## ПЛОЩАДНАЯ ЛОКАЛИЗАЦИЯ ИСТОЧНИКОВ ГЕОПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ПОЛЕЙ НА ОСНОВЕ МЕТОДА ОСОБЫХ ТОЧЕК

### Ю.В. Утюпин, С.Г. Мишенин\*

Сибирский научно-исследовательский институт геологии, геофизики и минерального сырья, 630091, Новосибирск, Красный просп., 67, Россия

> \* Институт геологии и минералогии им. В.С. Соболева СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия

В целях развития и совершенствования интерпретации потенциальных геофизических полей предложено развитие метода особых точек применительно к площадным данным. Эта методика позволяет производить массовое и быстрое вычисление особых точек по площади с получением устойчивых решений. Изучение поведения модельных полей и локализации особых точек в фазовых плоскостях векторных полей позволяет использовать полученные сведения при интерпретации геопотенциальных полей. Приводятся модельные и реальные примеры использования данной методики для тектонических нарушений и локальных геологических объектов. Показано, что предлагаемая методика существенно расширяет возможности применения метода особых точек при интерпретации геопотенциальных полей.

Особые точки, потенциальные поля.

#### LOCATING THE SOURCES OF GEOPOTENTIAL FIELDS IN AREAL DATA USING THE SINGULARITY METHOD

#### Yu.V. Utyupin and S.G. Mishenin

In an effort to develop and improve potential geophysical field interpretation, we suggest that the singularity method should be extended toward areal data. This procedure enables mass and fast calculation of singularities in area and stable solutions. Studying behavior of model fields and localization of singularities in the phase planes of vector fields permits the use of findings in interpreting geopotential fields. Model and reallife cases of this procedure as applied to tectonic dislocations and local geologic features are exemplified. We show that the proposed procedure significantly enhances the application of the singularity method to interprete geopotential fields.

Singular points, potential fields

В практике интерпретации аномальных геопотенциальных полей (гравитационного и магнитного) одним из важных направлений является локализация характерных (особых) точек аномалеобразующих объектов, определение их пространственного положения, интенсивности и типа источника. Данное направление прикладной геофизики получило широкое теоретическое обоснование и практическое развитие с конца 60-х годов прошлого века. Наиболее заметный вклад в его развитие был внесен работами В.Н. Страхова, С.В. Шалаева, Г.М. Воскобойникова, Н.И. Начапкина, Г.А. Трошкова, А.А. Грозновой и многих других исследователей.

Наиболее успешно в прикладном плане метод особых точек применялся для двухмерного (профильного) варианта [Шалаев, 1960; Грознова, Трошков, 1967; Трошков, 1968; Воскобойников, Начапкин, 1969; Страхов, 1972; Грознова, 1974; Трошков, Грознова, 1980, 1985]. А с распространением персональных компьютеров начали появляться прикладные программы, реализующие различные варианты локализации особых точек аномалеобразующих проектов. Наиболее удачной с позиций практического применения была методика локализации особых точек, предложенная Г.А. Трошковым и А.А. Грозновой и реализованная в программе «Особые точки».

В конце прошлого — начале этого века также предпринимались попытки создания аналогичной методики интерпретации потенциальных полей в случае пространства трех переменных [Трошков, 1977; Грознова, Трошков, 1979; Трошков, Голубчин, 1991; Трошков, 1994], не получившие практического применения. Решение задачи локализации особых точек в трехмерном (площадном) варианте весьма затруднено обстоятельством, обнаруженным еще при применении метода особых точек в двухмерном варианте, когда была отмечена сильная зависимость пространственной локализации и характеристик особых точек от взаимного положения профиля наблюдений и аномалеобразующих объектов. При разовых профильных вычислениях на площади линия сечения проводится через эпицентр изометричной площадной аномалии либо ортогонально линии простирания вытянутой аномалии.

