Искажение формы волновых поверхностей над пластиной сглаживается с увеличением расстояния (рис. 3, *a*). С увеличением скорости длина волны растет, точка контакта первого гребня волны с пластиной смещается к задней кромке (рис. 3, *б*) и вблизи пластины формируется система коротких тонких возмущений, ориентированных под углом к направлению скорости, — поперечная полосчатая структура. Отдельные полосы направлены вдоль линий тока вблизи пластины и вдоль ее гидродинамического следа. На теневом изображении над длинной пластиной наблюдается излом фазовых поверхностей (рис. 4, *a*, *внизу*) и их разрыв в рассчитанном поле сигнатуры (знака) вертикальной компоненты скорости (в светлых областях скорость направлена от пластины). Положение линий сме-

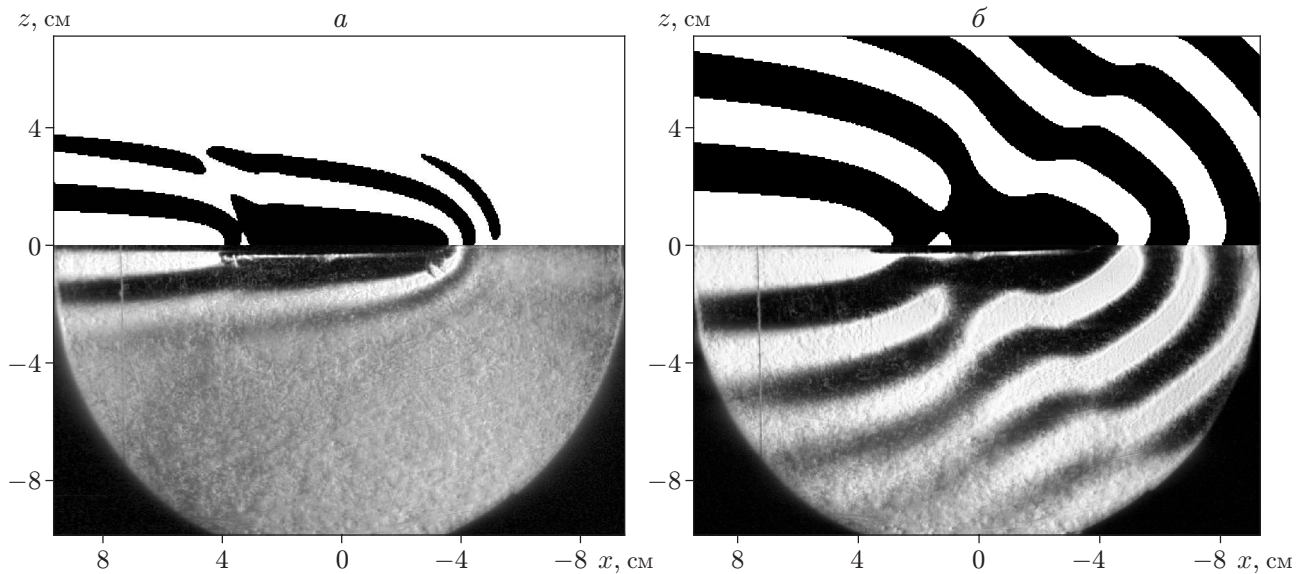


Рис. 4. Совмещенные рассчитанные поля сигнатуры вертикальной компоненты скорости (*вверху*) и теневые изображения экспериментально наблюдаемых картин течения (*внизу*) вблизи длинной пластины ($L_x = 7,5$ см, $T_b = 7,6$ с, $C = 185$):

a — $U = 0,1$ см/с, $Re = 75$, $Fr = 0,016$; b — $U = 0,32$ см/с, $Re = 240$, $Fr = 0,05$

ны фаз и точек их контакта с плоскостью движения зависит от параметров течения. При малых скоростях ($L_x/\lambda = 10$) основное возмущение располагается перед источником [6], на картине волн четко выражена только одна линия смены фаз, расположенная под углом 120° к линии движения и контактирующая с пластиной на расстоянии около 1,2 см от ее передней кромки (рис. 4, *a*). С увеличением скорости и длины волны ($L_x/\lambda = 3$) на картине интерференции наблюдаются две линии смены фаз, расположенные под углом 60° к линии движения (рис. 4, *b*).

