

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИИ ОТКЛИКА СКОРОСТИ ГОРЕНИЯ БАЛЛИСТИТНЫХ ПОРОХОВ

А. А. Зенин, С. В. Финяков

Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, 119991 Москва, zenin31@list.ru

По данным микротермопарных измерений вычислены нелинейные функции отклика скорости горения второго порядка на пульсации давления для группы баллистических порохов с добавками. Уточнен единый закон газификации баллистических порохов. Введена классификация нелинейных функций отклика: выделено три типа отклика — вязкий, нормальный и критический. Показано, что более половины режимов горения взятых порохов имеют вязкий тип отклика — со слабой зависимостью от частоты и со слабовыраженным максимумом при резонансе. Проанализировано влияние состава порохов на функции нелинейного отклика. Рассмотрены особенности зависимостей нелинейного отклика от нового параметра — сдвига фаз между взаимодействующими модами. Показано, что ошибки при определении функций нелинейного отклика зависят от типа отклика и для большинства изученных режимов горения они малы. Приведены аргументы в пользу одномерности процесса в реакционном слое конденсированной фазы. Предложена гипотеза об околокритическом состоянии некоторых продуктов разложения в этом слое.

Ключевые слова: скорость горения, баллистический порох, волна горения, чувствительность параметров, функции отклика, нелинейность.

### ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] получены линейные функции отклика скорости горения ряда баллистических порохов и октогена на пульсации давления, рассчитанные по данным микротермопарных измерений. Было проанализировано влияние состава порохов на эти функции отклика при разных давлениях и начальных температурах. Настоящая работа посвящена получению нелинейных функций отклика. Проблема нелинейности функций отклика рассматривалась в [2] как нелинейность в газодинамике, тогда как сам порох считался линейной системой. В [3, 4] нелинейное поведение горящей системы моделировалось численно. Различные аспекты проблемы анализировались в [5–9]. Довольно полный обзор литературы по проблеме выполнен в [10]. Очевидно, что нестабильность горения сильно зависит от характеристик порохов и для изучения нестабильности необходим нелинейный подход, поскольку пороха сами по себе являются нелинейными системами, имеющими определенные собственные частоты и декременты затухания. Экспериментальные определения функций отклика проводились с помощью нахождения динамических характеристик скорости горения, причем возмущение осуществлялось в основном с помощью радиационных тепловых импульсов и пульсаций дав-

ления в Т-камере [11–19].

В предлагаемой работе нелинейные функции отклика получены для группы баллистических порохов (БП) с плавкими добавками по уточненным экспериментальным данным, близким к использовавшимся в [1]. В работе приведены исходные данные по составу порохов и скорости горения. Температура поверхности находится по уточненному единому закону газификации баллистических порохов. Для изученных порохов приведены характеристики нелинейных функций отклика скорости горения на пульсации давления при взаимодействии первой и второй мод давления и скорости и при самовзаимодействии первой моды. Дана классификация типов отклика. Проанализированы ошибки вычисления функций отклика. В конце работы приведены аргументы в пользу одномерности процесса горения порохов с плавкими добавками и предложена гипотеза об околокритическом состоянии некоторых компонентов жидкого реакционного слоя конденсированной фазы.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ФУНКЦИЙ ОТКЛИКА ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

Нелинейный отклик скорости горения на пульсации давления определен в [5] с помо-

щью анализа взаимодействия разных гармоник давления и нестационарной скорости горения. Как известно, функция отклика  $U$  скорости на пульсации давления  $\Delta p$  вводится соотношением

$$\Delta m/m_0 = U\Delta p/p_0, \quad (1)$$

где  $\Delta m$  — пульсация скорости горения, а  $m_0$  и  $p_0$  — средняя скорость горения и давление. Обычно соотношение (1) записывается в комплексной форме, так что  $U$  — комплексная величина. При линейном анализе рассматриваются гармонически изменяющиеся давление

$$p = p_0 + p_1 \cos \varpi \tau, \quad p_1 \ll p_0,$$

и скорость горения

$$m = m_0 + m_1 \cos(\varpi \tau + \psi), \quad m_1 \ll m_0.$$

Здесь  $\varpi$  — циклическая частота,  $\psi$  — сдвиг фаз,  $\tau$  — время. Из решения нестационарного уравнения теплопроводности находятся выражения для амплитуды и фазы отклика скорости горения в линейном приближении.

В общем случае акустическое поле содержит несколько гармоник, так что давление представляется в виде

$$p = p_0 + p_1 \cos(\varpi_1 \tau) + p_2 \cos(\varpi_2 \tau + \psi_2) + p_3 \cos(\varpi_3 \tau + \psi_3) + \dots,$$

а скорость горения в этом случае имеет вид

$$m = m_0 + m_1 \cos(\varpi_1 \tau + \psi_{m1}) + m_2 \cos(\varpi_2 \tau + \psi_{m2}) + m_3 \cos(\varpi_3 \tau + \psi_{m3}) + \dots$$

Нелинейная функция отклика рассматривается как набор нелинейных взаимодействий различных мод пульсаций. Наиболее существенными здесь будут вторые порядки взаимодействия первой и второй гармоник и самовзаимодействия первой гармоники.

Для получения второго порядка отклика скорости горения давление и скорость записываются в виде

$$p = p_0 + p_1 \cos \varpi \tau + p_2 \cos(2\varpi \tau + \psi_2),$$

$$m = m_0 + m_1 \cos(\varpi \tau + \psi_{m1}) + m_2 \cos(2\varpi \tau + \psi_{m2}). \quad (1a)$$

Пространственно-временное распределение температуры в волне горения представляется как

набор различных мод, а решение соответствующего уравнения теплопроводности позволяет получить функции отклика второго порядка. Как и в случае линейного отклика, решение ищется в предположении, что характерное время релаксации теплового слоя конденсированной фазы существенно больше времен релаксации реакционного слоя этой фазы и зон газовой фазы. Экспериментальные данные показывают обоснованность такого предположения.

### Второй порядок взаимодействия первой и второй гармоник

Уравнения (1a), представленные в безразмерной и комплексной форме, используются при решении нестационарного уравнения теплопроводности для конденсированной фазы, причем члены, соответствующие модам выше второго порядка, отбрасываются. Используется обычное представление связи массовой скорости горения  $m$  и температуры горячей поверхности  $T_s$  в виде закона

$$m = B \exp(-E/RT_s).$$

Здесь  $E$  — половина энергии активации закона газификации,  $R$  — универсальная газовая постоянная.

В [5] получено решение для линейного отклика плюс нелинейная добавка, соответствующая второму порядку взаимодействия первой и второй мод, в следующем виде:

$$V_1 = U + U_{12} \frac{\eta_{12}\eta_2}{\eta_1}, \quad (2)$$

где  $U$  — комплексная функция линейного отклика,  $U_{12}(\eta_{12}\eta_2/\eta_1)$  — член нелинейной коррекции. Здесь  $U = \nu/[1 + r(z-1) - k(z-1)/z]$ ; причем считается, что  $\nu r = \mu k$  (пояснения см. ниже). Введены следующие обозначения:

$$U_{12} = \frac{g_1}{1 + r(z-1) - k(z-1)/z};$$

$$\eta_1 = \frac{p_1}{2p_0}; \quad \eta_2 = \frac{p_2 \exp(\psi i)}{2p_0};$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{1 + 4i\omega}}{2}; \quad i = \sqrt{-1}; \quad p_1 = p_2;$$

$$g_1 = U_1 U_2 \{g_2 + [zr(1 - \varepsilon) - 1 + r(1 + \varepsilon)]\} + \nu[U_1(2z_2 - 2z - 1) + U_2 z - z_1 - 1];$$

$$D = k + r - 1; \quad (3)$$

$$g_2 = \frac{(z_2 - z)i}{2\omega} \left( D - \frac{k}{zz_2} \right) + (z_2 - z_1) \left( D - \frac{k}{zz_2} \right);$$

$$z_1 = \frac{1 + \sqrt{1 - 4i\omega}}{2}; \quad z_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 8i\omega}}{2};$$

$$\varepsilon = \frac{2RT_s}{E}; \quad \eta_{12} = \eta_1;$$

$$U_1 = \frac{\nu}{1 + r(z_1 - 1) - k(z_1 - 1)/z_1};$$

$$U_2 = \frac{\nu}{1 + r(z_2 - 1) - k(z_2 - 1)/z_2};$$

где  $\omega$  — безразмерная частота пульсаций, равная циклической частоте  $\varpi$  ( $\text{с}^{-1}$ ), умноженной на время релаксации теплового слоя конденсированной фазы  $t_{rel} = \chi/r_b^2$ , где  $\chi$  — температуропроводность конденсированной фазы,  $r_b = m/\rho$  — линейная скорость горения;  $T_s$  — температура поверхности при давлении  $p_0$ .

Использованы следующие характеристики чувствительности скорости горения и температуры горячей поверхности  $T_s$  к давлению  $p$  и начальной температуре  $T_0$ , полученные в стационарных условиях:

$$\beta = \left( \frac{\partial \ln m}{\partial T_0} \right)_{p=\text{const}} \quad \text{— температурная чувствительность скорости горения};$$

$$r = \left( \frac{\partial T_s}{\partial T_0} \right)_{p=\text{const}} \quad \text{— температурная чувствительность температуры поверхности};$$

$$\nu = \left( \frac{\partial \ln m}{\partial \ln p} \right)_{T_0=\text{const}} \quad \text{— чувствительность скорости горения к давлению};$$

$$\mu = (T_s - T_0)^{-1} \left( \frac{\partial T_s}{\partial \ln p} \right)_{T_0=\text{const}} \quad \text{— чувствительность температуры поверхности к давлению};$$

$$k = \beta(T_s - T_0).$$

Предполагается равенство нулю якобиана  $\delta = \nu r - \mu k = 0$ .