© Ю.В. Утюпин, С.Г. Мишенин, 2012

В случае несоблюдения этого правила происходят незакономерные изменения пространственного положения и характеристик (порядка полюса и интенсивности) особой точки. В трехмерном варианте решения задачи локализации особых точек геопотенциальных полей из-за несоблюдения данного условия возникает множество ложных (фоновых) особых точек со случайными параметрами положения в пространстве и характеристиками, неотличимыми от истинных.

Таким образом, вопрос локализации особых точек на площади в случае массовых расчетов без субъективного вмешательства интерпретатора остается в настоящее время открытым.

Для решения этой проблемы в данной работе предлагается модифицировать успешно проверенный на практике профильный вариант метода особых точек применительно к площадным данным.

Напомним кратко основные формулы вычисления параметров особых точек в профильном варианте [Трошков, Грознова, 1985].

В каждой точке  $x_0$  профиля наблюдений поля f(x) (в качестве которого рассматриваются вторые или третьи производные потенциала силы тяжести) вычисляется комплексный интеграл, представляющий собой при  $L \to \infty$  аналог (m-1)-й комплексной производной:

$$f_m(\tau_0) = \int_{-L}^{L} \frac{f(x)}{(x - \tau_0)^m} dx,$$
 (1)

 $\tau_0 = x_0 + iZ_0$ ,  $Z_0$  — расчетная высота, L — ширина палетки вычисления.

Затем по полученным значениям интеграла  $f_m(\tau_0)$  вычисляются значения функционалов:

$$t_{m}(\tau_{0}) = \frac{f_{m}(\tau_{0})}{f_{m+1}(\tau_{0})},$$
  

$$\alpha_{m}(\tau_{0}) = \alpha + (m+1) \left( 1 + \frac{1}{D_{x}^{1} \operatorname{Re} t_{m}(\tau_{0})} \right),$$
(2)

$$\tau_{m}(\tau_{0}) = \tau_{0} + \frac{m - \alpha_{m}(\tau_{0}) + \alpha + 1}{m + 1} t_{m}(\tau_{0}), \qquad (3)$$

$$B_{m}(\tau_{0}) = \tau_{0} + \frac{\Gamma(m+1)(\tau_{m}(\tau_{0}) - \tau_{0})^{m-\alpha_{m}(\tau_{0})+\alpha+1} f_{m}(\tau_{0}))}{\Gamma(m-\alpha_{m}(\tau_{0}) + \alpha + 1)},$$
(4)

где  $\alpha = 1$  в случае, когда f(x) — вторая вертикальная производная потенциала силы тяжести и  $\alpha = 2$  в случае, когда f(x) — третья вертикальная производная потенциала силы тяжести.

Формулы (2)—(4) дают, соответственно, оценки параметров залегания особой точки:  $\alpha_1$  — порядка особой точки,  $\tau_1 = x_1 + iz_1$ , где  $(x_1, z_1)$  — координат особой точки, ближайшей к  $x_0$ , |B| — мощности особой точки.

Таким образом, в каждой точке профиля  $x_0$  мы получаем расчетное значение  $x_1$  координаты залегания ближайшей особой точки. Далее, следуя исходному алгоритму, строится график отображения  $x_0 \rightarrow x_1 - x_0$  (либо  $x_0 \rightarrow \text{Re}t_m(\tau_0)$ ), и там, где соответствующая кривая меняет знак с плюса на минус, локализуются особые точки (рис. 1, *a*). Другими словами, задача сводится к поиску притягивающих неподвижных точек указанного отображения. Выражаясь языком теории динамических систем, если принять исходный профиль как фазовую прямую отображения  $x_0 \rightarrow x_1$ , то устойчивые стационары этого отображения и будут искомыми особыми точками (см. рис. 1,  $\delta$ ). На указанном рисунке показан пример поиска особых точек для смоделированного поля  $V_{zz}$  от двух пластообразных тел: тонкого пласта с коор-



от двух пластоооразных тел: тонкого пласта с координатой центра верхней кромки x = -300, y = -70 и толстого пласта с координатами углов верхней кромки x = 100, y = -110 и x = 300, y = -110. Звездочками на рис. 1, *а* обозначены найденные особые точки.

