

## ВЛИЯНИЕ ТЕРМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ НА МИНИМАЛЬНУЮ ЭНЕРГИЮ ИСКРОВОГО ЗАЖИГАНИЯ ГАЗА

А. Ю. Крайнов, В. А. Баймлер

Томский государственный университет, 634050 Томск, akrainov@ftf.tsu.ru

На основе математической модели искрового зажигания газа численно исследуется влияние термического расширения на минимальную энергию искрового зажигания газа. Показано, что теплодиффузионная модель искрового зажигания газа занижает значение минимальной энергии искры в два и более раз. Исследована зависимость минимальной энергии искры при зажигании от числа Дамкеллера, характеризующего отношение скорости распространения фронта пламени к скорости звука в газе.

Ключевые слова: горючий газ, искра, термическое расширение, минимальная энергия зажигания.

Электрическая искра используется в различных технических устройствах для зажигания горючей газовой смеси; вместе с тем искра может быть причиной возникновения пожара или взрыва [1–3]. С точки зрения проблем обеспечения пожаро- и взрывобезопасности производств и технологических процессов важно знать минимальную энергию зажигания горючих газовых смесей искровым источником [1–4]. Теоретическому моделированию искрового зажигания газов посвящены работы [5–7], где на основе теплодиффузионной модели горения газов получены приближенные оценки минимальной энергии зажигания газовой смеси, которые затем сравнивали с численным решением задачи в [7].

Процесс искрового разряда сопровождается локальным повышением температуры и давления, в связи с этим возникают тепловое излучение газа и движение среды. Доля энергии искры, излучаемой из зоны электрического пробоя, которая переходит в механическое движение среды, экспериментально определена в [5]. Влияние перехода части энергии искры в кинетическую энергию движения газа на минимальную энергию искрового зажигания отмечается в [7], однако количественно влияние этого эффекта при искровом зажигании проанализировано не было. В данной работе проводится анализ влияния термического расширения горючего газа при искровом зажигании.

Будем моделировать искровое тепловыделение мгновенным нитевидным источником тепловыделения. Математическая модель, описывающая процесс искрового зажигания, ос-

нована на уравнениях газовой динамики, где в правых частях уравнения энергии учитываются эффекты кондуктивного теплопереноса и тепловыделения от химической реакции, моделируемого законом Аррениуса, и уравнения для концентрации реагентов. В безразмерных переменных уравнения, записанные в цилиндрической системе координат, имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho u}{\partial \xi} = -\frac{\rho u}{\xi}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial \tau} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial \xi} = -\frac{\rho u^2}{\xi}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \frac{\rho(\theta + 1/\beta)}{k-1} + \frac{\rho u^2}{2} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \frac{k\rho(\theta + 1/\beta)u}{k-1} + \frac{\rho u^3}{2} \right) = \\ & = -\frac{1}{\xi} \left( \frac{k\rho(\theta + 1/\beta)u}{k-1} + \frac{\rho u^3}{2} \right) + \\ & + \frac{Dm}{k-1} \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + \frac{k}{k-1} \rho a \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta}, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial a}{\partial \tau} + u \frac{\partial a}{\partial \xi} = DmLe \frac{1}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) - \gamma a \exp \frac{\theta}{1 + \beta\theta}, \quad (4)$$

$$p = \rho(\theta + 1/\beta). \quad (5)$$

Предполагается, что через малый промежуток времени  $\tau_0$  после электрического пробоя профиль температуры соответствует функции Гаусса, при этом выгорание газа несущественно и им пренебрегаем, газ неподвижен. Тогда начальные условия запишутся в виде

$$\rho(\xi, \tau_0) = 1, \quad a(\xi, \tau_0) = 1, \quad u(\xi, \tau_0) = 0,$$

$$\theta(\xi, \tau_0) = \frac{M}{\tau_0} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\tau_0 \text{Dm}}\right) + \theta_0. \quad (6)$$

Распределение давления в момент времени  $\tau_0$  определяется из уравнения состояния (5).

