

УДК 536.24

## **Теплоотдача колеблющегося цилиндра в потоке вязкой несжимаемой жидкости\***

**Т.В. Малахова**

*НИИ механики МГУ, Москва*

Email: tatyana.malakhova@gmail.com

Рассматриваются нестационарное обтекание и теплоотдача нагретого цилиндра, совершающего поперечные и продольные колебания в неограниченном потоке вязкой несжимаемой теплопроводной жидкости. Исследуются влияния амплитуды, частоты и направления гармонических колебаний цилиндра на структуру ближнего гидродинамического поля и теплопередачу.

**Ключевые слова:** несжимаемая жидкость, нестационарная теплопередача, вынужденная конвекция, колебания цилиндра в жидкости, отрыв потока, гидродинамический след.

### **Введение**

Теплопередача от нагретого кругового цилиндра в потоке вязкой несжимаемой жидкости управляется механизмами переноса и диффузии и зависит от чисел Рейнольдса  $Re$  и Прандтля  $Pr$ . Интенсивность теплопередачи зависит от толщины пограничных слоев на цилиндре. Первичный квазистационарный пограничный слой начинается непосредственно от передней критической точки  $\theta = \pm 180^\circ$  и заканчивается в точках  $\theta = \theta_{S-}$  и  $\theta = \theta_{S+}$  первичного отрыва на боковой поверхности цилиндра (рис. 1), в которых трение впервые обращается в ноль. Вся кормовая поверхность цилиндра после линии первичного отрыва  $\theta_{S-} < \theta < \theta_{S+}$  граничит с нестационарным течением в глобальной отрывной области. На ней образуются вторичные пограничные слои, которые неустойчивы и содержат многочисленные точки вторичных отрывов и присоединений [1]. При  $Re = 200-500$  основная доля теплоотвода приходится на первичный пограничный слой, а вклад кормовой части цилиндра в среднее число Нуссельта  $Nu$  составляет менее 15 %. С ростом  $Re$  первичный регулярный пограничный слой истончается, градиенты скорости и температуры в нем возрастают, и это приводит к увеличению теплоотдачи от лобовой поверхности цилиндра. Однако и вклад кормовой части цилиндра также возрастает и даже может превысить теплоотдачу в первичном пограничном слое (см. работы [2], [3], [4]).

Высокий уровень теплоотдачи на кормовой стороне цилиндра возможен только за счет высокого градиента температуры в тонких вторичных пограничных слоях внутри глобальной отрывной области, окутывающей кормовую часть

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 09-08-01190а).

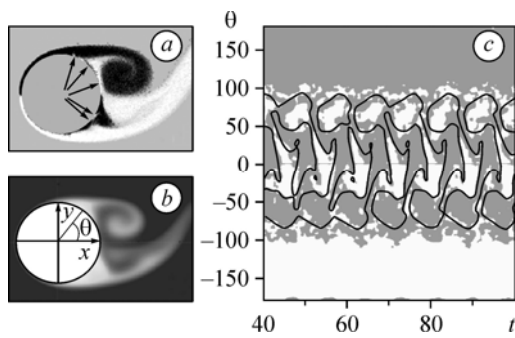


Рис. 1. Местоположение нулей завихренности при  $Re = 1000$ ,  $Pr = 0,71$ . Вихревая картина (вверху) и поле температур (внизу) при  $t = 100,0$ . Положительные вихри отображены белым цветом, отрицательные — черным. Стрелками отмечены точки нулевой завихренности на поверхности цилиндра. Монохромная полоса определяет температуру от  $T = 0$  до  $T = 1$ . Самая нагретая часть — цилиндр.

цилиндра. Следовательно, при численном моделировании принципиально важно обеспечивать высокую степень разрешения структуры как первичного, так и вторичных пограничных слоев на цилиндре.