В области за пластиной, где располагаются только стационарные присоединенные волны, фазовые поверхности отклоняются от расчетных полуокружностей в непосредственной близости плоскости движения источника. Деформация гребней и впадин волн является следствием эффекта Доплера и искажения исходного градиента, вызванного эффектом блокировки. Экспериментальная скорость жидкости в окрестности плоскости источника выше, чем расчетная, что проявляется в больших смещениях фазовых поверхностей в областях контакта со следом.

В случае, когда длина пластины оказывается значительно меньше длины волны, волновые системы не идентифицируются и образуется единая картина волн, порождаемых компактным источником [6].

В исследованном диапазоне значений параметров задачи как для короткой, так и для длинной пластины (см. рис. 3, 4) рассчитанные и экспериментально наблюдаемые фазовые поверхности практически совпадают и согласуются с данными работы [8]. Это свидетельствует об адекватности линейной модели, в которой центрами возникновения волн являются краевые сингулярности. При увеличении скорости начинают проявляться нелинейные эффекты, обусловленные взаимодействием двух систем волн в областях их пересечения между собой и с сингулярными компонентами течения.

В непосредственной близости пластины, где градиенты плотности и сдвиги скорости достигают максимальных значений, тонкие полосы в следе, вытянутые в направлении дви-

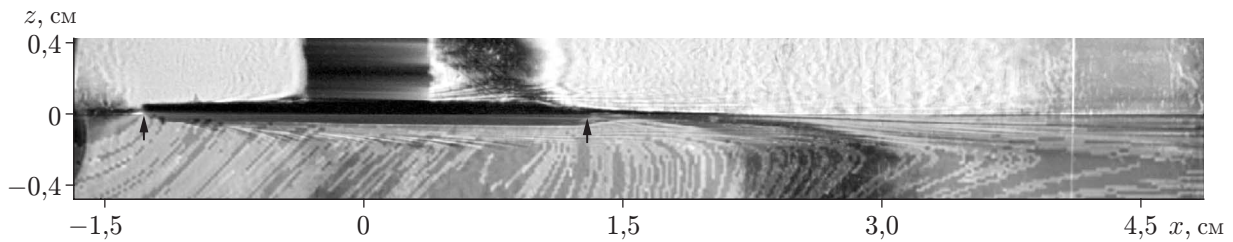


Рис. 5. Теневое изображение экспериментально наблюдаемой картины течения (вверху) с наложенными на него линиями тока (внизу) в окрестности длинной пластины ($L_x = 7,5$ см, $T_b = 7,6$ с, $U = 2,2$ см/с, $Re = 1650$, $Fr = 0,35$, $C = 185$; стрелки — кромки пластины)

жения, наблюдаются при любых, даже самых малых, скоростях движения пластины. При умеренных значениях скорости в окрестности короткой пластины и в ее ближнем плотностном следе помимо протяженных продольных прослоек формируется “щетка” более коротких поперечных полосчатых структур (см. рис. 3, б).

Передние части некоторых полос из регулярной системы высокоградиентных структур располагаются на пластине под углом $3\text{--}10^\circ$ к горизонту и почти горизонтально за ней (см. рис. 3, б), угол наклона полос к горизонту увеличивается по мере удаления от плоскости движения. Толщина полос составляет $0,7\text{--}0,8$ мм в области формирования, растет по мере удаления от плоскости движения пластины и постепенно становится равной половине шага структуры. На внешнем конце изображение пластины становится размытым. Проведенные измерения показывают, что высота области полосчатых структур изменяется в диапазоне $0,88\text{--}1,02$ см, периодически нарастая и убывая с масштабом, задаваемым длиной присоединенных внутренних волн $\lambda = UT_b$. Формирование таких мелкомасштабных структур, расположенных симметрично относительно плоскости движения пластины, может быть обусловлено действием краевых сингулярностей (см. рис. 1).