Граничные условия:

$$\frac{\partial a(0, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \theta(0, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \rho(0, \tau)}{\partial \xi} = 0,$$

$$\frac{\partial a(\infty, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \theta(\infty, \tau)}{\partial \xi} = \frac{\partial \rho(\infty, \tau)}{\partial \xi} = 0. \quad (7)$$

При записи уравнений (1)–(7) использованы следующие обозначения:  $\tau = t/t_*$ ,  $\xi = r/r_*$ ,  $u = u_g/u_*$ ,  $p = p_g/p_*$ ,  $\rho = \rho_g/\rho_*$ ,  $a = a_g/a_0$ ,  $\theta = E/RT_*^2 \cdot (T - T_*)$ ,  $t_* = c_p/(Qa_0k_0 \exp(-E/RT_*)E/RT_*^2)$ ,  $r_* = t_* \sqrt{R^2 T_*^2/E}$ ,  $\rho_* = \rho_{g,0}$ ,  $p_* = \rho_* u_*^2$ ,  $u_* = r_*/t_*$ ,  $\text{Dm} = \chi/u_*^2 t_*$ ,  $\chi = \lambda/c_v \rho_{g,0}$ ,  $\text{Le} = D/\chi$ ,  $\beta = RT_*/E$ ,  $\gamma = c_p RT_*^2/QE$ ,  $M = AE/4\pi \lambda t_* RT_*^2$ ,  $k = c_p/c_v$ ,  $t$  — время,  $r$  — координата,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $T$  — температура,  $u$  — скорость,  $a$  — концентрация,  $Q$  — тепловой эффект реакции,  $E$  — энергия активации реакции,  $k_0$  — предэкспоненциальный множитель,  $R$  — универсальная газовая постоянная,  $c$  — теплоемкость,  $\lambda$ ,  $\chi$ ,  $D$  — коэффициенты теплопроводности, температуропроводности и диффузии,  $A$  — линейная плотность тепловыделения от искры,  $k$  — показатель адиабаты. Безразмерные переменные:  $\theta$  — температура,  $\tau$  — время,  $\xi$  — координата. Индексом  $g$  отмечены размерные параметры газа, без индекса — безразмерные; индексом  $*$  обозначены масштабные значения переменных,  $0$  — начальные значения. Параметры  $\gamma$  и  $\beta$  характеризуют химическую реакцию,  $\text{Dm}$  — число Дамкеллера (отношение скорости распространения фронта пламени к скорости звука),  $\text{Le}$  — число Льюиса,  $M$  — безразмерная линейная

плотность энергии искры. В качестве  $T_*$  выбрана температура  $T_* = T_{ad} - \alpha RT_{ad}^2/E$ , где  $T_{ad}$  — адиабатическая температура сгорания,  $\alpha$  — константа.

Систему уравнений (1)–(7) решали численно по явной разностной схеме на неравномерной сетке, построенной следующим образом: в области искрового тепловыделения и его окрестности шаг разностной сетки брали равномерным, начиная с  $\xi_c$  шаг сетки увеличивался по геометрической прогрессии с коэффициентом 1,03. Величину  $\xi_c$  выбирали в  $2 \div 3$  раза больше характерной толщины прогретого слоя перед фронтом горения. Такое построение сетки позволяет выполнить расчет формирования волны горения и начального этапа ее распространения при успешном зажигании на равномерной сетке и отнести правое граничное условие на большое расстояние, такое, чтобы его влияние не проявилось за время зажигания газа (время распространения возмущения со скоростью звука от центра искрового энерговыведения до правой границы расчетной области должно быть больше периода искрового зажигания). Уравнения (1)–(3) решали методом Годунова — Колгана [8], правую часть уравнения (3) аппроксимировали явно на трехточечном шаблоне. Уравнение (4) аппроксимировали с использованием преобразования Самарского [9], которое обеспечивает второй порядок аппроксимации на равномерной сетке. Критическое значение энергии искры ( $M_*$ ) рассчитывали на сетке, обеспечивающей точность вычисления  $M_*$  не хуже 3%. Параметры сетки подбирали исходя из исследования сходимости результатов расчетов при уменьшении шага сетки и времени  $\tau_0$ . Значение  $M_*$  определяли методом дихотомии с точностью 2% на выбранной сетке. Критерием успешного зажигания является распространение волны горения на расстояние  $3 \div 4$  толщин характерной зоны прогрева перед фронтом горения. Критерием отсутствия зажигания является понижение температуры в центре тепловыделения от искры до значений ниже  $(\theta_{ad} + \theta_0)/2$ . В расчетах контролировалось выполнение законов сохранения массы и полной энергии. В случае, когда не учитывается термическое расширение газа ( $u \equiv 0$  и  $c_p = c_v$ ,  $k = 1$ ) и при выборе масштаба по координате  $r_* = \sqrt{\chi t_*}$ , безразмерная форма уравнений (1)–(7) становится идентична безразмерной форме теплодиффузионной модели искрового зажигания газа [7]. Расчеты, про-