Отметим новый момент в полученном решении (2): нелинейная комплексная функция  $V_1$  зависит от сдвига фаз  $\psi$  между первой и второй гармониками. Поэтому расчеты проводятся для всех возможных значений  $\psi$ :  $0, \pi/2, \pi$  и  $3\pi/2$ .

### Второй порядок самовзаимодействия первой гармоники

Для второго порядка самовзаимодействия первой моды в [5] получено следующее решение для линейного отклика плюс нелинейная добавка:

$$V_2 = U_2 + U_{11} \frac{\eta_1^2}{\eta_2}, \quad (4)$$

где  $U_2$  — комплексная функция линейного отклика,  $U_{11}(\eta_1^2/\eta_2)$  — член нелинейной коррекции, т. е. результат второго порядка самовзаимодействия первой моды. Введены следующие обозначения (здесь также считается, что  $\nu r = \mu k$ ):

$$U_2 = \frac{\nu}{1 + r(z_2 - 1) - k(z_2 - 1)/z_2};$$

$$U_{11} = \frac{G_1 + G_2 + G_3}{1 + r(z - 1) - k(z - 1)/z};$$

$$\eta_1 = \frac{p_1}{2p_0}; \quad \eta_2 = \frac{p_1 \exp(\psi i)}{2p_0};$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{1 + 4i\omega}}{2};$$

$$i = \sqrt{-1}; \quad p_1 = p_2;$$

$$z_2 = \frac{1 + \sqrt{1 + 8i\omega}}{2}; \quad D = k + r - 1; \quad (5)$$

$$G_1 = U^2 \frac{i}{\omega} (z_2 - z) \left( D - \frac{k}{z_2 z} \right);$$

$$G_2 = \frac{U^2}{2} \{ r[z + 1 - \varepsilon(z - 1)] - 1 \};$$

$$G_3 = \nu U \left[ 1 + \frac{i}{\omega} (z_2 - z) \right];$$

$$\varepsilon = \frac{2RT_s}{E};$$

$$U = \frac{\nu}{1 + r(z - 1) - k(z - 1)/z};$$

Решение (4) зависит от сдвига фаз  $\psi$  между взаимодействующими первыми гармониками. Поэтому расчеты также проведены для значений  $\psi = 0, \pi/2, \pi$  и  $3\pi/2$ .

Таблица 1

Состав порохов, калорийность

Порох	НКЛ, %	НГ, %	НЗА, %	ДНТ, %	Октоген		К, %	Техническая добавка	Q, кал/г
					%	мкм			
Н	58	28	—	12	—	—	—	до 100 %	870
I	55	20	20	—	—	—	2		890
II	50	20	15	—	10	30 ÷ 40	2		950
III	50	20	17	—	10	30 ÷ 40	—		960
IV	50	20	17	—	10	8 ÷ 14	—		960
V	34	34	30	—	—	—	—		990
VI	35	34	14	—	15	50 ÷ 300	—		1 120

Примечания. НКЛ — нитроцеллюлоза, НГ — нитроглицерин, ДНТ — динитротолуол, НЗА — нитрозоамин (1,4,5,8-тетранитрозотетраамин), К — катализатор Ni—Zn (<2 мкм).

## 2. ОБЪЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ, ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ СКОРОСТЕЙ ГОРЕНИЯ И ТЕМПЕРАТУР ПОВЕРХНОСТИ

Для изучения нелинейных откликов были выбраны порох Н и нитраминсодержащие пороха I–VI. Линейные функции отклика этих порохов опубликованы в [1, 20, 21]. Характеристики порохов указаны в табл. 1. Исходными данными для определения чувствительностей  $\nu$ ,  $r$ ,  $\mu$  и параметра  $k$  были массовые скорости горения  $m$  и температуры поверхности  $T_s$ , полученные при разных давлениях и начальных температурах. Значения скоростей взяты из эксперимента, а температуры поверхности вычислялись по уточненному единому закону газификации баллиститных порохов, приведенному на рис. 1. Этот рисунок содержит 220 точек ( $T_s$ ,  $m$ ), полученных к настоящему времени для различных баллиститных порохов, в том числе и с плавкими добавками октогена (они особо выделены). На рисунке представлены зависимость  $T_s(m)$ , полученная методом наименьших квадратов, и кривые стандартных отклонений, дающие доверительный интервал для всего массива точек. Аналитическое выражение этой зависимости имеет вид

$$m = k_0 \exp\left(-\frac{E}{2RT_s}\right), \quad (6)$$

где  $m$  в г/(см<sup>2</sup>·с),  $T_s$  в К, а предэкспонент и энергия активации равны соответственно

$$k_0 = (1.72 \pm 0.17) \cdot 10^3 \text{ г/(см}^2 \cdot \text{с)}, \quad (7)$$

$$E = (19.8 \pm 0.3) \cdot 10^3 \text{ ккал/моль.}$$

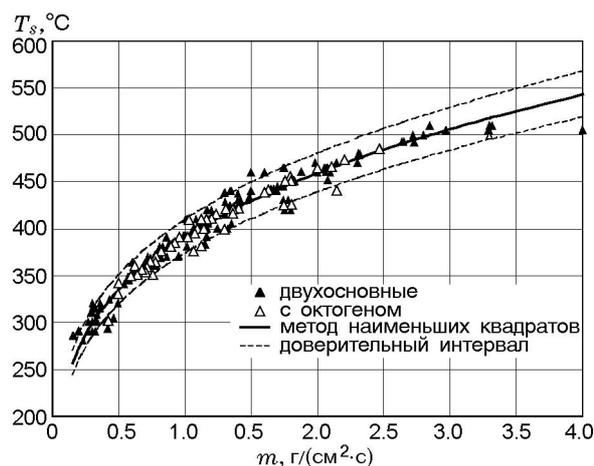


Рис. 1. Единая зависимость температуры поверхности от массовой скорости горения баллиститных порохов

Расчет критерия согласия  $\chi^2$  при описании совокупности точек рис. 1 выражениями (6), (7) дал значение  $\chi^2 = 96$ , в то время как его предельное (критическое) значение для данной совокупности точек составляет  $\chi^2_{\alpha} = 260$ . Этот результат свидетельствует о высокой степени надежности соотношений (6), (7) (см. [22]).

Из рис. 1 видно, что точки изучаемых порохов с добавками октогена находятся внутри доверительных интервалов (7) среднеквадратичной зависимости  $T_s(m)$ , т. е. уравнение (6) можно использовать для этих порохов. Из соотношений (6) и (7) также следует, что применявшееся в работах [1, 20, 21] уравнение газификации баллиститных порохов вида  $m = 1.8 \cdot 10^3 \exp(-5000/T_s)$  находится в пределах

Таблица 2

## Массовые скорости горения

Порох	$p$ , МПа	$T_0$ , °C	$m$ , г/(см <sup>2</sup> · с)	Порох	$p$ , МПа	$T_0$ , °C	$m$ , г/(см <sup>2</sup> · с)
Н	1	-100	0.20	III	2	-80 [-100] (-70)	0.64
		20	0.33			20	0.77
		100	0.70			100 (50)	1.30
	2	-80 [-100] (-70)	[0.32]		5	-80 [-100] (-70)	0.81
20		0.54	20	1.06			
100 (50)		0.96	100 (50)	1.68			
5	-80 [-100] (-70)	[0.67]	10	-80 [-100] (-70)	1.02		
	20	1.08		20	1.34		
	100 (50)	1.6		100 (50)	2.13		
10	-80 [-100] (-70)	[1.21]	IV	2	-80 [-100] (-70)	0.61	
	20	1.7			20	0.74	
	100 (50)	2.34			100 (50)	1.06	
I	2	-80 [-100] (-70)	0.64	5	-80 [-100] (-70)	0.78	
		20	0.82		20	1.02	
		100 (50)	1.35		100 (50)	1.36	
5	-80 [-100] (-70)	0.90	10	-80 [-100] (-70)	1.02		
	20	1.20		20	1.38		
	100 (50)	1.70		100 (50)	1.73		
10	-80 [-100] (-70)	1.20	V	2	-80 [-100] (-70)	(0.55)	
	20	1.65			20	0.66	
	100 (50)	2.16			100 (50)	(0.80)	
II	2	-80 [-100] (-70)	0.64	5	-80 [-100] (-70)	(0.95)	
		20	0.82		20	1.10	
		100 (50)	1.12		100 (50)	(1.25)	
5	-80 [-100] (-70)	0.88	10	-80 [-100] (-70)	(1.58)		
	20	1.08		20	1.77		
	100 (50)	1.43		100 (50)	(1.99)		
10	-80 [-100] (-70)	1.12	VI	2	-80 [-100] (-70)	(0.58)	
	20	1.36			20	0.69	
	100 (50)	1.80			100 (50)	(0.78)	
5	-80 [-100] (-70)	(0.90)	10	-80 [-100] (-70)	(0.90)		
	20	1.07		20	1.07		
	100 (50)	(1.17)		100 (50)	(1.17)		
10	-80 [-100] (-70)	(1.23)	10	-80 [-100] (-70)	(1.23)		
	20	1.6		20	1.6		
	100 (50)	(1.80)		100 (50)	(1.80)		

стандартных отклонений, т. е. сохраняет справедливость.

