

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЕРЫ И АЛЮМИНИЯ ПРИ УДАРНО-ВОЛНОВОМ НАГРУЖЕНИИ

С. А. Зелепугин, В. Б. Никуличев

Отдел структурной макрокинетики Томского научного центра СО РАН, 634021 Томск

Предложена численная модель для расчета сверхбыстрых химических реакций в смесях в условиях ударно-волнового нагружения. Исследовано влияние скорости соударения и скорости химических превращений в нестехиометрическом образце из малопористой смеси алюминия и серы. Расчеты проведены в диапазоне скоростей удара $1000 \div 2500$ м/с. Представлены основные характеристики процесса. Выявлена возможность реализации течений, когда волна разгрузки от боковой поверхности образца практически останавливается.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема исследования макрокинетики твердофазных химических реакций в условиях динамического нагружения в настоящее время является одним из важных направлений фундаментальных и прикладных исследований в химии ударных волн. Реакции синтеза в порошковых смесях, инициируемые действием ударных волн, протекают в условиях высоких давлений и скоростей деформаций и сопровождаются быстрым выделением большого количества энергии, что приводит к значительному повышению температуры, часто превышающей температуру плавления компонентов. Особенности поведения реагирующих смесей из неорганических веществ исследовались, в частности, в работах [1–4] с помощью различных экспериментальных методик. Цель данной работы — численно исследовать особенности развития химических реакций в смеси алюминия и серы нестехиометрического состава в условиях, реализующихся при высокоскоростном ударе. Порошковая смесь рассматривалась как сплошная среда, термомеханические свойства которой на каждом расчетном шаге по времени определялись в зависимости от массовых долей компонентов. Тепловыделение в результате химических превращений включалось в уравнение энергии. Влияние дисперсности компонентов смеси на скорость реакции синтеза сульфида алюминия (Al_2S_3) учитывалось варьированием констант, входящих в кинетическую модель.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для численного моделирования процессов высокоскоростного ударного нагружения используется модель повреждаемой среды, для которой характерно наличие микрополостей (пор, трещин). Общий объем среды W составляют неповрежденная часть среды плотностью ρ_s , занимающая объем W_s , и микрополости, занимающие объем W_f , в которых плотность полагается равной нулю. Средняя плотность повреждаемой среды $\rho = \rho_s(W_s/W)$. Степень поврежденности среды характеризуется, согласно [5], удельным объемом пор $V_f = W_f/W\rho$.

Система уравнений, описывающая нестационарное адиабатическое (как при упругом, так и при пластическом деформировании) движение сжимаемой среды с учетом эволюции микроповреждений и химических превращений, состоит из уравнений неразрывности, движения, энергии, кинетического уравнения и уравнения изменения удельного объема пор:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\rho d\mathbf{v}_i}{dt} = \sigma_{ij,j}; \quad (2)$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\rho} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + \frac{dq_r}{dt}, \quad (3)$$

$$\frac{dq_r}{dt} = \Delta H \frac{d\eta}{dt};$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } \eta = 1 \text{ или если} \\ & T < T_\eta \text{ и } p < p_\eta, \\ f(p_\eta), & \text{если } \eta < 1 \text{ и если} \\ & T \geq T_\eta \text{ или } p \geq p_\eta, \end{cases} \quad (4)$$

$$f(p_\eta) = \begin{cases} K_0, & \text{если } p < p_\eta, \\ K_p K_0, & \text{если } p \geq p_\eta; \end{cases}$$

$$\frac{dV_f}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{если } |p_s| \leq p^* \text{ или} \\ & \text{если } p_s > p^* \text{ и } V_f = 0, \\ -\text{sign}(p_s)K_f(|p_s| - p^*)(V_2 + V_f), & \text{если } p_s \leq -p^* \text{ или} \\ & \text{если } p_s > p^* \text{ и } V_f > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Здесь ρ — плотность; \mathbf{v} — вектор скорости, v_i — его компоненты; E — удельная внутренняя энергия; $\sigma_{ij} = -(p + Q)\delta_{ij} + S_{ij}$ — компоненты тензора напряжений; $p = p_s(\rho/\rho_s)$ — среднее давление; Q — искусственная вязкость; p_s — давление в сплошном компоненте вещества; ε_{ij} — компоненты тензора скоростей деформаций; q_r — удельное тепловыделение химической реакции; ΔH — теплота химической реакции; η — степень превращения вещества; T — температура; $p^* = p_k V_1 / (V_f + V_1)$; T_η , p_η , K_p , K_0 , K_f , p_k , V_1 , V_2 — константы материала.