Частота повторения отдельных тонкоструктурных элементов, количество и полная длина области полосчатых структур существенно зависят от размеров, скорости движения, периода плавучести и углового положения пластины. При больших значениях скорости в совмещенном изображении течений вблизи пластины (рис. 5), длина которой больше вязкого волнового масштаба ($L_x \gg L_\nu$), наблюдаются такие же полосчатые структуры, как и вблизи короткой пластины (ср. рис. 5 и рис. 3). Однако в этом случае и на пластине, и в ее следе полосы в основном ориентированы в направлении среднего течения (рис. 5) и совпадают с линиями тока только в следе за пластиной. Толщина полос не превышает $0,05$ см, т. е. лежит на границе диапазона разрешающей способности теневого прибора. В передней части пластины ориентация линий тока отражает структуру поля внутренних волн, геометрия которого не согласуется с направлением течения в пограничном слое. Угол наклона полос к горизонту вблизи длинной пластины составляет 10° , высота области полосчатых структур — $0,4$ см.

При увеличении скорости движения регулярные полосчатые структуры группируются в кластеры, внутри которых формируются вторичные короткие высокоградиентные замыкающие прослойки, образующие внешнюю границу вихрей в классической вихревой дорожке. Вследствие подавляющего действия сил плавучести вертикальный размер вихревой полосы достаточно быстро перестает расти. Течение перестает быть однородным вдоль проходящего параллельно кромкам пластины луча зрения теневого прибора, т. е. теряется устойчивость течения поперек потока и оно распадается на систему трехмерных вихрей [7].

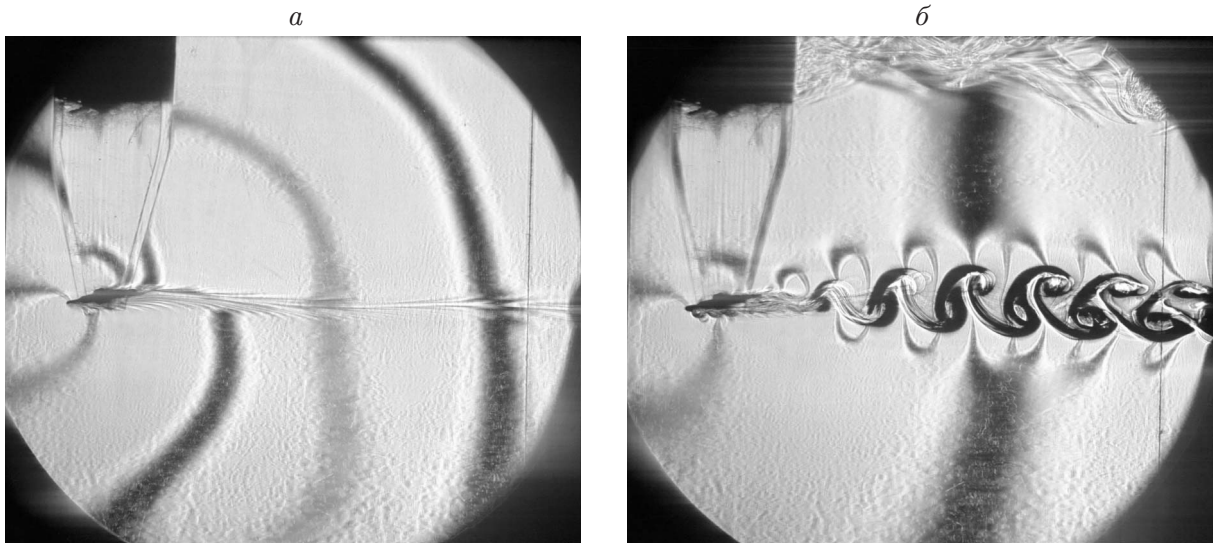


Рис. 6. Теневая картина течения вблизи наклонной пластины (диаметр поля зрения 23 см, $L_x = 2,5$ см, $T_b = 7,55$ с, $\alpha = 12,5^\circ$, $C = 560$):
 а — $U = 1,4$ см/с, $Re = 350$, $Fr = 0,67$; б — $U = 3,6$ см/с, $Re = 900$, $Fr = 1,73$; темные линии — впадины волн, светлые — гребни волн

Угловое положение пластины оказывает значительное влияние на картину внутренних волн и структуру следа. Подъемная сила, дополняющая силу сопротивления, вызывает смещение и относительный сдвиг фазовых поверхностей присоединенных волн. В условиях экспериментов, результаты которых представлены на рис. 6, а, впадина первой внутренней волны расположена на передней кромке пластины в верхнем полупространстве и контактирует с нижней стороной на расстоянии 0,9 см от нее. Первый гребень присоединенной волны примыкает к задней кромке пластины в верхнем полупространстве. Вблизи следа за пластиной полудлина волны составляет 6 см в верхнем и 4,5 см в нижнем полупространстве, однако и здесь след расщепляется на отдельные протяженные прослойки.