Существование единого уравнения газификации для большой группы баллистических порохов с различными добавками объяснялось в работах [23, 24] тем, что продукты разложения нитроклетчатки (обязательно присутствующие в этих порохах) лимитируют процесс газификации реакционного слоя этих порохов. Именно поэтому закон (6) справедлив для многих баллистических порохов с различными добавками (нитраминами, нитротолуолами, катали-

заторы, ингибиторы и т. д.).

Подчеркнем, что большое количество экспериментальных значений пар  $(m, T_s)$ , использованных для нахождения закона (6), определило высокую точность этой закономерности. Поэтому значения  $T_s$ , вычисляемые из (6) по значениям  $m$ , получаются с минимальными ошибками.

Исходные значения скоростей  $m$  приведены в табл. 2. Порох Н изучался при  $p = 1, 2, 5, 10$  МПа и  $T_0 = -100, 0, 100$  °C, пороха I-IV — при  $p = 2, 5, 10$  МПа и  $T_0 = -80, 20, 100$  °C, по-

Таблица 3

Дифференциальные параметры  $\nu$ ,  $r$ ,  $\mu$  и  $k$

Порох	$p$ , МПа	$T_0$ , °C	$\nu$	$r$	$\mu$	$k$	Порох	$p$ , МПа	$T_0$ , °C	$\nu$	$r$	$\mu$	$k$	
Н	1	-100	0.68	0.08	0.11	0.53	III	2	-80	0.36	0.36	0.05	0.39	
		20	0.74	0.51	0.17	2.19			20	0.34	0.34	0.08	1.41	
		100	0.45	0.795	0.14	2.58			100	0.33	0.33	0.08	2.16	
	2	-100	0.74	0.14	0.12	0.85		5	-80	0.30	0.168	0.055	0.91	
		20	0.74	0.47	0.17	2.00			20	0.35	0.397	0.083	1.67	
		100	0.50	0.62	0.15	2.03			100	0.35	0.657	0.105	2.20	
	5	-100	0.86	0.20	0.15	1.15		10	-80	0.32	0.18	0.06	0.95	
		20	0.74	0.45	0.176	1.87			20	0.38	0.46	0.084	1.93	
		100	0.57	0.54	0.17	1.80			100	0.38	0.61	0.113	2.03	
	10	-100	0.86	0.16	0.16	0.87		IV	2	-80	0.28	0.09	0.051	0.52
		20	0.74	0.39	0.18	1.61				20	0.36	0.23	0.085	0.97
		100	0.57	0.51	0.17	1.71				100	0.28	0.44	0.084	1.47
I	2	-80	0.39	0.13	0.07	0.70	5		-80	0.32	0.217	0.059	1.18	
		20	0.44	0.39	0.104	1.64			20	0.40	0.268	0.095	1.13	
		100	0.26	0.58	0.07	1.93			100	0.30	0.368	0.090	1.23	
	5	-80	0.39	0.216	0.07	1.16	10		-80	0.38	0.25	0.07	1.33	
		20	0.44	0.337	0.105	1.41			20	0.44	0.27	0.105	1.13	
		100	0.30	0.464	0.09	1.55			100	0.35	0.29	0.104	0.97	
10	-80	0.39	0.28	0.07	1.47	V	2		-70	0.54	0.12	0.10	0.66	
	20	0.44	0.33	0.106	1.35				20	0.54	0.32	0.127	1.36	
	100	0.30	0.35	0.10	1.18				50	0.42	0.52	0.110	2.01	
II	2	-80	0.39	0.13	0.065		0.70	5	-70	0.68	0.12	0.13	0.64	
		20	0.44	0.31	0.066		1.32		20	0.60	0.27	0.14	1.15	
		100	0.34	0.39	0.07		1.28		50	0.60	0.40	0.155	1.53	
	5	-80	0.36	0.146	0.067		0.79	10	-70	0.72	0.13	0.14	0.66	
		20	0.34	0.254	0.081		1.07		20	0.70	0.29	0.17	1.20	
		100	0.33	0.373	0.099		1.24		50	0.67	0.42	0.176	1.60	
10	-80	0.36	0.36	0.068	0.87		VI	2	-70	0.48	0.14	0.089	0.75	
	20	0.28	0.28	0.08	1.09				20	0.46	0.23	0.108	0.96	
	100	0.24	0.24	0.098	1.26				50	0.45	0.32	0.116	1.23	
5	-70	0.48	0.16	0.09	0.82	5		-70	0.48	0.16	0.09	0.82		
	20	0.55	0.22	0.13	0.91			20	0.55	0.22	0.13	0.91		
	50	0.50	0.27	0.13	1.04			50	0.50	0.27	0.13	1.04		
10	-70	0.48	0.27	0.093	1.40	10		-70	0.48	0.27	0.093	1.40		
	20	0.55	0.38	0.133	1.59			20	0.55	0.38	0.133	1.59		
	50	0.60	0.47	0.157	1.80			50	0.60	0.47	0.157	1.80		

роха V, VI — при  $p = 2, 5, 10$  МПа и  $T_0 = -70, 20, 50$  °C.

Значения чувствительностей  $\nu$  и  $\beta$  определялись из экспериментальных данных также методом наименьших квадратов (см. [1]). Величины  $r$  находились из уравнения

$$r = \beta T_s^2 / 4590 \quad (T_s \text{ в К}),$$

полученного из (4), а значения  $\mu$  — из уравнения

$$\mu = (\nu r) / k.$$

Таким образом, в отличие от работы [1], при получении значений  $r$  и  $\mu$  использовались не прямые экспериментальные данные, а осредненные зависимости  $T_s(m, T_0)$ , что уменьшало ошибки вычисления  $r$  и  $\mu$ . Полученные значения  $\nu, r, \mu, k$  для выбранных порохов представлены в табл. 3. Первоначальный анализ значений чувствительностей был сделан в работах [25–27]. Табл. 3 показывает, что наихудшие (с точки зрения использования в качестве ракетного топлива) показатели по чувствительностям имеет порох Н. Действительно, как пра-

вило, у него самые высокие значения  $\nu$  и  $k$  ( $\nu \approx 0.86$ ,  $k \approx 2.58$ ). Из табл. 3 также видно, что введение в двухосновный порох нитрозоамина, октогена или катализатора существенно снижает значения дифференциальных параметров. Так, у порохов I–IV всегда  $\nu < 0.5$  и, как правило,  $k < 2.0$  (исключение — порох III,  $T_0 = 100^\circ\text{C}$ ). Из табл. 3 следует, что значения температурного коэффициента  $\beta$  скорости горения также максимальны у пороха H — достигают  $0.0098\text{ K}^{-1}$  (при 1 МПа,  $T_0 = 100^\circ\text{C}$ ). Введение указанных добавок существенно снижает значения  $\beta$ : у пороха I до  $\approx 0.003 \div 0.0045\text{ K}^{-1}$ ; у пороха II — до  $\approx 0.002 \div 0.004\text{ K}^{-1}$ ; у пороха III — до  $\approx 0.002 \div 0.006\text{ K}^{-1}$ ; у пороха IV — до  $\approx 0.0025 \div 0.0045\text{ K}^{-1}$ ; у пороха V — до  $\approx 0.0015 \div 0.004\text{ K}^{-1}$  (за исключением положительных  $T_0$ ); у пороха VI — до  $\approx 0.002 \div 0.004\text{ K}^{-1}$  (опять же за исключением положительных  $T_0$ ).

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ АНАЛИЗ

В результате расчетов получается большой объем информации, поэтому ограничимся реальными значениями функций  $V_1$  и  $V_2$ , представляющих наибольший интерес. Самовзаимодействие первой гармоники дает указанный в [5] результат, а именно: функции  $\text{Re}V_2(\omega, \psi)$ , получаемые по уравнению (4), довольно близки к линейным  $\text{Re}U(\omega)$ , если принять во внимание удвоение частоты. Это демонстрирует рис. 2, а, где приведена соответствующая линейная функция  $\text{Re}U(\omega)$ . Для самовзаимодействия первой гармоники типична слабая зависимость функций отклика от сдвига фазы  $\psi$ , что видно из рис. 2. И только для редких типов отклика (тип № 3 — см. ниже) наблюдается некоторая зависимость от фазы  $\psi$ , что показывает рис. 2, б.

Взаимодействие первой и второй гармоник дает большое разнообразие кривых. Рис. 3 демонстрирует типичные кривые, получающиеся для изученных порохов по уравнению (2) для нелинейных функций отклика  $\text{Re}V_1(\omega, \psi)$ . Здесь также приведены соответствующие функции линейного отклика  $\text{Re}U(\omega)$ . Видно, что для нелинейного отклика  $V_1$  всегда существенна зависимость от сдвига фаз  $\psi$ . Для некоторых кривых (тип отклика № 3 — см. ниже) эта зависимость исключительно сильная, причем значение  $\text{Re}V_1$  может стать аномально большим и даже отрицательным (см. рис. 3, з).