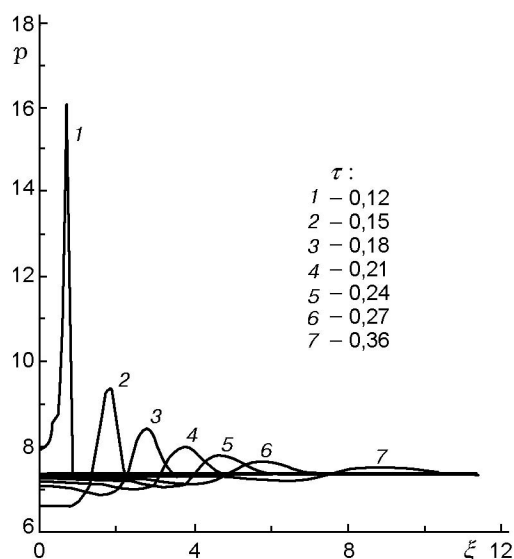


Рис. 1. Зависимость безразмерного давления от расстояния в различные моменты времени:  $\gamma = 0,1, \beta = 0,07, \theta_0 = -7, Le = 1, Dm = 0,01, M = 48$

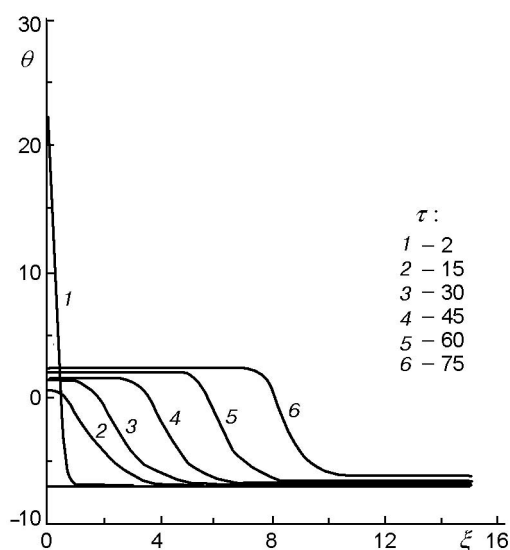


Рис. 2. Зависимость безразмерной температуры от расстояния в различные моменты времени:  $\gamma = 0,1, \beta = 0,07, \theta_0 = -7, Le = 1, Dm = 0,01, M = 48$

веденные для этого случая с параметрами, взятыми из работы [7], для цилиндрической симметрии источника совпали с результатами [7] с точностью 2%.

Влияние термического расширения газа на минимальную энергию зажигания искрой исследовалось следующим образом. Вначале рассчитывали минимальную энергию искры, необходимую для зажигания, без учета термического расширения газа с параметрами  $\gamma = 0,1, \beta = 0,07, \theta_0 = -7, k = 1,3$  при  $T_* = T_{ad} - \alpha RT_{ad}^2/E, \alpha = 2$ : в данном случае  $M_* = 15$ . Затем определяли минимальную энергию зажигания искрой по модели (1)–(7) при тех же значениях параметров  $\gamma, \beta, \theta_0, \alpha$  при различных значениях числа Дамкеллера. Результаты расчетов приведены на рис. 1–4.