В данной работе предлагается описанная выше модификация в профильном варианте, но

Рис. 1. График кривой отображения  $x_0 \rightarrow x_1 - x_1$ (*a*) и соответствующая фазовая прямая отображения  $x_0 \rightarrow x_1(\delta)$ .

Рис. 2. Поле  $V_{zz}$ , в  $E(n \cdot 10^{-9} \text{ c}^{-2})$  от модельного примера № 1.

применительно к площадным данным. Как было сказано выше, при попытках создания трехмерных модификаций метода особых точек основной проблемой являлась проблема выбора угла сечения площадной аномалии линией профиля, по которому проводится вычисление параметров залегания особой точки. Исходя из необходимости решения данной проблемы, основной идеей предлагаемой далее площадной модификации является автоматический выбор угла профиля вычисления ортогональным к изолиниям поля.

Для этого в каждой точке заданной сетки исходной цифровой модели поля ортогонально изолинии, проходящей через эту точку, проводится отрезок заданной ширины *L*, вдоль которого снимаются данные с заданным шагом. После чего, используя фо



данные с заданным шагом. После чего, используя формулы (2)—(4) с заданными параметрами ( $Z_0, m$ ), проводится вычисление параметра  $x_1$  локализации особой точки по профильному простиранию.

Таким образом, в плане каждой точке  $(x_0, y_0)$  на плоскости ставится в соответствие вектор  $(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$  — направление к особой точке. Или другими словами, в результате проводимых вычислений получаем некоторую сеточную аппроксимацию векторного поля отображения  $(x_0, y_0) \rightarrow (x_1, y_1)$ , устойчивые стационарные точки которого являются особыми точками исходного потенциального поля.

Далее — и это основная трудность — собственно численный анализ этого векторного поля. Напомним, что полученное векторное поле задано на сетке, в то время как сами особые точки обычно на сетке не лежат. Можно использовать разные методы нахождения устойчивых особых точек полученного векторного поля, но сильное уточнение локализации особых точек приводит к весьма значительному увеличению времени расчета и повышенным требованиям к точности измерений аномального поля. Нами использован метод интерполяции векторного поля на более густую сеть с последующим поиском точек, в которых функции  $(x_1 - x_0)$  и  $(y_1 - y_0)$  одновременно меняют знак с плюса на минус. Далее проводится проверка таких точек на устойчивость. Как мы уже сказали, найденные устойчивые неподвижные точки отображения и будут считаться особыми точками поля.

После локализации в плоскости особых точек проводится уточнение их параметров. Для этого в каждой найденной особой точке вновь с помощью базового профильного метода особых точек вычисляются параметры: *z* — глубина залегания сингулярного источника, *B* — мощность особой точки и уточня-



ется параметр  $\alpha_1$  — порядок особой точки.

Следует отметить, что используемый здесь термин «особые точки», строго говоря, не совсем корректен. Так как обычное применение этого термина в теории геопотенциальных полей — особые точки аналитических функций — употребляется для полей, заданных на профиле. Здесь же поле задано на площади. Но сам этот термин достаточно универсален. В частности, найденные нами на плоскости притягивающие неподвижные точки, также называются особыми точками векторного поля на плоскости. Поэтому мы используем то же название, понимая, что речь идет о некотором обобщении понятия. Также и метод, описываемый в данной работе, не яв-

Рис. 3. Полученное векторное поле и выделенные (серым цветом) по нему особые точки для модельного примера № 1.



# Рис. 4. Тектонические нарушения северо-восточного направления, выделенные по разрывам в проявлении особых точек (район Верхне-Мунского кимберлитового поля, Западная Якутия).