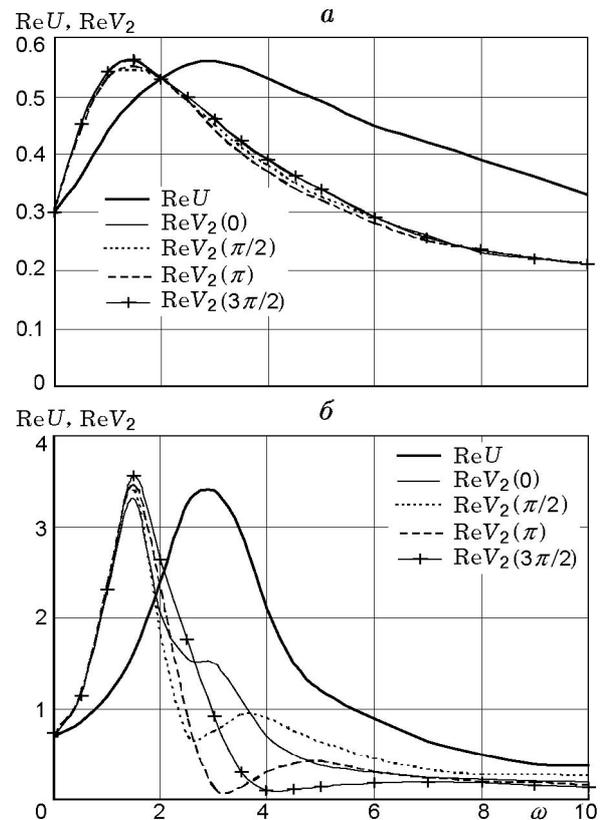


Рис. 2. Функции отклика  $\text{Re}U$  и  $\text{Re}V_2$ :

а — порох II,  $p = 2\text{ МПа}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ ;

б — порох H,  $p = 5\text{ МПа}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$

#### Классификация типов нелинейного отклика

Большое разнообразие кривых  $\text{Re}V_1(\omega, \psi)$  заставляет, для удобства анализа, их классифицировать. Введем следующие характеристики кривых  $\text{Re}V_1$ : значение максимума  $(\text{Re}V_1)_{\max}$ , значение максимума линейного отклика  $(\text{Re}U)_{\max}$ , максимальные отклонения функций  $\text{Re}V_1$  от линейной функции  $\text{Re}U(\omega)$  при вариации  $\psi$ , т. е. величины максимальных «биений»  $\pm(\Delta\text{Re}V_1)_{\max}$ . Значения перечисленных характеристик для исследованных порохов приведены в табл. 4. Используя эти характеристики, введем следующую классификацию типов нелинейного отклика  $\text{Re}V_1(\omega)$ :

№ 1:  $(\text{Re}V_1)_{\max} \leq 3\nu$ , причем  $\text{Re}V_1 > 0$  при  $\omega = 1 \div 10$ ;

№ 2–1:  $(\text{Re}V_1)_{\max} \leq 5\nu$ , причем  $\text{Re}V_1 > 0$  при  $\omega = 1 \div 10$ ;

№ 2:  $(\text{Re}V_1)_{\max} \leq 10\nu$ , причем  $\text{Re}V_1(\omega, \psi) > 0$  при  $\omega = 1 \div 10$ ;

№ 3:  $(\text{Re}V_1)_{\max} \leq 10\nu$ , причем  $\text{Re}V_1(\omega, \psi) < 0$  при некоторых  $\omega$ .

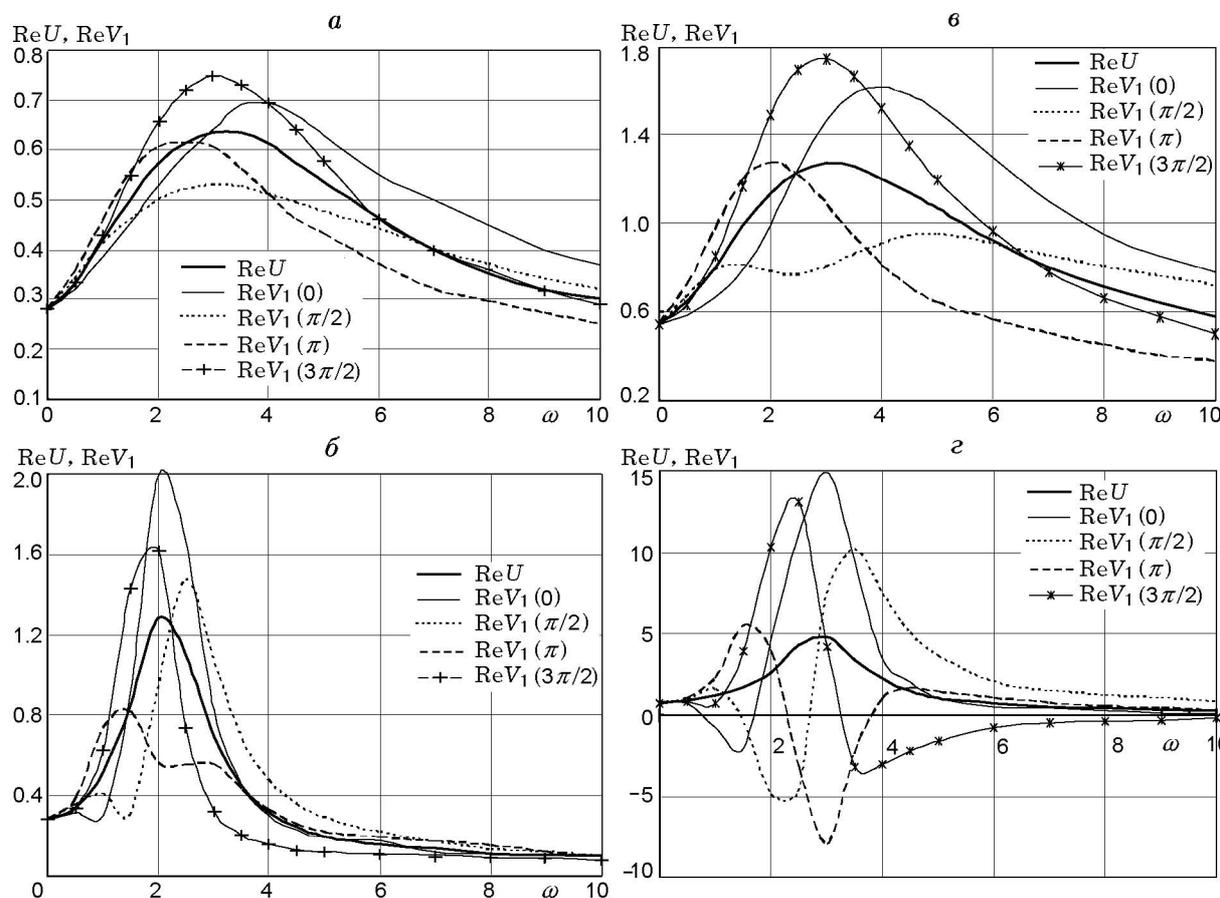


Рис. 3. Функции отклика  $ReU$  и  $ReV_1$ :

*a* — тип отклика № 1, порох II,  $p = 2$  МПа,  $T_0 = 20$  °С; *б* — тип отклика № 2, порох III,  $p = 2$  МПа,  $T_0 = 100$  °С; *в* — тип отклика № 2-1, порох V,  $p = 2$  МПа,  $T_0 = 20$  °С; *г* — тип отклика № 3, порох H,  $p = 2$  МПа,  $T_0 = 20$  °С

Номера типов нелинейного отклика  $ReV_1(\omega)$  также приведены в табл. 4.

Тип № 1 имеет смысл назвать «вязким» из-за слабой (вязкой) реакции функции отклика на изменение  $\omega$ . Пример такого типа отклика показан на рис. 3, *a*. Видно, что максимумы на зависимостях  $ReV_1(\omega, \psi)$  выражены слабо. Из табл. 4 видно, что для рассматриваемой группы порохов этот тип отклика наиболее распространенный: 59 % всех изученных режимов горения имеют вязкий отклик.

Тип отклика № 2 назван «нормальным», поскольку он обычно выступает в качестве примера линейной функции отклика. Здесь максимум функции  $ReV_1(\omega, \psi)$  вблизи собственной частоты  $\omega_n$  выражен более ярко. Впрочем, при некоторых  $\psi$  на зависимости  $ReV_1(\omega)$  может встречаться слабый минимум в положении до или после основного макси-

мум — см. рис. 3, *б*. Как видно из табл. 4, для выбранной группы порохов этот тип отклика встречается сравнительно редко (10,6 % случаев). Более часто (24 % случаев) встречается промежуточный тип отклика — № 2-1. Имеет смысл назвать его «вязконормальным». Рис. 3, *в* демонстрирует этот тип отклика для  $ReV_1(\omega, \psi)$ . Здесь зависимость  $ReV_1(\omega)$  всегда гладкая.

