

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ САМОИНДУКЦИИ НА МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ

С. В. Сёмкин, В. П. Смагин

Владивостокский государственный университет экономики и сервиса, 690091 Владивосток
Li15@rambler.ru

Рассмотрена гидродинамика при глубоководном подводном взрыве. Рассчитано магнитное поле, генерируемое этим взрывом в квазистатическом приближении и с учетом индукционного эффекта. Проведен количественный анализ степени влияния самоиндукции на величину магнитного поля.

Ключевые слова: подводный взрыв, пульсации газового пузыря, магнитное поле подводного взрыва, индуцированное поле, квазистатическое приближение, самоиндукция в проводящих средах.

ВВЕДЕНИЕ

При подводных взрывах в морской среде, обладающей проводимостью, возникают электрические токи благодаря действию силы Лоренца на движущиеся в геомагнитном поле ионы. Эти токи создают магнитное поле, рассмотрение которого и является целью данной работы. Исследование электромагнитных процессов, сопровождающих подводный взрыв, может, во-первых, прояснить вопрос о возможности детектирования самого подводного взрыва методами, отличными от акустических и применимыми за пределами водной среды. Во-вторых, гидродинамические процессы, сопровождающие подводный взрыв, сложно изучать непосредственно, можно надеяться, что индуцированное взрывом магнитное поле будет источником информации об этих процессах.

Аналогичные механизмы возникновения индуцированного поля могут иметь место и при других динамических процессах в морской среде, например при распространении в ней акустических волн [1–3]. Характер индуцированного магнитного поля определяется в конечном счете особенностями гидродинамики порождающего это поле процесса. В [4] мы представили общую постановку задачи об определении индуцированного поля при подводном взрыве без детализации гидродинамики процесса взрыва, предполагая лишь, что движение воды является сферически-симметричным. В настоящей работе более подробно изучены гидродинамические и сопровождающие их электромагнитные процессы, происходящие при подводных взрывах. Гидродинамику подводно-

го взрыва мы рассматривали главным образом с целью построения по возможности простой, но отражающей характерные особенности процесса модели возникающих при взрыве движений воды.

ГИДРОДИНАМИКА ПОДВОДНОГО ВЗРЫВА

В процессе взрыва во взрывчатом веществе возникает детонационная волна — тонкий, быстро движущийся слой, в котором происходит химическая реакция. Этот слой отделяет взрывчатое вещество в исходном состоянии от продуктов взрыва, находящихся при высоком давлении и температуре. При выходе детонационной волны на поверхность заряда в воде возникает ударная волна — резкий всплеск давления, распространяющийся от места взрыва со скоростью, превышающей скорость звука. Непосредственно за фронтом ударной волны давление может достигать нескольких тысяч атмосфер, а плотность воды значительно отличается от начальной. Давление за фронтом ударной волны резко падает — приблизительно по экспоненциальному закону, продолжительность затухания не превосходит нескольких миллисекунд [5].

Вслед за распространением ударной волны начинают расширяться сильно сжатые продукты детонации — начальное давление в газовом пузыре заметно уменьшается после излучения ударной волны, но все еще остается гораздо больше равновесного гидростатического давления. Вода в непосредственной близости от газовой сферы обладает значительной радиальной скоростью, вызванной как прошедшей ударной

волной, так и давлением газов. Поэтому диаметр пузыря в начальной стадии расширения стремительно возрастает. Расширение продолжается в течение сравнительно продолжительного времени. По мере расширения внутреннее давление газа постепенно падает, но вследствие инерции расходящегося потока воды расширение продолжается и после того, как давление падает ниже равновесного значения. После прекращения расширения начинается сжатие с непрерывно увеличивающейся скоростью, продолжающееся до тех пор, пока возрастающее давление в пузыре не остановит этот процесс, после чего опять начинается расширение. Следовательно, происходит пульсация газовой сферы, сопровождающаяся вторичными пульсациями давления, распространяющимися в воде со скоростью звука. Давление в воде при пульсациях достигает максимального значения в моменты, когда скорость расширения или сжатия пузыря максимальна, т. е. при приближении радиуса пузыря к минимальному значению (в эти моменты сжатие скачкообразно сменяется расширением).