1 — кимберлитовые трубки Верхне-Мунского поля; 2 — особые точки гравитационного поля, выделенные предлагаемым методом; 3 — тектонические нарушения, выявленные по результатам обработки потенциальных полей и космических снимков; 4 — предполагаемые глубинные тектонические нарушения, выделенные по разрывам сплошности проявления особых точек.

ляется в строгом понимании площадным методом, а всего лишь площадной модификацией профильного метода.

Для наглядного анализа получаемых результатов можно использовать линии, называемые изоклинами. В теории дифференциальных уравнений изоклинами называются линии (геометрические места точек), где векторное поле имеет одинаковый наклон. Главными изоклинами называются изоклины, имеющие только горизонтальный или вертикальный наклон. Точки, где они пересекаются или совпадают, являются стационарами векторного поля (именно в этих точках векторное поле равно нулю).

При визуализации векторного поля построение изоклин наглядно показывает местоположение особых точек. Заметим, что места слияния изоклин являются целыми линиями особых точек, соответствующих протяженным объектам (уступ, вертикальный пласт, горизонтальный цилиндр и др.).

В качестве модельных рассмотрим два примера:

**Пример 1.** Аномальное потенциальное поле представлено суммой расчетных полей от следующих объектов:

– двух диагональных контактов, C3-ЮВ (глубина *z* меняется от 200 до 300 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = 0.1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ) и ЮЗ-СВ (глубина *z* меняется от 100 до 400 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = -0.1 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ );

– меридионально-расположенного горизонтального цилиндра (координата оси x = 1000 м, глубина залегания оси z = 300 м, радиус r = 100 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = 0.2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>);

– двух вертикальных цилиндров: кругового (координаты центра основания x = -300 м, y = 0 м, глубина z меняется от 150 до 600 м, радиус r = 50 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = -0.3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>) и эллипти-

ческого (координаты центра основания x = 0 м, y = 1000 м, полуоси  $100 \times 70$  м, глубина z меняется от 100 до 600 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = 0.2 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>);

– шара (координаты центра x = 300 м, y = 0 м, z = 300 м, радиус r = 100 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = 0.3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>).

Рассчитанное от модели поле  $V_{zz}$  изображено на рис. 2, а полученное после обработки описанным методом соответствующее векторное поле — на рис. 3.

На рис. 3 штриховой линией и сплошной отображаются, соответственно, изоклины горизонтальных и вертикальных наклонов. Заметим, что особая точка от шара в данном конкретном случае уверенно не локализуется. Это связано с тем, что глубина залегания его достаточно большая по сравнению с близкими объектами. Следовательно, как и в профильном варианте метода особых точек, выявить такие объекты достаточно проблематично. Но следует отметить, что при визуализации на ее месте все равно отмечается схождение векторов.

Протяженные объекты выделяются как линии особых точек (по слиянию изоклин). Вертикальный эллиптический цилиндр выявляется двумя точками. Горизонтальный цилиндр также отображается фрагментарно, так как, в силу его глубокого залегания, в местах пересечений с диагональными контактами последние имеют более сильную контрастность в поле. Отметим, что, несмотря на кажущееся схождение векторов в средней части залегания горизонтального цилиндра, формально особые точки там не выделяются в силу того, что в этих точках векторы направлены вниз, что отражается отсутствием в этих точках изоклины горизонтальных наклонов.

Тем не менее следует отметить, что в области пересечения диагонального контакта менее контрастным объектом происходит разрыв сплошности особых точек. При этом вдоль разрыва, как и в случае с шаром, также отмечается схождение векторов. Это свойство можно использовать для выделения слабоконтрастных протяженных объектов.

Например, только таким признаком (рис. 4) выделяются северо-восточные разломы Далдыно-Оленекской кимберлитоконтролирующей зоны (район Верхне-Мунского кимберлитового поля), нарушающие сплошность разломов других направлений. В результате образуются протяженные «коридоры» северо-восточного направления, лишенные особых точек. Существование данных разломов давно предполагалось, исходя из линейного расположения кимберлитовых полей, но все попытки их трассирования другими геофизическими методами оставались безуспешными при обработке самыми разными способами. Степень контрастности проявления разрывов сплошности возрастает для особых точек с большими значениями глубин (H > 4000 м) и индексов полюсов (p < 2.1), что отражает глубинный характер выявленных тектонических нарушений северо-восточного простирания.