При моделировании химических реакций в условиях ударно-волнового нагружения используются кинетические соотношения (4) нулевого порядка, характеризующиеся постоянной скоростью протекания химических превращений. Константа реагирующей смеси K_0 является структурно-зависимой величиной и определяется прежде всего размерами частиц компонентов, причем для смеси с большей дисперсностью значение K_0 больше [1]. Моделирование разрушений проводится с помощью кинетической модели разрушения активного типа, определяющей рост микротрещин, непрерывно изменяющих свойства материала и вызывающих релаксацию напряжений.

Давление в неповрежденном веществе является функцией удельного объема, внутренней энергии и удельного объема трещин и во всем диапазоне условий нагружения определяется с помощью уравнения состояния типа Ми — Грюнайзена по формуле [6]

$$p_s = \rho_0 a^2 \mu + \rho_0 a^2 [1 - \gamma_0/2 + 2(b-1)] \mu^2 + \\ + \rho_0 a^2 [2(1 - \gamma_0/2)(b-1) + 3(b-1)^2] \mu^3 + \gamma_0 \rho_0 E.$$

Здесь $\mu = V_0/(V - V_f) - 1$, γ_0 — коэффициент Грюнайзена, V_0 и V — начальный и текущий удельные объемы, a и b — константы ударной адиабаты Гюгонио, описываемой соотношением

$$u_s = a + b u_p,$$

где u_s — скорость ударной волны, u_p — массовая скорость вещества за фронтом ударной волны.

При построении уравнения состояния смеси использовали экспериментальные ударные адиабаты ее компонентов. Плотность, удельный объем, удельную энергию, коэффициент Грюнайзена смеси рассчитывали по формулам

$$\frac{1}{\rho} = V = \sum m_n V_n, \quad E = \sum m_n E_n,$$

$$\frac{V}{\gamma} = \sum m_n \left(\frac{V}{\gamma} \right)_n,$$

где m_n — массовая доля n -го компонента.

В соответствии с подходом [7], примененным для расчета как компактирования, так и порообразования в условиях ударно-волнового нагружения, в настоящей работе использованы представления, согласно которым на изменение пористости влияют только шаровая компонента напряжений или давление, а компоненты девиатора напряжений ограничены независимой девиаторной функцией текучести

$$2G \left(\varepsilon_{ij} - \frac{1}{3} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right) = \frac{dS_{ij}^0}{dt} + \lambda S_{ij},$$

где dS_{ij}^0/dt — производная по Яуманну. Параметр λ при упругой деформации тождественно равен нулю, а при пластической деформации определяется с помощью условия текучести Мизеса

$$S_{ij} S_{ij} = (2/3) \sigma^2.$$

Здесь G — модуль сдвига, σ — динамический предел текучести:

$$G = G_0 K_T \left(1 + \frac{cp}{(1+\mu)^{1/3}} \right) \frac{V_3}{V_f + V_3},$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0 K_T \left(1 + \frac{cp}{(1+\mu)^{1/3}} \right) \left(1 - \frac{V_f}{V_4} \right), & \text{если } V_f \leq V_4, \\ 0, & \text{если } V_f > V_4, \end{cases}$$

$$K_T = \begin{cases} 1, & \text{если } T_0 \leq T \leq T_1, \\ \frac{T_m - T}{T_m - T_1}, & \text{если } T_1 < T < T_m, \\ 0, & \text{если } T \geq T_m. \end{cases}$$

Здесь T_m — температура плавления вещества; c , V_3 , V_4 , T_1 — константы материала. Функцию $K_T(T)$ выбирали с целью моделировать в расчетах нетермический характер пластического деформирования и динамической прочности твердых тел при высоких скоростях деформирования (10^4 с^{-1} и выше) [8].