Подъемная сила искажает геометрию волнового поля: гребни и впадины располагаются симметрично относительно плоскости движения (за горизонтальной пластиной — антисимметрично (см. рис. 3, 4)). Фазовые поверхности проходят через след, расщепленный на отдельные протяженные прослойки и более короткие наклонные полосчатые структуры. Темные и светлые линии (впадины и гребни волн соответственно), начиная со второй, соприкасаются в области следа. Симметризованная фазовая структура волнового поля вызывает волнообразные осцилляции плотностного следа, который как целое погружается в области впадин и всплывает в областях гребней внутренних волн.

При малых скоростях движения картина полосчатых структур выше и ниже наклонной пластины становится существенно асимметричной. На наветренной стороне практически вдоль всей пластины, за исключением окрестности ее задней кромки, полосы не наблюдаются. К области контакта следа с пластиной примыкает система коротких полос, вытянутых в направлении движения. На подветренной стороне пластины полосчатые структуры формируются вдоль всей ее длины, начиная с передней кромки, причем часть из них являются сравнительно короткими, часть — протяженными. Следует отметить, что полосы оказываются более тонкими, чем вблизи горизонтально ориентированной пластины (см. рис. 6, а). В этом режиме высота структурированной части течения составляет 0,8 см.

Контрастность изображения свидетельствует о больших значениях градиента плотности в области полосчатых структур, а следовательно, о больших значениях скорости

бароклинной генерации завихренности ($\dot{\Omega} = \nabla p \times \nabla (1/\rho)$) и кинематической завихренности $\Omega = \text{rot } \mathbf{v}$ (\mathbf{v} — скорость жидкости). С кинематической точки зрения такие структуры могут трактоваться как вихревые слои и нити. В системах с диссипацией пространственные масштабы полей завихренности и плотности имеют порядок существенно меньший, чем масштабы изменчивости поля скорости [11]. Нелинейное взаимодействие компактных структур с высоким уровнем завихренности приводит к формированию концентрированных вихрей и вихревых систем. На границе диапазона существования данного типа течения процесс формирования вихрей протекает достаточно медленно, что позволяет проследить его динамику.

При увеличении скорости нарушается равномерность расстояний между отдельными поперечными прослойками на наветренной стороне пластины. Вблизи передней кромки наклонной пластины формируются три поперечных вихревых жгута размером 0,4 см, трансформирующиеся в достаточно толстый след (рис. 6, б), из которого выступают кончики полосчатых структур. След становится неравномерным по толщине и интенсивно осциллирует по вертикали. В точках поворота следа располагаются середины вихревых жгутов асимметричной последовательности вихрей (вихревой дорожки). В этом режиме расстояние между соседними вихрями (шаг дорожки) составляет 2,4 см, геометрия течения меняется по мере удаления от пластины. Так, в центре кластер симметричен (см. рис. 6, б), а внешние кромки последующих кластеров, охватывающих вихри, наклонены в направлении движения тела. В паре, переходящей из нижнего полупространства в верхнее (по горизонтали $l_{x1} \approx 1$ см, между центрами вихрей $l_1 \approx 1,5$ см), расстояния между соседними вихрями меньше, чем в паре, переходящей из верхнего полупространства в нижнее (соответственно по горизонтали $l_{x2} \approx 1,4$ см, между центрами вихрей $l_1 \approx 1,9$ см). В этом режиме максимальный диаметр вихрей $d = 1,1$ см. Действие стратификации подавляет увеличение вертикального размера следа уже на расстоянии от задней кромки, равном половине длины волны (в данном эксперименте $\lambda/2 = 10$ см). Максимальный вертикальный размер следа $h_{\max} = 2,4$ см. В правой части изображения (см. рис. 6, б), где максимальный “возраст” следа составляет $\tau = t/T_b = 0,7$, наблюдается сплющивание и выполаживание вихрей.