Рис. 5. Поле  $V_{zz}$ , в  $E(n \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-2})$  от модельного примера № 2.

Рис. 6. Полученное векторное поле и выделенные (серым цветом) по нему особые точки для модельного примера № 2.



Рис. 7. Исходное гравитационное поле и особые точки (*a*), вертикальный градиент гравитационного поля и особые точки (*б*).

1 — изолинии  $V_z$  в мГл (n·10<sup>-5</sup> м/с<sup>2</sup>) и  $V_{zz}$  в E (n·10<sup>-9</sup> с<sup>-2</sup>); 2 — особые точки; 3 — контуры аномальных объектов; 4 — эпицентры аномальных объектов.

Пример 2. Аномальное потенциальное поле представлено суммой расчетных полей от следующих объектов:

– диагонального C3-ЮВ контакта (глубина z меняется от 50 до 300 м, избыточная плотность  $\Delta \sigma = 0.2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ );

– вертикального эллиптического цилиндра (полуоси  $200 \times 100$  м, глубина *z* меняется от 100 до 500 м, избыточная плотность  $0.3 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>), секущегося контактом;

– прямоугольной призмы (координата *x* от 300 до 500 м, координата *y* от 300 до 500 м, глубина *z* от 120 до 400 м, избыточная плотность =  $0.4 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>).

Рассчитанное от модели поле  $V_{zz}$  изображено на рис. 5, а соответствующее ему векторное поле — на рис. 6.

Заметим, что здесь также линия контакта выделяется фрагментарно в силу того, что аномалия от цилиндра более контрастна. Границы цилиндра и призмы в данном случае выделяются достаточно чет-ко, хотя и с неминуемыми искажениями.

К сожалению, данный метод, так же как и профильный вариант, не лишен недостатков. Напомним, что главным из них является сильная чувствительность к исходным данным. Проявляется это возможным наличием «лишних» особых точек, которые требуют проверки расчетами с разными параметрами. Даже на модельных примерах можно увидеть «рябь» в поведении главных изоклин.

Заметим также, что найденные предложенным площадным вариантом особые точки следует исследовать профильными методами для большего уточнения, в первую очередь, глубины их залегания.

В качестве реального примера изучения локальных объектов рассмотрим результаты применения метода особых точек в предложенной нами модификации при обработке аномального гравитационного поля редукции Буге (полученного по материалам съемок масштаба 1:200 000) для района Муно-Мархинского междуречья (Западная Якутия). Глубина залегания кристаллического фундамента на данной территории оценивается в 2.5—3.5 км, и он перекрыт комплексом субгоризонтально залегающих терригенно-карбонатных пород рифея венда и нижнего палеозоя. Здесь в аномальном гравитационном поле и в вычисленном из него поле вертикального градиента фиксируется положительная двойная аномалия силы тяжести (рис. 7, a,  $\delta$ ).

В результате применения предлагаемого нами алгоритма для предварительно рассчитанной по исходному полю трансформации  $V_{zz}$  полученные особые точки позволили отчетливо выделить два аномальных субизометричных (исходя из соотношения их главных осей) объекта с эпицентрами в точках A и B и параметрами:

– аномалия с эпицентром А: минимальная глубина особых точек — 2.7—3.1 км (в среднем 2.8 км), порядок точек 0.9—1.2, глубина центра масс (нижний максимум) — 9.0 км, порядок точки 2.5;

– аномалия с эпицентром *B*: минимальная глубина особых точек — 3.1—3.5 км (в среднем 3.3 км), порядок точек 1.2—1.3, глубина центра масс (нижний максимум) — 8.0 км, порядок точки 3.0.