Таким образом, гидродинамические процессы, сопровождающие подводный взрыв, можно условно разделить на два типа: 1) связанные с образованием и распространением ударной волны, характеризующейся высокими давлениями и значительным превышением плотности над равновесным значением; 2) связанные с расширением и пульсациями газовой сферы, а также с распространением вторичных пульсаций давления. Процессы первого типа идут в сравнительно узком (порядка нескольких метров) сферическом слое непосредственно за фронтом ударной волны. Для их количественного описания нужно учитывать сжимаемость жидкости в широком диапазоне давлений, а также условия на фронте ударной волны, являющейся, в сущности, поверхностью разрыва гидродинамических функций. Для анализа процессов второго типа достаточно ограничиться приближением несжимаемой жидкости или акустическим приближением для описания вторичных пульсаций давления. В нашей работе мы ограничимся рассмотрением гидродинамических и электромагнитных процессов, связанных именно с пульсациями газовой сферы.

Для потенциального движения жидкости имеем $\mathbf{v} = -\nabla\varphi$, а уравнение для потенциала

скорости φ можно получить из основных уравнений гидродинамики невязкой жидкости [5]:

$$\nabla^2\varphi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial v^2}{\partial t} + \frac{1}{2}(\mathbf{v}, \nabla)v^2 \right), \quad (1)$$

где $c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S$. В приближении несжимаемой жидкости в уравнении (1) отбрасывается вся правая часть и оно, таким образом, превращается в уравнение Лапласа, имеющее сферически-симметричное решение $\varphi = f(t)/r$, а $v = f(t)/r^2$, где r — расстояние от центра взрыва. В акустическом приближении в (1) отбрасываются нелинейные по v слагаемые, а $c = c_0 = \text{const}$. Сферически-симметричное решение для этого случая имеет вид $\varphi = \frac{f(t - r/c_0)}{r}$, а скорость содержит два слагаемых: $v = \frac{f(t - r/c_0)}{r^2} + \frac{f'(t - r/c_0)}{c_0 r}$. Если движение жидкости вызвано расширением или сжатием газовой сферы радиуса $a(t)$, то функция f определяется из условия $v(a, t) = \dot{a}(t)$. В приближении несжимаемой жидкости $f(t) = a^2(t)\dot{a}(t)$. В акустическом приближении $f(t)$ можно найти из уравнения $\frac{a(t)}{c_0} \dot{f}(t) + f(t) = a^2(t)\dot{a}(t)$. Если в этом уравнении пренебречь первым слагаемым, то эффект сжимаемости можно приближенно учесть только с помощью «времени запаздывания» и считать, что потенциал скорости в акустическом приближении $\varphi = \frac{a^2(t - (r - a)/c_0)\dot{a}(t - (r - a)/c_0)}{r}$.

Динамику газовой сферы (без учета эффекта плавучести) можно описать с помощью условия сохранения энергии [5] $E_l + p_0(V(a) - V_0) = E_1 - E(a)$, где E_l — кинетическая энергия жидкости, $p_0(V(a) - V_0)$ — работа против сил гидростатического давления, p_0 — начальное давление в жидкости, V_0 и V — начальный и текущий объем, $E(a)$ — внутренняя энергия газовой сферы радиуса a , E_1 — начальная энергия газовой сферы. Эта начальная энергия пропорциональна общей энергии W , выделившейся при взрыве, т. е. $E_1 = \eta_1 W$, где $\eta_1 \approx 0.41$ [5]. В приближении несжимаемой жидкости энергию E_l можно найти, проинтегрировав по объему удельную кинетическую энергию: $E_l = \int_a^\infty \frac{\rho_0 v^2}{2} 4\pi r^2 dr = 2\pi\rho_0 a^3 \dot{a}^2$, где ρ_0 — начальная плотность. Пренебрегая V_0 и

$E(a)$, получим уравнение, определяющее радиус газового пузыря:

$$2\pi\rho_0 a^3 \dot{a}^2 + \frac{4}{3}\pi a^3 p_0 = E_1. \quad (2)$$

Максимальный радиус пузыря при его первой пульсации найдем, положив $\dot{a} = 0$: $a_{\max} = \sqrt[3]{3\eta_1 W/4\pi\rho_0}$. Для взрыва тротилового заряда массой 250 кг на глубине 300 м имеем $W \approx 10^9$ Дж, $p_0 \approx 3 \cdot 10^6$ Па и $a_{\max} \approx 3.1$ м. Зависимость $a(t)$ в неявном виде можно найти, проинтегрировав уравнение (2):

$$t = \sqrt{\frac{3\rho_0}{2p_0}} \int_{a_0}^a \frac{da}{\sqrt{(a_{\max}/a)^3 - 1}}.$$