Для вычисления температуры использовали соотношения

$$dT = \begin{cases} d(E - E_{0,x})/c_p, & \text{если } T < T_m, \\ 0, & \text{если } T = T_m, \\ d(E - E_{0,x} - \Delta H_m)/c_p, & \text{если } T > T_m, \end{cases}$$

где удельная теплоемкость c_p возрастает линейно с ростом температуры до температуры плавления вещества:

$$c_p = \begin{cases} c_p^0 + \frac{c_p^l - c_p^0}{T_m - T_0}(T - T_0), & \text{если } T_0 \leq T < T_m, \\ c_p^l, & \text{если } T \geq T_m. \end{cases}$$

Холодная составляющая удельной внутренней энергии $E_{0,x}$ определяется выражением

$$E_{0,x} = \begin{cases} E_0, & \text{если } \xi < 0, \\ E_0 + E_1\xi + E_2\xi^2 + E_3\xi^3 + E_4\xi^4, & \text{если } \xi \geq 0, \end{cases}$$

где $\xi = 1 - \rho_0/\rho_s$, ΔH_m — удельная теплота плавления, c_p^0 и c_p^l — константы материала, $E_0 = -T_0 c_p^0$, $E_1 = \gamma_0 E_0$, $E_2 = (a^2 + \gamma_0^2 E_0)/2$, $E_3 = (4ba^2 + \gamma_0^3 E_0)/6$, $E_4 = (-2\gamma_0 ba^2 + 18a^2 b^2 + \gamma_0^4 E_0)/24$, $c_p = \sum m_n(c_p)_n$, T_0 — начальная температура.

Рассматривается задача взаимодействия стального ударника, занимающего область D_1 , с образцом из смеси порошков алюминия и серы, занимающим область D_2 . Позади образца размещалось окно из фторида лития, занимающее область D_3 . Для уравнений (1)–(5) в цилиндрической системе координат r, θ, z (z — ось симметрии) ставится задача с начальными при $t = 0$ и граничными условиями. Начальные условия имеют вид

$$\begin{aligned} S_{rr}(0, r, z) &= S_{zz}(0, r, z) = S_{rz}(0, r, z) = \\ &= S_{\theta\theta}(0, r, z) = p(0, r, z) = E(0, r, z) = 0 \\ ((r, z) &\in D_1 \cup D_2 \cup D_3), \end{aligned}$$

$$v_z(0, r, z) = v_0 \quad ((r, z) \in D_1),$$

$$v_z(0, r, z) = 0 \quad ((r, z) \in D_2 \cup D_3),$$

$$v_r(0, r, z) = 0 \quad ((r, z) \in D_1 \cup D_2 \cup D_3),$$

$$\rho(0, r, z) = \rho_{0,1} \quad ((r, z) \in D_1),$$

$$\rho(0, r, z) = \rho_{0,2} \quad ((r, z) \in D_2),$$

$$\rho(0, r, z) = \rho_{0,3} \quad ((r, z) \in D_3).$$

На свободных поверхностях выполняются соотношения $F_{NN} = F_{N\tau} = 0$; на контактных поверхностях между ударником и образцом и между образцом и окном из LiF реализуются граничные условия $F_{NN}^+ = F_{NN}^-$, $F_{N\tau}^+ = F_{N\tau}^-$, $v_N^+ = v_N^-$, $v_\tau^+ = v_\tau^-$. Здесь \mathbf{N} — единичный вектор нормали к поверхности в рассматриваемой точке, τ — единичный вектор касательной к поверхности в этой точке, \mathbf{F}_N — вектор силы на площадке с нормалью \mathbf{N} , \mathbf{v} — вектор скорости. Нижние индексы у векторов \mathbf{F}_N и \mathbf{v} обозначают проекции на соответствующие векторы базиса, индекс «плюс» характеризует значение параметров в материале на внешней границе контактной поверхности, индекс «минус» — на внутренней. Использованные для решения поставленной задачи соотношения метода конечных элементов изложены в [9, 10].