Совсем редко (6 % случаев) встречается тип № 3. Он явно находится вблизи границы устойчивости горения (см. ниже). Для него характерно появление при некоторых  $\omega$  больших положительных и отрицательных значений  $ReV_1$  и нередко нескольких экстремумов. Из-за близости к границе устойчивости этот тип отклика назван «критическим». Из табл. 4 видно, что критический отклик имеет только порох H. Таким образом, как по функциям от-

Таблица 4

Характеристики нелинейных функций отклика  $V_1$  (при взаимодействии 1-й и 2-й гармоник)

Порох	$p$ , МПа	$T_0$ , °С	$(\text{Re}V_1)_{\max}$	$(\text{Re}U)_{\max}$	$\pm(\Delta\text{Re}V_1)_{\max}$	Тип отклика
Н	1	-100	1.02	0.93	0.05	1
		20	69	9.2	30	3
		100	21	4.6	8.0	3
	2	-100	1.7	1.3	0.32	1
		20	18	4.8	5.8	3
		100	3.4	1.9	0.75	2
	5	-100	2.7	2.0	0.95	1
		20	9.0	3.4	2.80	3
		100	2.6	1.7	0.60	2-1
	10	-100	2.0	1.5	0.40	1
		20	3.9	2.3	1.00	2-1
		100	2.2	1.5	0.43	2-1
I	2	-80	0.7	0.60	0.06	1
		20	2.2	1.43	0.45	2-1
		100	1.2	0.87	0.24	1
	5	-80	1.1	0.88	0.23	1
		20	1.4	1.08	0.36	2-1
		100	0.8	0.69	0.10	1
	10	-80	1.9	1.3	0.60	2-1
		20	1.3	1.0	0.30	1
		100	0.7	0.6	0.09	1
II	2	-80	0.60	0.55	0.05	1
		20	0.74	0.64	0.10	1
		100	0.50	0.45	0.05	1
	5	-80	0.65	0.58	0.07	1
		20	0.70	0.62	0.08	1
		100	0.69	0.61	0.08	1
	10	-80	0.69	0.62	0.07	1
		20	0.71	0.63	0.09	1
		100	0.70	0.62	0.08	1
III	2	-80	0.33	0.32	0.01	1
		20	1.09	0.87	0.18	1
		100	2.06	1.30	0.66	2
	5	-80	0.6	0.53	0.12	1
		20	1.7	0.95	0.26	2-1
		100	3.3	1.75	1.15	2
	10	-80	0.67	0.59	0.08	1
		20	3.35	1.79	1.00	2
		100	2.03	1.47	0.28	2
IV	2	-80	0.40	0.40	0.02	1
		20	0.70	0.62	0.08	1
		100	0.67	0.60	0.09	1
	5	-80	0.90	0.74	0.18	1
		20	0.91	0.77	0.16	1
		100	0.61	0.55	0.07	1
	10	-80	1.40	1.04	0.39	2-1
		20	1.04	0.84	0.21	1
		100	0.60	0.55	0.06	1
V	2	-70	0.90	0.80	0.09	1
		20	1.74	1.27	0.55	2-1
		50	4.30	2.14	1.35	2
	5	-70	1.00	0.98	0.13	1
		20	1.10	1.17	0.24	1
		50	2.85	1.55	1.33	2-1
	10	-70	1.23	1.04	0.15	1
		20	2.23	1.40	0.66	1
		50	2.88	1.85	0.61	2-1
VI	2	-70	0.87	0.75	0.10	1
		20	0.91	0.78	0.14	1
		50	1.09	0.86	0.22	1
	5	-70	0.92	0.79	0.12	1
		20	1.07	0.90	0.17	1
		50	1.03	0.86	0.17	1
	10	-70	2.06	1.39	0.57	2-1
		20	2.48	1.63	0.99	2-1
		50	3.90	2.10	0.93	2

клика, так и по отмеченной выше высокой чувствительности скорости горения и температуры поверхности порох Н сильно отличается (в худшую сторону) от современных баллистических порохов. Рис. 3,г демонстрирует тип отклика № 3 для функции  $Re V_1(\omega, \psi)$ . Для этого типа отклика характерна особо сильная зависимость от сдвига фаз  $\psi$ .

Табл. 3 и 4 свидетельствуют, что, как правило, каждый тип отклика связан с определенным диапазоном значений  $k$ . Так, для типа № 1  $k = 0.4 \div 1.3$ ; для типа № 2–1  $k = 1.2 \div 1.8$ ; для типа № 2  $k = 1.8 \div 2.2$ ; для типа № 3  $k = 1.9 \div 2.6$ .

#### Появление признаков неустойчивости вблизи границ устойчивости при нелинейном анализе

Отметим одно интересное явление. Дело в том, что все рассмотренные режимы горения устойчивы в линейном приближении — см. работу [1], в которой оценены критерии Новожилова, оказавшиеся меньше единицы, в том числе для режима № 3. Однако поведение кривых  $Re V_1(\omega, \psi)$  в типе отклика № 3 явно напоминает поведение  $Re U(\omega)$  за границей устойчивости: резкие всплески и падения, заметное изменение величин  $Re V_1$  при слабых изменениях исходных данных. Функции же  $Re U(\omega)$  в типе отклика № 3 имеют вполне гладкий вид и изменяются плавно, что видно на рис. 3,г. Таким образом, в области устойчивого горения, но вблизи границы устойчивости нелинейный анализ демонстрирует некоторые признаки неустойчивости.

#### Нелинейные отклики изученных порохов

Проанализируем полученные результаты для нелинейных функций отклика изученных порохов.

Порох Н. Видно, что только у этого пороха, как уже указывалось, наблюдаются критические типы отклика: это режимы 1 МПа, 20 и 100 °С; 2 МПа, 20 °С; 5 МПа, 20 °С. Нормальный тип — один (2 МПа, 100 °С), вязконормального типа — четыре (5 МПа, –100 и 100 °С; 10 МПа, 20 и 100 °С). Три вязких типа отклика наблюдаются только при отрицательных температурах.

Порох I. Введение нитрозоамина и катализатора в двухосновный порох приводит к тому, что в исследованных условиях остаются только

вязкие и вязконормальные типы отклика (почти поровну).

Порох II. Это наилучший в смысле функций отклика порох, поскольку при всех режимах горения он имеет только вязкий отклик. Достигается это введением 10 % октогена средней крупности (30 ÷ 40 мкм) и катализатора.

Порох III. Исключение катализатора из пороха II заметно ухудшает (увеличивает) отклик: при 100 °С во всех режимах появляется нормальный тип отклика, а при 20 °С — в основном вязконормальный. Только при –100 °С остаются вязкие типы отклика.

Порох IV. Измельчение октогена в порохе III существенно улучшает отклик. Действительно, все 8 режимов горения получают вязкий отклик и только один режим (10 МПа, –100 °С) — вязконормальный.

Порох V. Как и порох I, этот порох не имеет октогена и катализатора, поэтому здесь демонстрируются вязкие и вязконормальные типы отклика (5:3), но есть один нормальный (2 МПа, 100 °С) — возможно, из-за увеличенного количества нитроглицерина.

Порох VI. Введение 15 % крупного октогена (вместо нитрозоамина) в порох V существенно улучшило (уменьшило) отклик при  $p = 2$  и 5 МПа, но ухудшило при  $p = 10$  МПа. Действительно, при  $p = 2$  и 5 МПа и всех  $T_0$  появился только вязкий тип отклика, а при  $p = 10$  МПа — вязконормальный (–100 и 20 °С) и даже нормальный (100 °С).

На основе этих результатов можно сказать, что увеличение калорийности пороха  $Q$  обычно ухудшает (увеличивает) отклик, однако если увеличение  $Q$  осуществляется за счет введения октогена, то отклик улучшается. Порох Н имеет слишком большой отклик несмотря на малое количество нитроглицерина (присутствие этого высокоэнергетического вещества в составе пороха обычно увеличивает отклик). Увеличение отклика в порохе Н, скорее всего, происходит из-за отрицательного влияния динитротолуола в составе Н. Увеличение же количества нитроглицерина в порохе V компенсируется положительным влиянием нитрозоамина. Впрочем, это влияние слабее положительного влияния октогена. Действительно, функции нелинейного отклика пороха VI, имеющего в своем составе 15 % октогена вместо нитрозоамина, в целом лучше, чем у пороха V.

Возвращаясь к анализу влияния добавок октогена, нитрозоамина и никель-цинкового

катализатора на нелинейные функции отклика порохов I–IV, можно заключить, что введение октогена при наличии катализатора (переход от пороха I к II) не только резко снижает  $(\text{Re } U)_{\text{max}}$ , но и снижает  $\pm(\Delta \text{Re } V_1)_{\text{max}}$ . Видно также, что исключение катализатора (переход от пороха II к III) увеличивает  $(\text{Re } U)_{\text{max}}$  и  $\pm(\Delta \text{Re } V_1)_{\text{max}}$ . Измельчение октогена в системах без катализатора (переход от III к IV) действует в основном положительно, снижая  $(\text{Re } U)_{\text{max}}$  и  $\pm(\Delta \text{Re } V_1)_{\text{max}}$ .

### О взаимной компенсации функций $\text{Re } V_1(\omega, \psi)$ и $\text{Re } V_2(\omega, \psi)$ при осреднении по $\psi$

Разность фаз  $\psi$  для функций  $\text{Re } V_1(\omega, \psi)$  и  $\text{Re } V_2(\omega, \psi)$  является величиной, которая случайным образом изменяется от 0 до  $2\pi$  за отрезки времени, малые по сравнению со временем сгорания образца. Для значительных отрезков времени оценка поправки на нелинейность к линейному отклику должна быть сделана посредством интегрирования уравнений (2) и (4) по  $\psi$  от 0 до  $2\pi$  при фиксированных значениях  $\omega$ . Для этого случая такая поправка строго равна нулю. Этот результат получается как при численном счете, так и аналитически, поскольку нелинейные поправки содержат множители  $\eta_2 = \frac{p_2 \exp(\psi i)}{2p_0}$  и  $\eta_2 = \frac{p_1 \exp(\psi i)}{2p_0}$  (см. уравнения (3) и (5)). Действительно, выражения  $\exp(\pm i\psi)$  по формуле Эйлера состоят из  $\cos \psi$  и  $\sin \psi$ , интеграл от которых по периоду  $0 \div 2\pi$  всегда равен нулю. Соответственно, осредненная по  $\psi$  функция  $\text{Re } V_1(\omega)$  тождественно равна  $\text{Re } U(\omega)$ , а  $\text{Re } V_2(2\omega) = \text{Re } U(\omega)$ .