Интеграл в правой части этого выражения не вычисляется через элементарные функции, его можно выразить через бета-функции. Оказывается [5], что пузырь, расширяясь до максимального радиуса a_{\max} за время $T_1/2$, сжимается затем до исходного радиуса за то же самое время $T_1/2$. Период T_1 определяется по формуле [5]

$$T_1 \approx 1.83 a_{\max} \sqrt{\frac{\rho_0}{p_0}} \approx 1.13 \frac{(\eta_1 W)^{1/3} \rho_0^{1/2}}{p_0^{5/6}} \quad (3)$$

(для указанных выше параметров $T_1 \approx 0.1$ с). При сжатии пузыря до минимального радиуса (в момент времени T_1) давление в пузыре достигает максимума и приближение несжимаемой жидкости становится не вполне точным. В этот момент в жидкости происходят турбулентные процессы и излучение вторичной волны давления [5], на которые расходуется значительная доля энергии пузыря E_1 . Изменение знака радиальной скорости \dot{a} происходит в момент максимального сжатия очень быстро, практически мгновенно, и сжатие сменяется расширением пузыря с оставшейся к моменту начала второй пульсации энергией $E_2 = \eta_2 W$, $\eta_2 \approx 0.14$. Аналогично при завершении второй пульсации происходит излучение еще одной вторичной волны давления и начинается третья пульсация с энергией $E_3 = \eta_3 W$, $\eta_3 \approx 0.08$. Общее число пульсаций может достигать 5–6 при благоприятных условиях.

Учитывая качественные особенности поведения решения уравнения (2), можно приближенно принять, что $\dot{a} = \dot{a}_0 - 2\dot{a}_0 t/T_1$ во время первой пульсации. Тогда $a = a_0 + \dot{a}_0 t - \dot{a}_0 t^2/T_1$.

При $t = T_1/2$ имеем $a = a_{\max}$. Отсюда $\dot{a}_0 = 4(a_{\max} - a_0)/T_1 \approx 4a_{\max}/T_1$ ($\dot{a}_0 \approx 124$ м/с для рассматриваемых параметров). Таким образом (пренебрегая a_0),

$$a(t) = \frac{4a_{\max}}{T_1} t \left(1 - \frac{t}{T_1}\right),$$

$$\dot{a}(t) = \frac{4a_{\max}}{T_1} \left(1 - \frac{2t}{T_1}\right).$$

Выражение для скорости в приближении несжимаемой жидкости имеет вид

$$v = \frac{f(t)}{r^2} = \frac{(4a_{\max})^3}{T_1} \tau^2 (1 - \tau)^2 (1 - 2\tau) \frac{1}{r^2}, \quad (4)$$

$$\tau = \frac{t}{T_1}.$$

Это выражение будем использовать для расчета магнитного поля, создаваемого токами, индуцированными при подводном взрыве.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ В КВАЗИСТАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Магнитное поле может быть рассчитано для заданной системы токов с помощью уравнений Максвелла. В зависимости от пространственной структуры и скорости изменения поля применяют те или иные приближения. Если пренебречь токами смещения, то для магнитного поля \mathbf{B} получим уравнение типа уравнения диффузии

$$\mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \sigma \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}], \quad (5)$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — магнитная проницаемость, σ — удельная электрическая проводимость среды. Если, кроме того, пренебречь самоиндукцией, т. е. отбросить в (5) слагаемое $\mu_0 \sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, получим квазистатическое приближение, в котором магнитное поле определяется из уравнения Пуассона:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = -\mu_0 \sigma \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{F}].$$

Решение этого уравнения для безграничной среды имеет вид

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 \sigma}{4\pi} \int \frac{[[\mathbf{v}(\mathbf{r}', t), \mathbf{F}], (\mathbf{r} - \mathbf{r}')] }{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d\mathbf{r}'. \quad (6)$$

Введем декартову систему координат, направив ось z по геомагнитному полю \mathbf{F} . Тогда компонента B_z индуцированного поля для точек на оси z , найденная с помощью (6) для сферически-симметричного поля скоростей $\mathbf{v}(\mathbf{r}', t) = v(r', t)\mathbf{e}_r$ (\mathbf{e}_r — единичный вектор в радиальном направлении), будет такой [1]:

$$B_z = -\frac{2\mu_0\sigma F}{3} \int_{a(t)}^{R(t)} \frac{v(r', t)r'^3}{(\max(r, r'))^3} dr'. \quad (7)$$