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В расчетах моделировалось взаимодействие стального ударника диаметром 40 мм и высотой 15 мм с прессованным образцом из смеси порошков алюминия и серы диаметром 40 мм и толщиной 3 мм. Состав смеси (0,55 массовых долей алюминия и 0,45 массовых долей серы) отличался от стехиометрии более чем 30 %-м избытком алюминия. Позади образца размещалось окно из LiF толщиной 15 мм, использующееся в экспериментах для наблюдений [1]. Начальная скорость удара варьировалась в пределах $1000 \div 2500$ м/с. Начальное значение температуры $T_0 = 300$ К.

В работе использовались следующие константы.

Для стали: $\rho_0 = 7850 \text{ кг/м}^3$, $a = 4400 \text{ м/с}$, $b = 1,58$, $\gamma_0 = 1,91$, $G_0 = 79 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,87 \text{ ГПа}$, $c = 206 \text{ ГПа}^{-1}$, $V_1 = 2,55 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_2 = 8,92 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_3 = 2,55 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_4 = 6,37 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3/\text{г}$, $K_f = 0,052 (\text{м}\cdot\text{с})/\text{кг}$, $p_k = -1,5 \text{ ГПа}$, $c_p^0 = 446,7 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $c_p^l = 804,3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $T_m = 1809 \text{ К}$, $\Delta H_m = 246,6 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Для LiF: $\rho_0 = 2640 \text{ кг/м}^3$, $a = 5150 \text{ м/с}$, $b = 1,35$, $\gamma_0 = 1,69$, $G_0 = 49 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,2 \text{ ГПа}$, $c = 0$, $V_1 = 1,894 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_2 = 2,841 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_3 = 7,58 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_4 = 0,189 \text{ см}^3/\text{г}$, $K_f = 0,006 (\text{м}\cdot\text{с})/\text{кг}$, $p_k = -0,3 \text{ ГПа}$, $c_p^0 = 1616 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $c_p^l = 2367,3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $T_m = 1122 \text{ К}$, $\Delta H_m = 1044 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Для входящего в состав смеси алюминия: $\rho_0 = 2710 \text{ кг/м}^3$, $a = 5250 \text{ м/с}$, $b = 1,39$, $\gamma_0 = 2,13$, $G_0 = 24,5 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,32 \text{ ГПа}$, $c = 800 \text{ ГПа}^{-1}$, $V_1 = 5,54 \cdot 10^{-3} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_2 = 3,69 \cdot 10^{-4} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_3 = 7,38 \cdot 10^{-2} \text{ см}^3/\text{г}$, $V_4 = 0,1107 \text{ см}^3/\text{г}$, $K_f = 0,007 (\text{м}\cdot\text{с})/\text{кг}$, $p_k = -0,5 \text{ ГПа}$, $c_p^0 = 924,6 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $c_p^l = 1198,3 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $T_m = 933,5 \text{ К}$, $\Delta H_m = 404 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Для входящей в состав смеси серы: $\rho_0 = 2085 \text{ кг/м}^3$, $a = 2370 \text{ м/с}$, $b = 1,59$, $\gamma_0 = 2,18$, $G_0 = 24,5 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,32 \text{ ГПа}$, $c_p^0 = 712 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $c_p^l = 821,5 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$, $T_m = 392,5 \text{ К}$, $\Delta H_m = 53,6 \text{ кДж}/\text{кг}$.

Образующийся в результате реакции сульфид алюминия характеризовался следующими константами: $\rho_0 = 2020 \text{ кг/м}^3$, $a = 2950,1 \text{ м/с}$, $b = 1,4$, $\gamma_0 = 1,8$, $G_0 = 24,5 \text{ ГПа}$, $\sigma_0 = 0,32 \text{ ГПа}$, $c_p^0 = c_p^l = 924,6 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