Для этого в двумерных расчетах [1],  $200 < Re < 15500$ , были приняты специальные меры по сгущению расчетной сетки вблизи цилиндра (шаг сетки обратно пропорционален числу  $Re$ ). В результате обнаружены десятки точек отрыва и присоединения, в которых завихренность и трение равнялись нулю, т. е.  $\partial V_\theta / \partial r = 0$ , а тангенциальная скорость  $V_\theta$  изменяла направление (рис. 1, а). Каждой паре таких точек соответствовал локальный вихрь, который, отрываясь, уносил в поток тепловую энергию. Число точек нулевой завихренности на поверхности цилиндра возрастало с увеличением  $Re$  и, соответственно, возрастал вклад кормовой части цилиндра в общую теплопередачу в поток. Данное явление в основном управляется двумерными механизмами неустойчивости [1]; сравнение данных эксперимента с известными результатами двумерного и трехмерного расчетов [5] показывает, что влияние трехмерных эффектов в большей степени сказывается на величине сопротивления и подъемной силы и остается несущественным для структуры и количества указанных выше множественных областей отрывов на поверхности цилиндра.

Учитывая отмеченные механизмы теплопередачи от неподвижного цилиндра, можно ожидать, что в случае колеблющегося цилиндра роль нестационарных эффектов теплопередачи, связанной с вторичными отрывами, будет еще более существенной. Соответствующих подтверждений в литературе не обнаружено, тем не менее, поперечные и продольные колебания цилиндрических элементов теплообменников — это нередкое явление, возникающее, например, из-за потери устойчивости равновесия упругих стержней при увеличении скорости теплоотводящей жидкости (см. [5]).

В настоящей работе численно исследуется влияние амплитуды, частоты и направления гармонических колебаний цилиндра на структуру ближних гидродинамических полей и теплопередачу. Большинство приведенных примеров расчета получено при  $Re = 1000$ . Показано, что колебания цилиндра могут приводить как к увеличению, так и к уменьшению суммарной теплопередачи в поток.

### Постановка задачи

Рассматривается двумерное нестационарное обтекание кругового цилиндра однородным потоком вязкой несжимаемой теплопроводящей жидкости в неограниченном пространстве. Течение описывается уравнениями Навье–Стокса. Соответственно, эволюция поля завихренности  $\Omega$  подчиняется уравнению

$$\frac{\partial \Omega}{\partial t} = \nabla \times (V \times \Omega) + \nu \nabla^2 \Omega. \quad (1)$$

Поле температуры  $T$  описывается уравнением теплопроводности

$$\frac{dT}{dt} + V \nabla T = \frac{\nu}{\text{Pr}} \nabla^2 T. \quad (2)$$

Сила тяжести не учитывается, зависимостью вязкости жидкости от температуры пренебрегается, поэтому система (1) не зависит от (2), однако ввиду нестационарности задачи гидродинамический расчет проводится одновременно с тепловым. На поверхности цилиндра ставятся условия прилипания и постоянства температуры  $T_1$ , на бесконечности — условия однородности потока и постоянства температуры  $T_\infty$ .

В начальный момент времени  $t = 0$  жидкость и цилиндр покоятся относительно абсолютной системы координат  $(x, y)$ . При  $t > 0$  цилиндр движется поступательно по заданному закону  $x_1 = x_0(t)$ ,  $y_1 = y_0(t)$ . При  $x_0 = -V_\infty t$ ,  $y_0 = 0$  имеем прямолинейное движение с постоянной скоростью  $V_\infty$ , при  $x_0 = -V_\infty t$ ,  $y_0 = -A \cos(2\pi ft)$  — поперечные колебания, при  $x_0 = -V_\infty t + A \cos(2\pi ft)$ ,  $y_0 = 0$  — продольные колебания. Относительно подвижной системы координат  $x_2 = -V_\infty x$ ,  $y_2 = y_1$  получаем обращенное движение, в котором скорость жидкости на бесконечности равна  $V_\infty$ , цилиндр покоится или совершает гармонические колебания около начала координат  $x = 0$ ,  $y = 0$ . Фактически расчеты выполняются в абсолютной системе  $x_1, y_1$ , а результаты представляются относительно подвижной системы  $x, y$ .