На рис. 1–3 представлена пространственно-временная эволюция параметров состояния газа при искровом зажигании при  $\gamma = 0,1, \beta = 0,07, \theta_0 = -7, Le = 1, Dm = 0,01, M = 48$ . После прохождения электрического пробоя формируется ударная волна, которая распространяется в газе. Из-за цилиндрической симметрии давление в волне падает по мере ее удаления от зоны энерговыделения искрового разряда (см. рис. 1). Скорость распространения волны давления большая, и она опережает волну прогрева. К моменту времени 0,36 волна сжатия уходит далеко от высокотемператур-

ной зоны. Дальнейший процесс зажигания происходит практически в изобарических условиях при небольших скоростях движения газа. Критическая энергия зажигания при выбранных значениях безразмерных параметров составила  $M_* = 47$  и отличается от значения, рассчитанного по теплодиффузионной модели, в три раза. Такое отличие обусловлено тем, что после выделения тепла от искрового разряда газ быстро расширяется, что приводит к понижению давления и температуры в зоне прохождения искры и тем самым уменьшает скорость химических реакций в этой области.

Согласно подходу Я. Б. Зельдовича [1] успешное искровое зажигание происходит в случае, когда энергия искры способна создать две прогретые зоны перед фронтом пламени и адиабатическую температуру горения в центре. Проведем некоторые оценки. Предположим, что после мгновенного искрового пробоя в газе возникает цилиндрическая область (малого радиуса) повышенной температуры и давления, которая расширяется до выравнивания давления с окружающим газом. Полагая расширение адиабатическим, можно оценить изменение температуры в этой области. Пусть адиабатическая температура сгорания газовой смеси  $T_{ad} = 2700$  К, искра мгновенно нагревает часть газа от температуры  $T_0 = 270$  К до температуры  $T_1 = 2700$  К. Давление в газе  $p_0 = 1$  атм, в

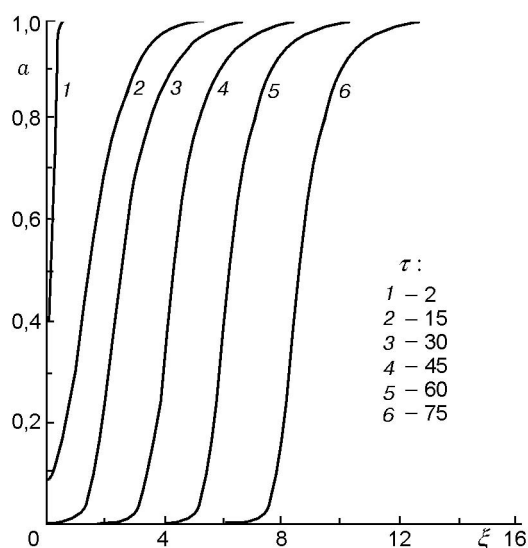


Рис. 3. Зависимость концентрации от расстояния в различные моменты времени:

$\gamma = 0,1$ ,  $\beta = 0,07$ ,  $\theta_0 = -7$ ,  $Le = 1$ ,  $Dm = 0,01$ ,  $M = 48$

нагретой области  $p_1 = 10$  атм. После расширения нагретой области температура ее падает до значения  $T_2 = T_1(p_0/p_1)^{(k-1)/k} = 1587$  К ( $k = 1,3$  — показатель адиабаты), которое существенно ниже температуры, при которой скорость химических реакций большая. Для того чтобы газ после расширения имел температуру  $T_2 = 2700$  К, искра должна нагреть его до температуры  $T_1 = T_2^k/T_0^{k-1} = 5387$  К, для этого потребуется в два раза больше энергии. Эта оценка не учитывает химические реакции, так как газ расширяется со скоростью звука и фронт химических реакций за время расширения не успевает пройти большого расстояния, поэтому вклад химических реакций в разогрев мал. Эта оценка также не учитывает механическое движение газа.