На рис. 1 представлены расчетные хронограммы для начальной скорости удара $v_0 = 1500 \text{ м/с}$, характеризующие динамику деформирования взаимодействующих тел. Сверхскоростная химическая реакция в образце, расположенному между ударником и окном, происходит при превышении критических значений $T_\eta = 392,5 \text{ К}$ и $p_\eta = 27 \text{ ГПа}$. Энталпия химической реакции ΔH составила 4816 кДж/кг, $K_p = 2$, а скорость химических превращений K_0 варьировалась в пределах $481,6 \div 4816 \text{ ГДж}/(\text{кг}\cdot\text{с})$. Представленным на рис. 1 результатам соответствует значение $K_0 = 481,6 \text{ ГДж}/(\text{кг}\cdot\text{с})$. Расчеты по-

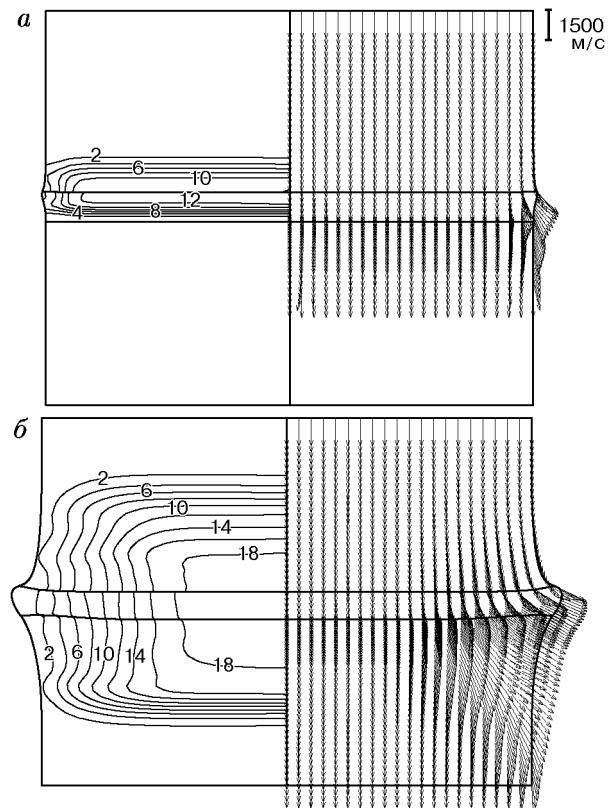


Рис. 1. Компьютерные конфигурации взаимодействующих тел «стальной ударник — образец — окно из LiF» в моменты времени $t = 0,5$ (а) и $2 \mu\text{s}$ (б):

справа — поля векторов скоростей в расчетных узлах, слева — изолинии давления с интервалом $\Delta p = 2 \text{ ГПа}$

казывают, что на начальной стадии процесса по мере распространения ударной волны происходит уплотнение смеси, начальный объем пор W_f в которой составлял 0,07 полного объема. На дальнейшее распространение ударно-волнового фронта, помимо границ разноплотных материалов, конкурирующее воздействие оказывают волна разгрузки от свободной боковой поверхности тел и химическая реакция в образце. Химическая реакция в исследованном диапазоне начальных условий начинается при выполнении критерия по температуре и не прерывается вплоть до полного завершения синтеза сульфида алюминия. При $v_0 = 1000$ и 1500 м/с критерий по давлению не выполняется в течение всего процесса. Для скоростей удара 2000 м/с и выше в образце появляются области, где критерий по давлению

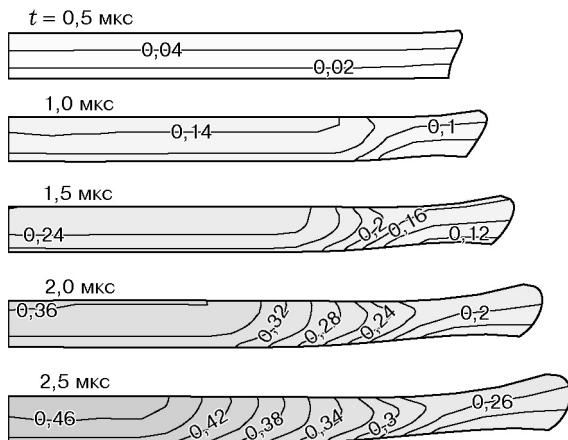


Рис. 2. Изолинии степени превращения вещества в радиальном сечении деформируемого образца в различные моменты времени

превышается. Рис. 2 для $v_0 = 2500$ м/с и $K_0 = 481,6$ ГДж/(кг·с) иллюстрирует переход от равномерного (верхний фрагмент рисунка) к существенно неравномерному развитию химических превращений в образце.