Таким образом, нелинейность в функциях отклика  $\text{Re } V_1(\omega, \psi)$  проявляется не в постоянно существующих поправках к линейной функции отклика, а в возникающих и исчезающих (по мере изменения  $\psi$ ) «биениях»  $\pm(\Delta \text{Re } V_1(\omega))$  на фоне  $\text{Re } U(\omega)$ . Для функции же  $\text{Re } V_2(\omega, \psi)$  имеет место постоянный сдвиг из-за нелинейности в сторону вдвое меньшей безразмерной частоты  $\omega$ . При этом, как уже отмечалось, у функций  $\text{Re } V_2(\omega, \psi)$  в области резонансной частоты  $\omega_n$  могут быть обычно небольшие «биения»  $\pm(\Delta \text{Re } V_2(\omega))$  на фоне  $\text{Re } U(\omega)$  (см., например, рис. 2, а), и только для типов отклика № 2 и № 3 функции  $\text{Re } V_1(\omega)$  значения  $\pm(\Delta \text{Re } V_2(\omega))$  существенно увеличены (см. рис. 2, б). Все эти «биения» также взаимно скомпенсированы при каждом значении  $\omega$ .

### Полуостров $D$ для функции $(\text{Re } V_1)_{\text{max}} = f(k)$

Анализ данных показывает, что существует связь между относительным размахом «биений»  $D = \pm(\Delta \text{Re } V_1)_{\text{max}} / (\text{Re } U)_{\text{max}}$  и параметром  $k$ . Действительно, из рис. 4 видно, что все полученные в работе значения  $D$  сосредоточены ниже некоторой критической (предельной) кривой  $D_{cr}(k)$ , быстро растущей с увеличением  $k$ . Получается некоторый полуостров  $D_{cr}(k)$  для функции  $(\text{Re } V_1)_{\text{max}}$ . При малых значениях  $k$  значения  $D_{cr}(k)$  также малы, но с ростом  $k$  диапазон изменения «биений» быстро растет, и при  $k > 2$ , т. е. у границы устойчивости горения, значения  $D_{cr}(k)$  могут стать больше 8. Таким образом, максимальный размах биений является как бы мерой устойчивости горения.

### О резонансных частотах линейных и нелинейных откликов

Значения безразмерных резонансных частот линейных откликов  $\omega_n$  находятся, как известно, по формуле  $\omega_n = \sqrt{k}/r$  [5], а циклическая резонансная частота  $\varpi_n$  равна  $\varpi_n = \omega_n/t_{rel}$ . Представляет интерес сравнить эти частоты с безразмерными резонансными частотами  $\omega_n V_1$  нелинейного взаимодействия первой и второй мод, т. е. с частотами, соответствующими максимальным значениям  $(\text{Re } V_1(\psi))_{\text{max}}$ . Очевидно, частоты  $\omega_n V_1$  зависят от сдвига фаз  $\psi$ . Для некоторых типичных случаев эти данные приведены в табл. 5.

Для исследованных порохов резонансные частоты линейных функций отклика составляют в основном  $0.2 \div 2$  кГц, а нелинейные отно-

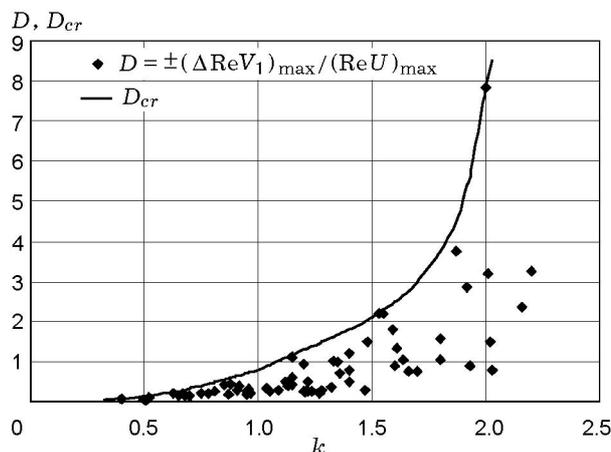


Рис. 4. Значения  $D$  и зависимость  $D_{cr}(k)$

Таблица 5  
Резонансные частоты

Порох	$\omega_n$	$\overline{\omega}_n$ , кГц	$\omega_n V_1$ при $\psi$			
			0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$
Н, 0 °С, 2 МПа	3.1	0.20	3	-	1	3
Н, -100 °С, 5 МПа	3.3	0.40	4	2.5	2.2	3.2
I, 20 °С, 2 МПа	3.1	0.52	3.2	3	2.2	3
II, -80 °С, 10 МПа	5.1	1.48	5.2	3.5	4	5.5
III, 100 °С, 2 МПа	1.9	0.70	2	2.2	1.4	1.6
IV, 20 °С, 10 МПа	3.5	1.43	4	3	2.2	3
V, 20 °С, 5 МПа	4.4	0.95	5	1.5	2.5	3.5
VI, -70 °С, 5 МПа	5.5	1.1	8	5	3.5	5

сительные частоты  $\omega_n V_1$  варьируют в зависимости от  $\psi$ , заметно отклоняясь от  $\omega_n$  в большую или меньшую сторону.

### Об ошибках определения функций отклика

Необходимо оценить точность проведенных вычислений функций отклика. Экспериментальные ошибки получения функций отклика в наиболее продвинутых работах с определением характеристик пульсирующего горения в Т-камерах в настоящее время составляют 100 % и более (см., например, [12, 14]). Анализ ошибок при использовании данных микротермомпарных измерений для получения функций отклика был сделан в [1], причем использовались формулы максимальных ошибок. В настоящей работе эти ошибки оценены значительно точнее. Выше указывалось, что особенность данной работы заключается в том, что из экспериментальных данных определялись только значения  $\nu$  и  $\beta$ , а значения  $r$  и  $\mu$  находились из аналитических выражений. В результате среднеквадратичные относительные ошибки получения величин  $m$ ,  $\beta$ ,  $\mu$ ,  $k$  и  $\nu$  были достаточно малы:  $\delta m \approx \delta \beta \approx \delta \mu \approx \delta k \approx \pm 5\%$ , а  $\delta \nu \approx \pm 2\%$ . Ошибки получения линейных и нелинейных функций отклика находились, как и в [28], путем численных экспериментов, в которых определялись изменения в  $(\text{Re } U)_{\max}$ ,  $(\text{Re } V_1)_{\max}$  и  $(\text{Re } V_2)_{\max}$  при изменении исходных данных, прежде всего значений  $k$ . Для этого табличные значения  $k$  изменялись на  $\pm 5\%$  и вычислялись относительные изменения максимальных значений  $\delta(\text{Re } U)_{\max} = \Delta(\text{Re } U)_{\max}/(\text{Re } U)_{\max}$ ,

Таблица 6  
Коэффициенты  $L$  для значений  $(\text{Re } U)_{\max}$ ,  $(\text{Re } V_2)_{\max}$  и  $(\text{Re } V_1)_{\max}$

$k$	$L_u, L_{V_2}$	$L_{V_1}$
1	0.5 ÷ 1.0	0.5 ÷ 1.5
1.5	2 ÷ 3.5	4 ÷ 6
2	4 ÷ 6	9
2.5	9 ÷ 11	12

$\delta(\text{Re } V_2)_{\max} = \Delta(\text{Re } V_2)_{\max}/(\text{Re } V_2)_{\max}$  и  $\delta(\text{Re } V_1)_{\max} = \Delta(\text{Re } V_1)_{\max}/(\text{Re } V_1)_{\max}$ , где в знаменателях — исходные значения. Конечный результат этих оценок представлен в табл. 6 в виде коэффициентов  $L_u$ ,  $L_{V_2}$  и  $L_{V_1}$  в соотношениях  $L_u \delta k = \delta(\text{Re } U)_{\max}$ ;  $L_{V_2} \delta k = \delta(\text{Re } V_2)_{\max}$  и  $L_{V_1} \delta k = \delta(\text{Re } V_1)_{\max}$ . Очевидно, эти коэффициенты, представленные как функции параметра  $k$ , показывают, на сколько процентов изменяются анализируемые отклики при изменении  $k$  на 1 %. Видно, что ошибки получения функций отклика сильно зависят от типа отклика или от параметра  $k$ , причем при  $k \approx 1$  (а это соответствует большей части откликов типа № 1) эти ошибки малы. Так, для относительной стандартной ошибки  $\delta k \approx \pm 5\%$  ошибка определения максимумов указанных функций отклика не превышает 8 %. Напомним, что это выше 50 % всех изученных режимов. Для большинства случаев типа отклика № 2 и промежуточного типа, в которых  $k = 1.2 \div 2.2$ , ошибка для  $(\text{Re } U)_{\max}$  и  $(\text{Re } V_2)_{\max}$  при взятom значении  $\delta k$  составляет 10 ÷ 18 %, а для  $(\text{Re } V_1)_{\max}$  — 20 ÷ 30 %. И лишь для типа отклика № 3, где  $k = 1.9 \div 2.6$ , ошибка может превышать 30 % при  $\delta k \approx \pm 5\%$ , что близко к результатам грубых оценок максимальных ошибок для этих порохов в [1]. Подчеркнем, что здесь указаны ошибки получения значений функций отклика для резонансных частот, т. е. вблизи  $\omega_n$  и  $\omega_n V_1$ . Для других частот ошибки меньше. Интересно отметить, что при  $k > 2$  и особенно при  $k > 2.5$  в некоторых функциях отклика № 3 при увеличении  $k$  на 5 % наблюдался большой всплеск значений нелинейного отклика  $(\text{Re } V_1)_{\max}$ , связанный, по-видимому, с потерей устойчивости при больших значениях  $k$ , о чем говорилось выше. При уменьшении же значений  $k$  на 5 % получены нормальные ошибки функций отклика (см. табл. 6).