При подстановке в (7) скорости (4) получим

$$B_z = -\mu_0\sigma \frac{f(t)}{r} F + \frac{1}{3} \mu_0\sigma \frac{a^2 f(t)}{r^3} F \approx \approx -\mu_0\sigma \frac{f(t)}{r} F. \quad (8)$$

Максимальное значение B_z достигается при $t = \frac{1}{2} \left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{5}}\right) T_1$ и равно

$$B_{z, \max} = \mu_0\sigma \frac{(4a_{\max 1})^3 F}{25\sqrt{5}T_1 r} = 3 \cdot 10^{-7} \frac{\sigma \eta_1^{2/3} W^{2/3} F}{\rho_0^{1/2} p_0^{1/6} r} \approx \approx 2.6 \cdot 10^{-8} \frac{W^{2/3} F}{p_0^{1/6} r}. \quad (9)$$

То есть при взрыве на глубине 300 м магнитное поле на расстоянии 500 м от центра взрыва составит около $4.3 \cdot 10^{-6} F$ для заряда в 250 кг тротила и $4.3 \cdot 10^{-8} F$ для заряда в 0.25 кг. Используя приведенные выше значения $\eta_2 \approx 0.14$ и $\eta_3 \approx 0.08$, получим, что при второй пульсации газовой сферы максимальное значение поля приблизительно в два раза меньше, чем при первой, а при третьей пульсации уменьшается еще в полтора раза.

Сравнение формул (9) и (3) показывает, что индуцированное магнитное поле слабо зависит от давления p_0 (т. е. от глубины взрыва), а следовательно, мало меняется при всплытии пузыря. В то же время период пульсаций магнитного поля (совпадающий с периодом пульсаций газовой сферы (3)) достаточно сильно меняется при всплытии пузыря.

Рассмотрим вопрос применимости квазистатического приближения в этом случае. Приближение требует выполнения условия квазистатичности $\left| \mu_0\sigma \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right| \ll |\nabla^2 \mathbf{B}|$. Выполнения этого условия можно ожидать, если характерное время процесса T и размер рассматриваемой области R связаны соотношением $\mu_0\sigma R^2/T \ll 1$. Взяв в качестве T период пульсации, получим, что квазистатическое приближение применимо для расчета полей на расстояниях от центра взрыва $R \ll \sqrt{T/\mu_0\sigma} \approx 150$ м. Значит, если точка наблюдения находится на таком или большем расстоянии, необходимо учитывать индукционные эффекты.

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ С УЧЕТОМ ИНДУКЦИОННОГО ЭФФЕКТА

Решение уравнения (5) для безграничной среды и нулевых начальных условий можно записать в следующем виде [6]:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{(\mu_0\sigma)^{5/2}}{16\sqrt{\pi^3}} \int_0^t \frac{dt'}{(t-t')^{5/2}} \int [[\mathbf{v}(\mathbf{r}', t'), \mathbf{F}], (\mathbf{r}-\mathbf{r}')] \times \times \exp\left(-\frac{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2 \mu_0\sigma}{4(t-t')}\right) d\mathbf{r}'. \quad (10)$$

Для точек на оси z при сферической симметрии скорости

$$B_z = -\frac{F\sqrt{\mu_0\sigma}}{\sqrt{\pi r^2}} \times \times \int_0^t \frac{dt'}{\sqrt{\Delta t}} \int_0^\infty r' v(r', t') \Phi(r, r', \Delta t) dr', \quad (11)$$

где $\Delta t = t - t'$ и

$$\Phi(r, r', \Delta t) = \exp\left\{-\frac{(r+r')^2 \mu_0\sigma}{4\Delta t}\right\} + + \exp\left\{-\frac{(r-r')^2 \mu_0\sigma}{4\Delta t}\right\} + \frac{2\Delta t}{rr'\mu_0\sigma} \times \times \left(\exp\left\{-\frac{(r+r')^2 \mu_0\sigma}{4\Delta t}\right\} + \exp\left\{-\frac{(r-r')^2 \mu_0\sigma}{4\Delta t}\right\} \right).$$