Несмотря на то что изображения элементов вихревой дорожки на рис. 6, б достаточно контрастны, при большом увеличении видно, что вихри состоят из отдельных высокоградиентных элементов. В областях их наложения возмущения градиента плотности (и коэффициента преломления) становятся настолько большими, что лучи света выходят за границы динамического диапазона теневого прибора. При этом изображение виньетировается элементами его конструкции. В случаях, когда прослойки отщепляются, их толщина не превышает 0,05 см.

В случае, если пластина располагается перпендикулярно потоку, картина волн остается прежней, а характер спутного течения существенно меняется (рис. 7). При малых скоростях движения вертикальной пластины также четко выражены опережающие возмущения, включающие область блокировки перед телом, нестационарные внутренние волны и сингулярные возмущения на лицевой стороне вблизи кромок пластины (светлое пятно на передней стороне нижней кромки). Над этим пятном располагается еще одна светлая наклонная полоса, индуцирующая внешнюю границу области заблокированной жидкости (рис. 7, а).

Сингулярное возмущение на донной стороне пластины распределяется вдоль фазовой поверхности — впадины внутренней волны (светлая полоса, примыкающая к нижней кромке пластины). С тыльной стороны на расстоянии 0,8 см от внешних кромок к пластине примыкают протяженные высокоградиентные прослойки — внешние оболочки плотностного следа. Их уход с кромок пластины означает, что в деформированном поле

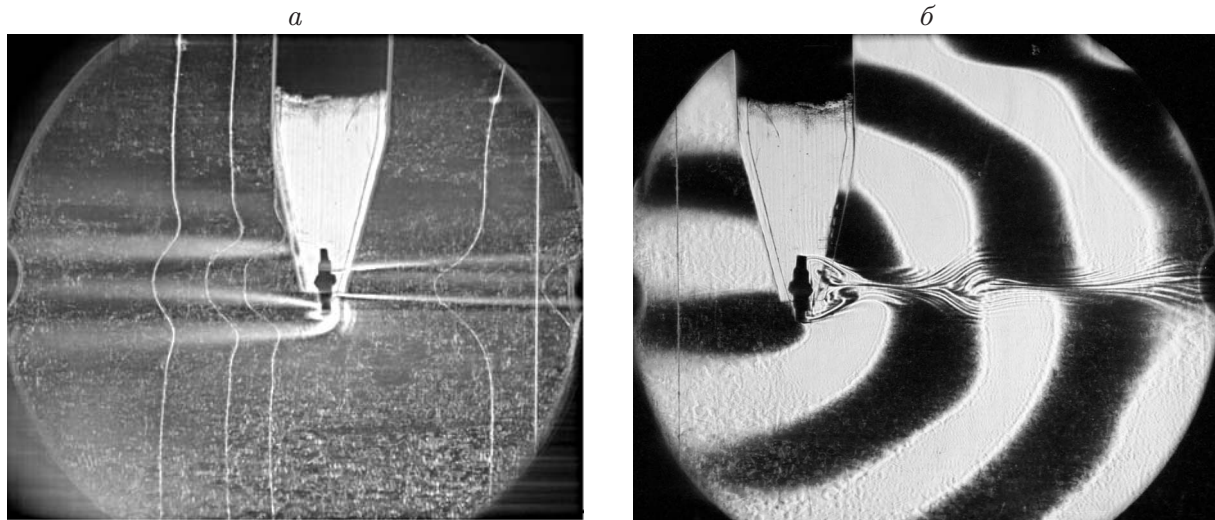


Рис. 7. Теневая картина течения вблизи вертикальной пластины (диаметр поля зрения 23 см, $L_x = 2,5$ см, $T_b = 17,4$ с, $C = 3000$):
 а — $U = 0,033$ см/с, $Re = 8,25$, $Fr = 0,037$; б — $U = 0,29$ см/с, $Re = 70$, $Fr = 0,32$

плотности эффекты плавучести являются более четко выраженными, чем инерциальные эффекты. В этом режиме вертикальный размер донного вихря меньше высоты пластины, т. е. между следом и кромкой пластины располагается еще один структурный элемент течения (в данном случае — краевая сингулярность, совмещенная с короткой внутренней волной).