Представленные на рис. 3 зависимости давления и температуры от времени в центре образца демонстрируют влияние скорости наружения и скорости химической реакции на процесс. С ростом скорости удара амплитуда давления возрастает (см. рис. 3, *a*, кривые 1, 2, 5), при этом кривые 1 и 2, соответствующие химически активной и инертной смесям, показывают вклад химической реакции в давление. Максимальная разница в этом случае достигает 1,7 ГПа. Существенное влияние на процесс оказывает рост скорости химических превращений, что иллюстрируют кривые 3–5 для скорости соударения 1500 м/с. При увеличении скорости химической реакции на порядок (см. кривые 5 и 3 на рис. 3, *a*) максимальная разница в давлении достигает 12 ГПа, причем кривая 3 демонстрирует падение давления сразу после достигнутого к моменту $t = 1,05$ мкс полного завершения химической реакции в исследуемой области образца. На зависимостях $T(t)$ (см. рис. 3, *б*) отмечаются участки $T = \text{const}$, соответствующие температуре плавления алюминия. Этот этап резко сокращается во времени с увеличением скорости химической реакции.

Представляет интерес проследить влияние волн разгрузки и химической реакции в об-

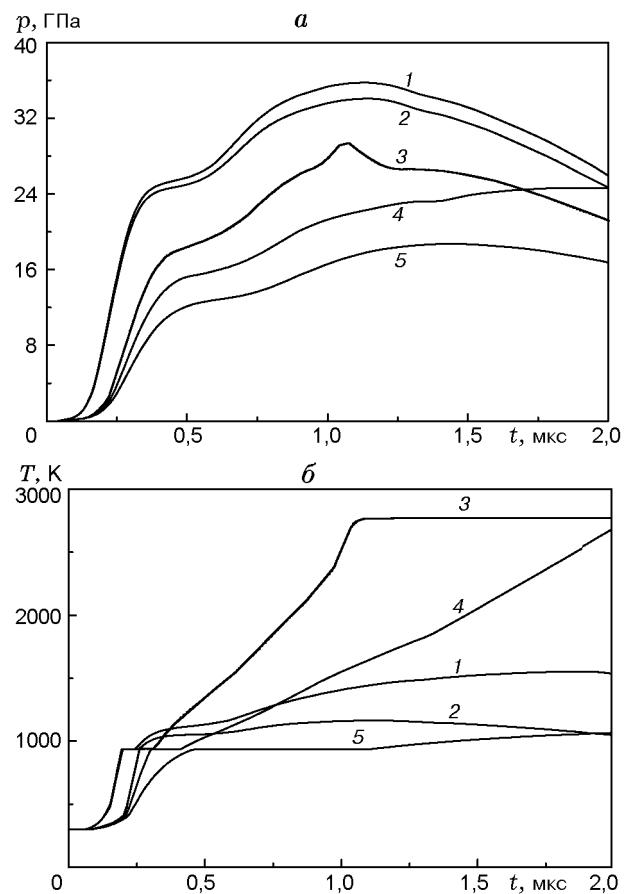


Рис. 3. Зависимости давления (*а*) и температуры (*б*) от времени в центре образца для различных скоростей удара и скоростей химической реакции:

1 — $v_0 = 2500$ м/с, $K_0 = 481,6$ ГДж/(кг·с); 2 — $v_0 = 2500$ м/с, $K_0 = 0$; 3 — $v_0 = 1500$ м/с, $K_0 = 4816$ ГДж/(кг·с); 4 — $v_0 = 1500$ м/с, $K_0 = 2408$ ГДж/(кг·с); 5 — $v_0 = 1500$ м/с, $K_0 = 481,6$ ГДж/(кг·с)

разце на ход процесса. На рис. 4 представлены профили давления в образце для трех скоростей химической реакции. Кривые 3 и 3' показывают снижение давления в периферийной области образца несмотря на продолжающийся процесс химической реакции. Для более высоких скоростей химической реакции (кривые 2, 2' и 1, 1') в указанных временных интервалах падение давления из-за волн разгрузки вполне компенсируется вкладом химической реакции, особенно в последнем случае. Однако при высоких скоростях химического превращения это влияние ограничено во времени из-за быстрого полного завершения реакции.