В качестве характерных масштабов выберем скорость жидкости на бесконечности  $V_\infty$ , радиус цилиндра  $R$  и разность температур  $(T_1 - T_\infty)$  цилиндра и потока. Определяющие параметры: число Рейнольдса  $\text{Re} = V_\infty D / \nu$  и число Прандтля  $\text{Pr} = \rho \nu c_p / \lambda$  — задаются в начальный момент времени, а число Нуссельта  $\text{Nu} = qD / \lambda (T_1 - T_\infty)$  — переменная величина, определяется в результате решения тепловой задачи. Уравнение теплопроводности (2) решается на фоне полученного нестационарного поля скоростей.

### Метод численного исследования

Использован программный код, реализующий лагранжев бессеточный численный метод вязких вихре-тепловых доменов (ВВТД). Метод представляет собой обобщение метода вязких вихревых доменов (ВВД) [6] для решения двумерных уравнений Навье–Стокса вязкой несжимаемой жидкости в лагранжевых координатах [7]. Основная идея метода состоит в представлении области с ненулевой завихренностью совокупностью вихревых элементов (вихревых доменов), движущихся с конвективной и диффузионной скоростью. Конвективная скорость равна скорости жидкости  $V$ , а диффузионная равна  $V_{dV} = -\nu \nabla (\ln |\Omega|)$ . Детальное представление численного метода ВВД можно найти в статье [8], где также дан пример расчета обтекания колеблющегося крыла в вязкой жидкости.

Поскольку уравнение диффузии тепла сходно с уравнением диффузии завихренности, аналогичный подход применим для расчета поля температуры. Для этого вводятся тепловые домены, движущиеся с конвективной скоростью  $V$  и диффузионной скоростью  $V_{dT} = -a \nabla (\ln T)$ . Быстродействие кода обеспечивается вычислением конвективной скорости вихревых и тепловых доменов с помощью модифицированного быстрого метода решения задачи  $N$  тел [9].

Автор работы осуществил адаптацию вычислительных кодов ВВТД для удаленного запуска на суперкомпьютере Скиф МГУ «Чебышев» (<http://parallel.ru/cluster/>).

### Результаты расчетов

#### Неподвижный цилиндр

Для сравнения с известными результатами [1] рассматривалась задача о неподвижном цилиндре в диапазоне чисел Рейнольдса  $Re$  от 100 до 15550 и при числе Прандтля  $Pr = 0,71$ . Результаты по распределениям завихренности и температуры при  $Re = 1000$  показаны на рис. 1 для момента времени  $t = 100$ . Точки изменения знака завихренности на поверхности цилиндра отмечены на рис. 1, *a* стрелками, они указывают на наличие множественных локальных отрывов и присоединений на кормовой части цилиндра. Соответствующее мгновенное распределение температуры показано на рис. 1, *b*. На рис. 1, *c* построена временная развертка положений зон положительной и отрицательной завихренности на поверхности цилиндра (по оси абсцисс отложено время, по оси ординат — угловая координата  $\theta$ ).

Темные области на рис. 1, *c* соответствуют отрезкам поверхности цилиндра с отрицательной завихренностью, светлые — с положительной. Точкам нулевой завихренности на теле соответствует граница перехода от темных к светлым областям. Эта граница достаточно хорошо согласуется с известными результатами расчетов [1], изображенными сплошной линией.

Относительная доля тепловой энергии, выделяющейся в области отрыва на кормовой стороне цилиндра ( $\Delta$ ), вычисляется путем интегрирования числа Нуссельта на интервале  $\theta_{S-} < \theta < \theta_{S+}$ .

На рис. 2 построена зависимость осредненных по времени значений  $\Delta$  от числа Рейнольдса. Эти результаты хорошо согласуются с известными данными других авторов. С ростом  $Re$  происходит увеличение вклада кормовой части

$$\Delta = \frac{\frac{1}{2\pi} \int_{\theta_{S-}}^{\theta_{S+}} Nu(\theta) d\theta}{\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} Nu(\theta) d\theta} \quad (3)$$

Например, при  $Re = 200$  доля теплоотдачи на кормовой части цилиндра составляет 13 %, а при  $Re = 15550$  уже 37 %.