Было проведено исследование влияния числа  $Dm$  на значение минимальной энергии зажигания, результаты расчетов приведены на рис. 4. В координатах  $\lg(1/Dm) - M_*$  зависимость минимальной энергии искры от числа Дамкеллера имеет линейный характер. С уменьшением числа Дамкеллера значение  $M_*$  увеличивается, причем скорость роста  $M_*$  в зависимости от  $1/Dm$  (величина производной  $M_*'(1/Dm)$ ) уменьшается с уменьшением числа  $Dm$ . Это можно объяснить следующим. Поскольку число Дамкеллера характеризует отношение скорости распространения фронта

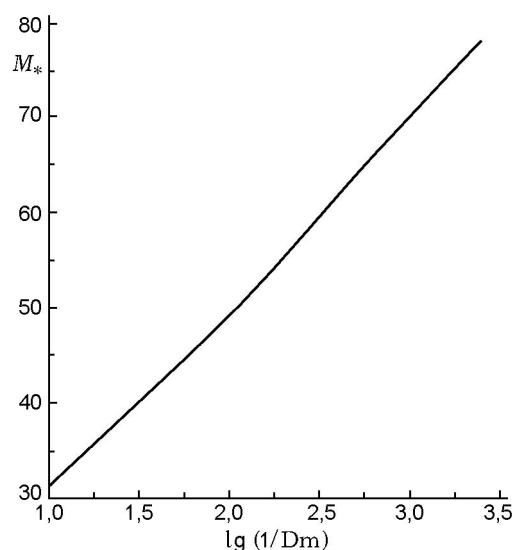


Рис. 4. Зависимость безразмерной минимальной энергии зажигания от числа Дамкеллера:

$\gamma = 0,1$ ,  $\beta = 0,07$ ,  $\theta_0 = -7$ ,  $Le = 1$ ,  $\alpha = 2$

пламени к скорости звука, то чем оно меньше, тем быстрее волна сжатия уходит из высокотемпературной области выделения тепла от искры, и после этого реакция развивается практически в неподвижной среде в изобарических условиях. Поэтому при малых значениях числа  $Dm$  его влияние приводит к незначительным изменениям величины минимальной энергии зажигания (волна давления успевает уйти и унести с собой часть энергии, величина которой не зависит от числа  $Dm$ ).

Таким образом, на основе математической модели искрового зажигания газа, учитывающей его термическое расширение, исследовано влияние расширения газа на минимальную энергию зажигания. Показано, что теплодиффузионная модель искрового зажигания занижает минимальную энергию зажигания газа в  $2 \div 5$  раз в зависимости от числа Дамкеллера, характеризующего отношение скорости распространения фронта пламени к скорости звука. Исследование влияния числа Дамкеллера на минимальную энергию искры показало, что с его уменьшением минимальная энергия зажигания растет пропорционально  $\lg(1/Dm)$ . Термическое расширение газа необходимо учитывать при моделировании быстротекающих процессов искрового зажигания горючих смесей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Щетинков Е. С.** Физика горения газов. М.: Наука, 1965.
2. **Кумагаи С.** Горение. М.: Химия, 1979.
3. **Корольченко А. Я.** Пожаровзрывоопасность промышленной пыли. М.: Химия, 1987.
4. **Льюис Б., Эльбе Г.** Горение, пламя и взрывы в газах. М.: Мир, 1968.
5. **Зельдович Я. Б., Симонов Н. Н.** К теории искрового воспламенения газовых взрывчатых смесей // Журн. физ. химии. 1949. Т. 23, № 1. С. 1362–1374.
6. **Вилунов В. Н.** Искровое воспламенение газовых смесей // Докл. АН СССР. 1973. Т. 208. С. 66–69.
7. **Вилунов В. Н., Некрасов Е. А., Баушев В. С., Тимохин А. М.** О закономерностях искрового воспламенения и выхода на стационарный режим горения // Физика горения и взрыва. 1976. Т. 12, № 3. С. 361–366.
8. **Колган В. П.** Применение принципа минимальных значений производных к построению конечноразностных схем для расчета разрывных решений газовой динамики // Учен. записки ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 6. С. 68–77.
9. **Самарский А. А.** Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.

*Поступила в редакцию 1/VIII 2001 г.*

---