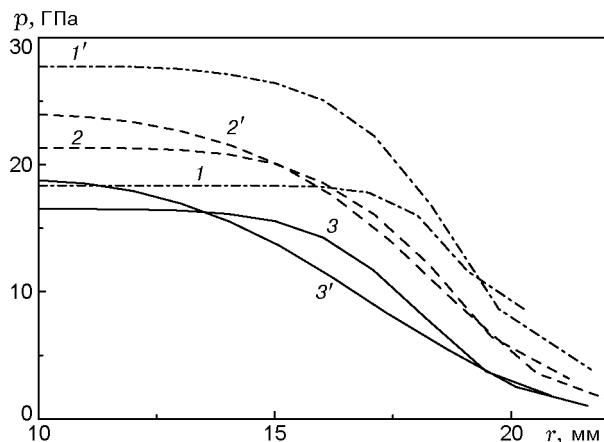


Рис. 4. Профили давления в периферийной области образца для различных скоростей химической реакции ($v_0 = 1500$ м/с):

1, 1' — $K_0 = 4816$ ГДж/(кг·с), $t = 0,5$ и 1 мкс;
2, 2' — $K_0 = 2408$ ГДж/(кг·с), $t = 1$ и 1,5 мкс;
3, 3' — $K_0 = 481,6$ ГДж/(кг·с), время процесса $t = 1$ и 1,5 мкс соответственно

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

- Представлена численная модель для расчета химических реакций в смесях в условиях, реализующихся при высокоскоростном ударе.
- В рамках предложенной модели выявлен переход к неравномерному развитию процесса химических превращений при скоростях соударения 2000 м/с и выше.
- Показано, что с увеличением скорости химической реакции могут реализовываться течения, когда волна разгрузки от боковой поверхности образца практически останавливается.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 00-01-00550).

ЛИТЕРАТУРА

- Гогуля М. Ф., Воскобойников И. М., Долгобородов А. Ю. и др. Взаимодействие серы и алюминия за ударными фронтами // Хим. физика. 1992. Т. 11, № 2. С. 244–247.
- Химия синтеза сжиганием / Под ред. М. Коидзуми. Пер. с японского. М.: Мир, 1998.
- Thadhani N. N. Shock-induced chemical reactions and synthesis of materials // Prog. Mater. Sci. 1993. V. 37. P. 117–226.
- Горельский В. А., Зелепугин С. А., Набатов С. С., Никуличев В. Б. Экспериментальное исследование и численное моделирование поведения системы титан — кремний, подвергнутой ударно-волновому воздействию в плоской ампуле сохранения // Хим. физика. 1999. Т. 18, № 5. С. 102–107.
- Seaman L., Curran D. R., Shokey D. A. Computational models for ductile and brittle fracture // J. Appl. Phys. 1976. V. 47, N 11. P. 4814–4826.
- Gust W. H. High impact deformation of metal cylinders at elevated temperatures // J. Appl. Phys. 1982. V. 53, N 5. P. 3566–3575.
- Херрман В. Определяющие уравнения уплотняющихся пористых материалов // Проблемы теории пластичности. М.: Мир, 1976. С. 178–216.
- Мержиевский Л. А., Титов В. М. О критерии долговечности металлов в микросекундном диапазоне // Докл. АН СССР. 1986. Т. 286, № 1. С. 109–113.
- Johnson G. R. High velocity impact calculations in three dimensions // J. Appl. Mech. 1977. V. 44, N 1. P. 95–100.
- Горельский В. А., Зелепугин С. А., Смоловин А. Ю. Исследование влияния дискретизации при расчете методом конечных элементов трехмерных задач высокоскоростного удара // Вычисл. математика и мат. физика. 1997. Т. 37, № 6. С. 742–750.

Поступила в редакцию 17/V 2000 г.