Подставим в (11) скорость (4) и перейдем к безразмерным переменным $\tau = t/T_1$, $x = r'/r$, $w = 4\Delta t/\mu_0\sigma r^2$ и $P = \mu_0\sigma r^2/T_1$. В результате получим

$$B_z = -\frac{A}{r} \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_0^{4\tau/P} \eta\left(\tau - \frac{wP}{4}\right) \Psi(w) dw. \quad (12)$$

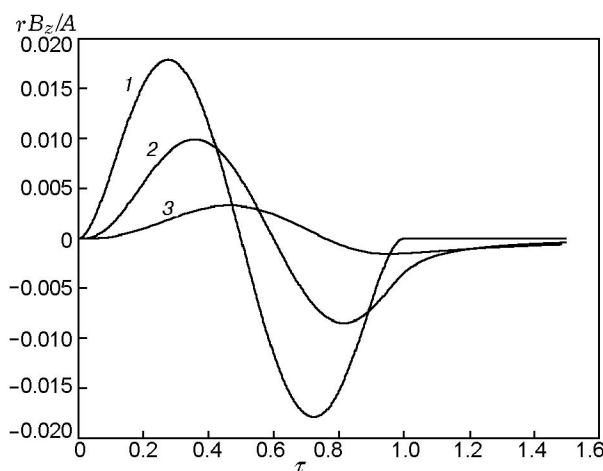
Здесь $A = F\mu_0\sigma(4a_{\max})^3/T_1$, $\eta(\tau) = \tau^2(1-\tau)^2(1-2\tau)$ и

$$\begin{aligned} \Psi(w) = & \int_0^\infty \left\{ \exp\left(-\frac{(1+x)^2}{w}\right) + \right. \\ & + \exp\left(-\frac{(1-x)^2}{w}\right) + \left(\frac{w}{2x}\right) \left[\exp\left(-\frac{(1+x)^2}{w}\right) - \right. \\ & \left. \left. - \exp\left(-\frac{(1-x)^2}{w}\right) \right] \right\} \frac{dx}{x\sqrt{w}}. \quad (13) \end{aligned}$$

Функция $\Psi(w)$ стремится к $\sqrt{\pi}$ при $w \rightarrow 0$, а при $w \rightarrow \infty$ убывает как $w^{-3/2}$. Решение (8) для квазистатического приближения в этих обозначениях имеет вид

$$B_z^0 = -\frac{A}{r} \eta(\tau). \quad (14)$$

Сравнение магнитных полей, рассчитанных по формулам (12) и (14), показывает степень влияния самоиндукции на величину магнитного поля. Мы проделали численное интегрирование (12) при различных значениях параметра P . На рисунке приведены графики функций $-rB_z(\tau)/A$ и для сравнения график $-rB_z^0(\tau)/A$. Видно, что при малых значениях P поле, рассчитанное с учетом самоиндукции, мало отличается от результата расчета в квазистатическом приближении. В то же время для значений P , соответствующих расстоянию 200 м и периоду пульсации 0.2 с, различие достаточно существенное.



Влияние самоиндукции на магнитное поле:

1 — функция $-rB_z^0(\tau)/A$, 2 и 3 — функция $-rB_z(\tau)/A$ при $P = 0.3$ и 2.8 , что соответствует расстояниям в 100 и 300 м до центра взрыва при $T_1 = 0.2$ с

ЛИТЕРАТУРА

1. Семкин С. В., Смагин В. П., Савченко В. Н. К вопросу о взаимодействии электромагнитного и акустического полей в морской среде // Геомagnetизм и аэрономия. — 2008. — Т. 48, № 6. — С. 842–843.
2. Семкин С. В., Смагин В. П., Савченко В. Н. Генерация звуковых волн при нелинейном взаимодействии гидроакустического и электромагнитного полей в морской среде // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2008. — Т. 44, № 2. — С. 271–275.
3. Семкин С. В., Смагин В. П., Савченко В. Н. Магнитное поле инфразвуковой волны в океаническом волноводе // Геомagnetизм и аэрономия. — 2008. — Т. 48, № 3. — С. 332–335.
4. Семкин С. В., Смагин В. П., Савченко В. Н. Генерация возмущений магнитного поля при подводном взрыве // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. — 2010. — Т. 46, № 1. — С. 138–141.
5. Коул Р. Подводные взрывы. — М.: Изд-во иностр. лит., 1950.
6. Положий Г. Н. Уравнения математической физики. — М.: Высш. шк., 1964.

Поступила в редакцию 25/XII 2009 г.,
в окончательном варианте — 7/II 2010 г.