### К вопросу одномерности фронта горения исследуемых порохов

Одномерность горения представленных порохов является исходной гипотезой, на которой основана обработка экспериментальных данных. Особую значимость этот вопрос приобретает в связи с наличием добавок крупнодисперсного октогена в некоторых порохах. Необходимо признать, что окончательного и всестороннего доказательства одномерности процесса горения в баллиститных порохах нет, и это доказательство предстоит еще получить. Здесь можно лишь указать на некоторые аргументы в пользу одномерности процесса в конденсированной фазе этих порохов. Первый аргумент — все крупнодисперсные добавки суть добавки плавящегося под поверхностью горения вещества. Действительно, температура плавления октогена  $290\text{ }^{\circ}\text{C}$  всегда много меньше температуры горячей поверхности взятых порохов ( $T_s = 360 \div 480\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Таким образом, частицы октогена не могут сохранять свою форму в реакционном слое конденсированной фазы горящих порохов. Вторым аргументом следует из исследования погашенных поверхностей горения этих порохов, которое свидетельствует об их достаточной гладкости. Это свидетельство получается при анализе формы линейных микропрофилей на быстро погашенной поверхности горения баллиститных порохов при разных режимах горения (детали см. в [23, 24]). Линейные микропрофили получают измерениями под микроскопом с точностью  $\pm 1\text{ мкм}$ . Для анализа они разбиваются на отрезки, равные характерному размеру в волне горения при взятом режиме горения. За характерный размер обычно берется толщина теплового слоя конденсированной фазы  $l$ . На каждом отрезке находится величина неровности ( $x \sim$ ), т. е. разница в высотах на этом отрезке. Затем находится частота встречаемости  $P_v$  (вероятность встречаемости) для разных ( $x \sim$ ) на большом количестве отрезков и строится зависимость  $P_v(x \sim)$ . Удобнее строить зависимость  $P_v$  от относительных размеров  $\alpha = (x \sim)/l$ , поскольку так лучше видно, сколь близок процесс в конденсированной фазе к одномерному. Поскольку абсолютной одномерности не бывает, следует лишь оценить степень близости процесса к одномерному. Очевидно, что если вероятность встречи неровностей, сравнимых с толщиной  $l$ , мала и значимые значения  $P_v$  располагаются лишь при относительной неров-

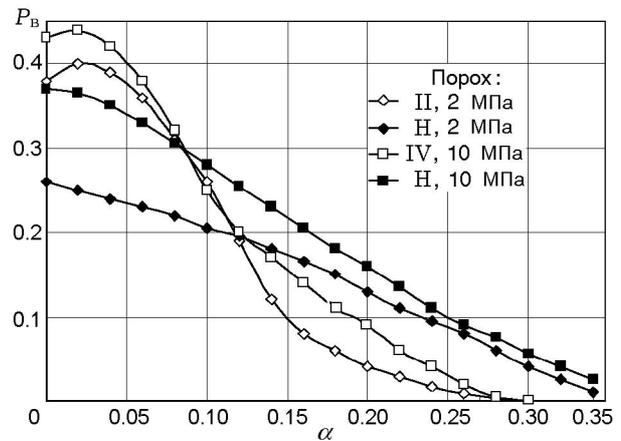


Рис. 5. Вероятность встречаемости неровности на поверхности баллиститного пороха в зависимости от относительной неровности  $\alpha$  ( $T_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ )

ности  $\alpha \ll 1$ , то процесс явно одномерный. В работах [23, 24] были найдены зависимости  $P_v(x \sim)$  для различных баллиститных порохов и показано, что при  $(x \sim) = l$  вероятность  $P_v$  действительно ничтожно мала. Можно показать, что и для исследованных баллиститных порохов с добавками октогена разной крупности получается та же картина. На рис. 5 в качестве примера представлены зависимости  $P_v(\alpha)$ , полученные подобным образом для порохов II и IV (соответственно при 2 и 10 МПа,  $T_0 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$ ). Здесь же для сравнения приведены функции  $P_v(\alpha)$  пороха Н, взятые из [23, 24]. Сразу видно, что подавляющее большинство отрезков имеет очень малые значения  $\alpha$  (в пределах  $\approx 0.1$ ). На поверхности нет отрезков, неровность которых равна толщине теплового слоя  $l$  (т. е. при  $\alpha = 1$ ). Значимые величины  $P_v$  оканчиваются при  $\alpha = 0.3 \div 0.35$ . Видно также, что баллиститные пороха с добавкой октогена имеют поверхность даже более гладкую, чем гомогенный порох Н. Действительно, например, значение  $P_v = 0.1$  достигается у пороха II при  $\alpha = 0.15$ , тогда как у пороха Н — при  $\alpha = 0.23$ . То же значение  $P_v = 0.1$  достигается у пороха IV при  $\alpha = 0.19$ , тогда как у пороха Н — при  $\alpha = 0.25$ . Видно также, что  $P_v$  при  $\alpha$ , близких к нулю, больше у баллиститных порохов с добавками октогена, чем у пороха Н (что, очевидно, означает большее количество гладких отрезков на поверхности баллиститных порохов с октогеном). Итак, добавка октогена «выглаживает» поверхность. Но это не просто растекание расплавленного октогена по

горящей поверхности. Можно утверждать, что октоген в реакционном слое конденсированной фазы уже частично смешался (прореагировал) с продуктами разложения пороха. Это следует из большого различия температур поверхности горения баллиститных порохов с октогеном и температур поверхности горения чистого октогена. Действительно, например, при  $m = 1$  и  $2 \text{ г}/(\text{см}^3 \cdot \text{с})$  для баллиститных порохов с октогеном  $T_s = 390$  и  $460 \text{ }^\circ\text{C}$  (см. рис. 1), тогда как для чистого октогена  $T_s = 480$  и  $520 \text{ }^\circ\text{C}$  [29] при тех же значениях  $m$ . Таким образом, расплавленный октоген принял значение температуры  $T_s$  баллиститных порохов, что свидетельствует о его взаимодействии в реакционном слое конденсированной фазы с компонентами пороха, «навязавшего» октогену свою макрокинетику. Можно лишь предполагать, как осуществилось такое взаимодействие. Скорости обычной диффузии здесь недостаточно. Поэтому можно предположить, что в изученных условиях в реакционном слое конденсированной фазы возможно существование околоскритического состояния для некоторых продуктов термического разложения конденсированной фазы. По-видимому, только это состояние может обеспечить столь высокую скорость взаимодействия. Известно, что в критическом состоянии вещества резко возрастают его транспортные свойства. Резко возрастает также взаимная растворимость веществ. В работах [30–32] на ряде примеров показано, что если в смеси жидкостей одна из них в критическом состоянии, то в ней быстро растворяются другие. При этом кардинально изменяются свойства жидкостей. Так, например, вода в этом состоянии хорошо растворяет органику, что невозможно в обычных условиях. Критическое состояние уже используется на практике для проведения реакций, неосуществимых в нормальном состоянии.