Следует отметить, что контуры аномальных объектов и их эпицентры определяются более однозначно по сравнению с планами изолиний  $V_z$  и  $V_{zz}$ . Используя полученные параметры глубин особых точек и эпицентров тел, в качестве параметров модели вертикального цилиндра, установлена избыточная (по отношению к стандартной плотности аномалии Буге 2.67·10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>) плотность аномальных объектов — 0.3 и 0.31·10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>. Таким образом, объекты, образующие аномалию, представляют собой два сближенных интрузивных массива с плотностью порядка 2.97—2.98·10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup> основного или ультраосновного состава, выходящие на поверхность древнего кристаллического фундамента. При этом южный массив в верхней своей части имеет сложное внутреннее строение (возможно, более дифференцирован) по сравнению с северным, что фиксируется появлением дополнительных особых точек в интервале 2800—4700 м.

Таким образом, изучение поведения модельных полей и локализации особых точек в фазовых плоскостях векторных полей позволяет использовать полученные сведения на практике при изучении взаимоотношений тектонических нарушений и аномальных объектов между собой при геологической интерпретации результатов примененной модификации метода особых точек.

Подытожив все вышесказанное, можно отметить, что описанный здесь метод во многих случаях позволяет провести локализацию сингулярных источников геопотенциальных полей непосредственно по данным, заданным на площади. Причем вычислительная основа профильного метода особых точек осталась неизменной. Предложенный нами подход открывает перспективы применения в площадном варианте и других эффективных двухмерных алгоритмов интерпретации геопотенциальных полей, разработанных ранее и апробированных на практике.

#### ЛИТЕРАТУРА

Воскобойников Г.М., Начапкин Н.И. Метод особых точек для интерпретации потенциальных полей // Физика Земли. М., Наука, 1969, № 5, с. 24—39.

**Грознова А.А.** Интерпретация аномалий градиентов напряженности магнитного поля методом особых точек // Методы разведочной геофизики. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1974, вып. 22, с. 3—9.

**Грознова А.А., Трошков Г.А.** Определение параметров намагниченных тел методом выделения особых точек // Вопросы разведочной геофизики, 1967, № 6, с. 14—23.

**Грознова А.А., Трошков Г.А.** Элементы методики определения числовых характеристик особых точек сложных потенциальных полей в пространстве трех измерений // Геофиз. сборник АН УССР, 1979, вып. 89, с. 72—78.

Страхов В.Н. Об определении особых точек потенциальных полей на основе аналитического продолжения // Геофиз. сборник АН УССР, вып. 46. 1972.

**Трошков Г.А.** Вопросы интерпретации гравитационных полей методом особых точек // Вопросы разведочной геофизики, 1968, № 8, с. 40—44.

**Трошков Г.А.** Вопросы локализации особенностей потенциальных полей в пространстве трех измерений // Физика Земли. М., Наука, 1977, № 10, с. 79—82.

**Трошков Г.А.** Локализация сингулярных источников геопотенциальных полей в пространстве трех вещественных переменных // Физика Земли. М., Наука, 1994, № 11, с. 73—77.

**Трошков Г.А., Грознова А.А.** Метод устойчивой локализации особенностей потенциальных полей // Физика Земли. М., Наука, 1980, № 11, с. 96—101.

**Трошков Г.А., Грознова А.А.** Математические методы интерпретации магнитных аномалий. М., Недра, 1985, 151 с.

Трошков Г.А., Голубчин С.И. Решение обратной пространственной задачи магнитометрии методом локализации сингулярных источников // Физика Земли. М., Наука, 1991, № 10, с. 33—39.

Шалаев С.В. Применение линейного программирования в геофизике // Геология и геофизика, 1965 (5), с. 87—93.

Рекомендована к печати 15 декабря 2011 г. А.Д. Дучковым

Поступила в редакцию 19 сентября 2011 г.