Контуры деформированных маркеров (тонкие вертикальные линии на рис. 7,а) визуализируют вертикальные профили горизонтальной компоненты скорости. Перед пластиной центральная часть ближайшего к ней маркера является плоской, что означает полную блокировку движения жидкости в этой области. С удалением от пластины контуры маркеров сглаживаются, абсолютная величина их смещений уменьшается, что свидетельствует о частичной вентиляции данной области течения. Перед пластиной толщина слоя сдвига скорости $\Delta z_{up} = 1,1$ см, сдвиг $\partial u_x / \partial z = 0,055$ с⁻¹, значение локального числа Ричардсона $Ri = N_0^2 / (\partial u_x / \partial z)^2 = 230$ показывает, что течение сохраняет гидродинамическую устойчивость.

Скоростной след, размер которого характеризуется высотой области деформации плотностного маркера за пластиной, больше, чем плотностный. В окрестности плотностной метки его высота $h_u = 4,5$ см, а для плотностного следа $h_d = 1,8$ см ($h_u / h_d = 2,5$). Максимальная скорость на оси следа приблизительно равна скорости тела, ширина слоя сдвига скорости в донном следе $\Delta z_{dw} = 1,1$ см, величина сдвига скорости $\partial u_x / \partial z = 0,028$ с⁻¹, значение числа Ричардсона в следе $Ri > 900$.

Накопление жидкости с плоскости движения перед пластиной и ее вынос из области за пластиной приводят к перестройке первоначально однородного градиента плотности. Он становится более слабым в области перед пластиной и увеличивается в области за ней, усиливая действие стратификации на донный след и вихревые структуры.

По мере накопления завихренности и роста энергии вихревого движения в донной части течения за пластиной внешняя оболочка плотностного следа начинает расширяться и ее внешние границы приходят на кромки пластины (рис. 7,б). Волновое возмущение становится более простым и включает опережающие нестационарные волны и интерфе-

рениционную картину присоединенных волн, обусловленную нелокальностью порождающего возмущения. Это возмущение включает не только пластину и донный вихрь, но и вихревые элементы внутри плотностного следа.

След приобретает варикозную форму и состоит из вихревых жгутов, соединенных системой протяженных прослоек, вытянутых в направлении среднего течения. Тонкие прослойки в следе наблюдаются в течение продолжительного времени и исчезают одновременно с затуханием более крупномасштабных внутренних волн, что согласуется с выводами о неразделимости системы регулярных и сингулярных компонентов стратифицированных течений [10]. Положения экстремальных точек границы плотностного следа строго синхронизированы с фазовой картиной присоединенных внутренних волн. Размер вертикального варикозного плотностного следа минимален в областях контакта впадин волн в верхнем полупространстве с гребнями в нижнем, и, наоборот, максимален в областях контакта гребней в верхнем полупространстве с впадинами в нижнем. Эффективность синхронизации волновых и вихревых компонент обеспечивается существованием тонкой высокоградиентной оболочки следа.

Заключение. Численная визуализация полного решения линеаризованной системы уравнений для стратифицированной жидкости позволяет выделить регулярные (внутренние волны, опережающее возмущение, следы) и сингулярные (краевые возмущения и пограничные слои) компоненты течений. В эксперименте течение вблизи пластины также состоит из регулярного (волны и вихри) и сингулярного компонентов (высокоградиентные прослойки — вихревые поверхности и линии). Высокоградиентные прослойки в следе наблюдаются при всех скоростях движения пластины.

При малых скоростях движения пластины картина внутренних волн удовлетворительно описывается линейными моделями, причем фазовые структуры согласуются с результатами расчетов и количественно, и качественно. Однако даже в этом режиме в следе существует одна или несколько высокоградиентных прослоек — сингулярных элементов, вытянутых в направлении среднего течения.