В работах [23, 24] в качестве возможных полупродуктов разложения нитроэфиров и нитраминов, находящихся в реакционном слое конденсированной фазы горящих порохов, рассматривались такие органические соединения, как декан, гептан, диэтиламин и др. Нетрудно убедиться в том, что в условиях реакционного слоя конденсированной фазы изученных режимов горения эти соединения (и другие, им подобные) могут проходить критические состояния. Действительно, критические давление и температура (см. [33]) декана  $\text{C}_{10}\text{H}_{22}$  составляют  $2.1 \text{ МПа}$  и  $346 \text{ }^\circ\text{C}$ , гептана  $\text{C}_7\text{H}_{16}$  —

$2.7 \text{ МПа}$  и  $267 \text{ }^\circ\text{C}$ , тетрадекана  $\text{C}_{14}\text{H}_{30}$  —  $1.6 \text{ МПа}$  и  $386 \text{ }^\circ\text{C}$ , метилэтилкетона  $\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$  —  $3.9 \text{ МПа}$  и  $260 \text{ }^\circ\text{C}$ , диэтиламина  $\text{C}_4\text{H}_{11}\text{N}$  —  $3.6 \text{ МПа}$  и  $223 \text{ }^\circ\text{C}$ . Видно, что эти значения давления и температуры близки к параметрам  $p$  и  $T_s$  в реакционном слое конденсированной фазы изученных выше режимов горения. Таким образом, указанные обстоятельства позволяют сделать предположение о возможности очень быстрого взаимодействия жидкого октогена и продуктов разложения конденсированной фазы баллиститного пороха в реакционном слое волны горения. Именно это взаимодействие и может обеспечить практическую одномерность процессов в этой фазе. Конечно, эта гипотеза нуждается в проверке. В будущем, возможно, удастся доказать ее, если в конденсированной фазе горящего баллиститного пороха будет обнаружено присутствие критической опалесценции, являющейся характерным признаком критического состояния.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведены чувствительности скорости горения и температуры поверхности к давлению и начальной температуре для группы баллиститных порохов с добавками октогена разной дисперсности. Уточнен единый закон газификации баллиститных порохов и показано, что пороха с добавками октогена подчиняются этому закону. Вычислены нелинейные функции отклика скорости горения на пульсации давления, а именно функции второго порядка взаимодействия первой и второй мод и функции второго порядка самовзаимодействия первой моды. Большое многообразие функций потребовало ввести их классификацию. Выделено три типа нелинейных функций отклика — вязкий (тип отклика № 1), нормальный (тип отклика № 2) и критический (тип отклика № 3), а также промежуточный вязконормальный (тип отклика № 2–1). Показано, что более половины режимов горения выбранных порохов имеют вязкий тип отклика — со слабой зависимостью  $\text{Re } V_1$  от частоты и со слабовыраженным максимумом при резонансе. Проанализировано влияние состава порохов на функции нелинейного отклика. Рассмотрены особенности зависимостей нелинейного отклика от нового параметра — сдвига фаз между взаимодействующими модами; для многих кривых эта зависимость существенна. Показано, что различие между кривыми с разным сдвигом фаз, но

при фиксированной частоте может быть мерой устойчивости горения. Проанализированы ошибки определения линейных и нелинейных функций отклика и установлено, что ошибки существенно зависят от режима отклика. Для большинства изученных режимов горения ошибки для области резонанса менее  $\pm 10\%$ . Приведены аргументы в пользу одномерности процесса горения в конденсированной фазе изученных порохов. Высказана гипотеза о возможности критического состояния вещества в реакционном слое конденсированной фазы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. **Зенин А. А., Финяков С. В.** Функции отклика скорости горения нитраминсодержащих порохов и октогена по данным микротермопарных измерений // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 1. С. 12–22.
2. **Price E. W.** Experimental observations of combustion instability // *Fundamentals of Solid-Propellant Combustion* / K. K. Kuo, M. Summerfield (Eds). (Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 90). N. Y.: AIAA, 1984. P. 733–790.
3. **T'ien J. S.** Theoretical analysis of combustion instability // *Ibid.* P. 791–840.
4. **Culick F. E. C., Yang V.** Prediction of the stability of nonsteady motions in solid-propellant rocket motor // *Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid-Propellants* / L. De Luca, E. W. Price, M. Summerfield (Eds). (Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143). Washington: AIAA, 1992. P. 719–780.
5. **Novozhilov B. V., Kohno M., Maruizumi H., Shimara T.** Solid propellant burning rate response functions of higher orders // *The Inst. of Space and Astronaut. Sci. Report N 661*. Kanagava, 1996. <http://ci.nii.ac.jp/naid/110000029174/en/>.
6. **Mihlfeith C. M., Baer A. D., Ryan N. W.** The response of a burning propellant surface to thermal radiation // *AIAA Journal*. 1972. V. 10, N 10. P. 1280–1285.
7. **Zarko V. E., Simonenko V. N., Kiskin A. B.** Radiation driven transient burning // *Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid-Propellants* / L. De Luca, E. W. Price, M. Summerfield (Eds). (Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143). Washington: AIAA, 1992. P. 363–398.
8. **De Luca L.** Theory of nonsteady burning and combustion stability of solid propellants by flame model // *Ibid.* P. 519–600.
9. **Erikson W. W., Beckstead M. W.** Modeling unsteady monopropellant combustion with full chemical kinetics // *AIAA Paper N 98-0804*. 1998.
10. **Cozzi F., DeLuca L. T., Novozhilov B. V.** Linear stability and pressure-driven response function of solid propellants with phase transition // *J. of Propulsion and Power*. 1999. V. 15, N 6. P. 806–815.
11. **Симоненко В. Н., Кискин А. Б., Фоменко В. М., Свит А. Г.** Исследование отклика скорости горения порохов на периодическое воздействие лазерного излучения // *Горение конденсированных систем*. Черноголовка, 1986. С. 75–78.
12. **Finlinson J. C., Hanson-Parr D., Son S. F., Brewster M. Q.** Measurement of propellant combustion response to sinusoidal radiant heat flux // *AIAA Paper N 91-0204*. 1991.
13. **Finlinson J. C., Stalnaker R. A., Blomshield F. S.** HMX and RDX — burner pressure coupled response from 200 to 1000 psi // *AIAA Paper N 98-0556*. 1998.
14. **Finlinson J. C., Blomshield F. S.** HMX T-burner pressure coupled response at 200, 500, and 1000 psi // *Combustion of Energetic Materials* / K. K. Kuo, L. T. DeLuca (Eds). N.Y.: Begell House, Inc., 2002. P. 854–866.
15. **Lee C., Kim S.-I.** Re-examination of the response function of solid propellant with radiant flux // *AIAA Paper N 99-0590*. 1999.
16. **Cauty F.** Solid propellant response functions from direct measurement methods: A review of ONERA experience // *Materials of Intern. Workshop on Combustion Instability of Solid Propellants and Rocket Motors*. Milan, 1997.
17. **Hickman S. R., Brewster M. Q.** Oscillatory combustion of fine-AP/HTPB propellants // *AIAA Paper N 98-0557*. 1998.
18. **Beckstead M. W., Blomshield F. S.** Some nonlinear combustion instability characteristics of solid propellant rocket motors // *Materials of Intern. Workshop on Combustion Instability of Solid Propellants and Rocket Motors*. Milan, 1997.
19. **Серушкин В. В., Синдицкий С. А., Филатов С. А.** Метод определения динамических характеристик горения твердых топлив // *Тез. докл. междунар. конф. «Ракетные двигатели и проблемы их применения для освоения космического пространства»*. М; Калуга, 2003. P. 76–77.
20. **Zenin A. A., Finjakov S. V.** Burning-rate response functions of composite-modified double-based propellants and HMX // *Solid Propellant Chemistry, Combustion, and Motor Interior Ballistics* / V. Yang, T. B. Brill, W.-Z. Ren (Eds). (Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 185). Reston, Virginia: AIAA, 2000. P. 639–662.
21. **Zenin A. A., Finjakov S. V.** Characteristic features of burning-rate response functions: a review // *Combustion of Energetic Materials* / K. K. Kuo, L. T. DeLuca (Eds). N.Y.: Begell House, Inc., 2002. P. 837–853.

22. **Бронштейн И. Н., Семендяев К. А.** Справочник по математике. М.: Наука, 1986. С. 462.
23. **Zenin A. A.** Thermophysics of stable combustion of solid propellants // Nonsteady Burning and Combustion Stability of Solid-Propellants / L. De Luca, E. W. Price, M. Summerfield (Eds). (Progress in Astronautics and Aeronautics; V. 143). Washington: AIAA, 1992. P. 197–231.
24. **Зенин А. А.** Экспериментальные исследования механизма горения ТРТ и течения продуктов их сгорания: Дис. . . д-ра физ.-мат. наук / ИХФ АН СССР. М., 1976.
25. **Зенин А. А., Финяков С. В., Пучков В. М., Ибрагимов Н. Г.** Температурные коэффициенты параметров волн горения порохов, содержащих нитрамина // Хим. физика. 1999. Т. 18, № 9. С. 73–81.
26. **Zenin A. A., Finjakov S. V., Puchkov V. M., Ibragimov N. G.** Temperature and pressure sensitivities of burning wave parameters of nitramine-containing propellants and HMX // J. of Propulsion and Power. 1999. V. 15, N 6. P. 753–758.
27. **Zenin A. A., Finjakov S. V., Puchkov V. M., Ibragimov N. G.** Temperature coefficients of parameters of combustion waves spreading through nitramine-containing propellants // Chem. Phys. Reports. 2000. V. 18, N 9. P. 1721–1737.
28. **Новожилов Б. В.** Об акустическом резонансе при горении порохов // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 1. С. 5–11.
29. **Зенин А. А., Финяков С. В.** Функции отклика скорости горения октогена и гексогена с учетом плавления // Физика горения и взрыва. 2007. Т. 43, № 3. С. 72–82.
30. **Таблицы физических величин** / Под ред. И. К. Кикоина. М.: Атомиздат, 1976. С. 248–249.
31. **Sengers J. V.** Effects of critical fluctuations on the thermodynamic and transport properties of supercritical fluids // Supercritical Fluids — Fundamentals for Applications: Proc. of the NATO Advanced Study Inst. on Supercritical Fluids / E. Kiran, J. M. H. Levelt, J. V. Sengers, et al. (Eds). 1994. P. 231–271.
32. **Vesovic V.** On correlating the transport properties of supercritical fluids // Ibid. P. 273–283.
33. **O'Connell J. P.** Thermodynamics and fluctuation solution theory with some applications to systems at near- or supercritical conditions // Ibid. P. 191–229.

*Поступила в редакцию 5/IV 2005 г.,  
в окончательном варианте — 28/IX 2007 г.*