При увеличении скорости в ламинарном следе за горизонтальной пластиной наряду с продольными прослойками появляются поперечные полосчатые структуры (вихревые поверхности или нити), формирование которых обусловлено действием краевых сингулярностей. При дальнейшем увеличении скорости регулярность расположения полосчатых структур нарушается, они группируются в кластеры, которые преобразуются в вихревые системы. Стратификация подавляет вертикальные движения и оказывает влияние на геометрию вихревого течения. Количество элементов, положение, протяженность области полосчатых структур непрерывным образом зависят от параметров течения в диапазоне их устойчивого существования.

Нелинейное взаимодействие регулярных и сингулярных элементов течения приводит к нарушению равномерности картины полосчатых структур, формированию кластеров, усилению градиента плотности, образованию вихрей и их последовательностей (вихревых систем) как в области за горизонтальной, так и в области за наклонной пластиной.

При движении наклонной пластины действие подъемной силы проявляется в изменении фазовой структуры поля внутренних волн, а также формы, размеров, ориентации и характера эволюции вихревых систем. Поле волн, антисимметричное вблизи наклонной пластины, в верхнем и нижнем полупространствах может стать симметричным.

В случае, когда пластина устанавливается перпендикулярно направлению движения, свойства волновой картины остаются прежними, а свойства вихревой существенно изменяются. След, расщепленный на отдельные прослойки, становится варикозным, размер и положение вихрей в нем синхронизированы с картиной присоединенных внутренних волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ландау Л. Д.** Теоретическая физика. Т. 4. Гидродинамика / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 1986.
2. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.
3. **Hoepffner J., Brandt L., Henningson D. S.** Transient growth on boundary layer streaks // J. Fluid Mech. 2005. V. 537. P. 91–100.
4. **Сбоев Д. С., Грек Г. Р., Козлов В. В.** Об особенностях внутреннего строения “полосчатых структур” // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6, № 3. С. 381–392.
5. **Ehresten U., Gallaire F.** On two dimensional models in temporal spatially evolving open flows: the flat boundary layer // J. Fluid Mech. 2005. V. 536. P. 209–218.
6. **Лайтхилл Дж.** Волны в жидкостях. М.: Мир, 1981.
7. **Чашечкин Ю. Д., Миткин В. В., Бардаков Р. Н.** Полосчатые структуры в стратифицированном течении около горизонтальной пластины // Докл. РАН. 2006. Т. 409, № 6. С. 774–778.
8. **Chashechkin Yu. D., Mitkin V. V.** A visual study on flow pattern around the strip moving uniformly in a continuously stratified fluid // J. Visual. 2004. V. 7, N 2. P. 127–134.
9. **Чашечкин Ю. Д., Приходько Ю. В.** Структура течений, образующихся при свободных колебаниях цилиндра на горизонте нейтральной плавучести, в непрерывно стратифицированной жидкости // Докл. РАН. 2006. Т. 407, № 5. С. 622–625.
10. **Чашечкин Ю. Д., Кистович А. В.** Классификация трехмерных периодических течений в жидкости // Докл. РАН. 2004. Т. 395, № 1. С. 55–58.
11. **Байдулов В. Г., Матюшин П. В., Чашечкин Ю. Д.** Структура течения, индуцированного диффузией, около сферы в непрерывно стратифицированной жидкости // Докл. РАН. 2005. Т. 401, № 5. С. 613–618.
12. **Чашечкин Ю. Д., Кистович А. В.** Расчет структуры периодических течений в непрерывно стратифицированной жидкости с учетом эффектов диффузии // Докл. РАН. 2003. Т. 393, № 6. С. 776–780.
13. **Васильев А. Ю., Чашечкин Ю. Д.** Излучение пучков трехмерных периодических внутренних волн источниками различного типа // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 12–23.
14. **Бардаков Р. Н., Чашечкин Ю. Д.** Расчет и визуализация двумерных присоединенных внутренних волн в вязкой экспоненциально стратифицированной жидкости // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2004. Т. 40, № 4. С. 531–544.
15. **Ньюмен Д.** Морская гидродинамика. Л.: Судостроение, 1985.
16. **Смирнов С. А., Чашечкин Ю. Д., Ильиных Ю. С.** Высокоточный метод измерения профиля периода плавучести // Измер. техника. 1998. № 6. С. 15–18.

*Поступила в редакцию 11/VII 2006 г.,
в окончательном варианте — 9/XI 2006 г.*