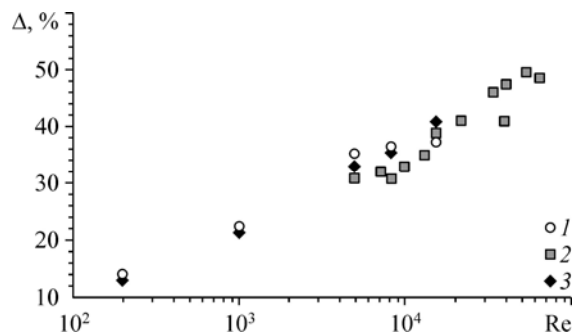
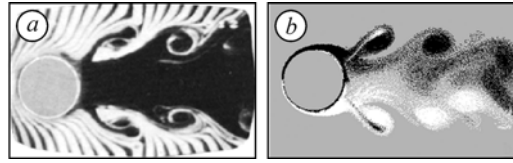


Рис. 2. Доля теплоотдачи в зоне отрыва. Результаты расчетов — 1, эксперименты: 2 — [4], 3 — [1].

Рис. 3. Сравнение вихревых картин.

Эксперимент: *a* — [10], *b* — результат данной работы. Представленные данные соответствуют продольным колебаниям кругового цилиндра при  $Re = 855$ , амплитуде  $\bar{A} = 0,26$  и частоте  $\bar{f} = 3$ .



### Результаты для колеблющегося цилиндра

Визуализированная в экспериментах [10] (рис. 3, *a*) и полученная в настоящих расчетах (рис. 3, *b*) мгновенные вихревые картины около продольно колеблющегося цилиндра хорошо согласуются между собой. При частоте колебаний  $\bar{f} = 3$ , где  $\bar{f} = f/f_0$  ( $f_0$  — естественная частота колебаний следа за неподвижным цилиндром), и амплитуде  $\bar{A} = 0,26$  ( $\bar{A} = A/R$ ) происходит перестройка вихревой картины от несимметричной дорожки кармана к симметричному периодическому следу (рис. 3, *b*).

Колебания цилиндра существенно влияют на распределение точек нулей завихренности на поверхности цилиндра. На рис. 4, 5 представлены развертки по времени местоположений отрезков положительной и отрицательной завихренности на поверхности цилиндра при поперечных и продольных колебаниях. Можно заметить, что рост частоты колебаний цилиндра существенно изменяет вихревую картину на цилиндре при поперечных и продольных колебаниях, а наиболее весомые изменения происходят с увеличением амплитуды продольных колебаний (рис. 5).

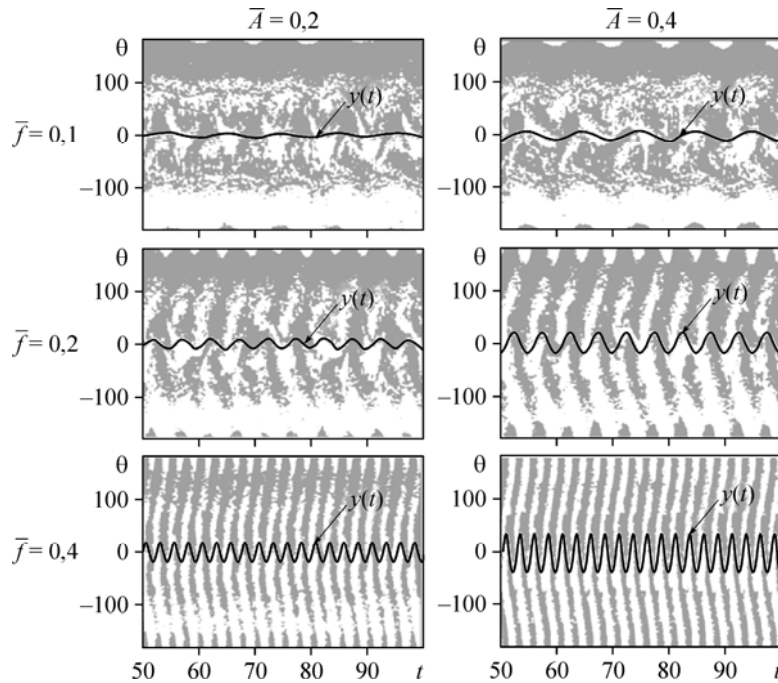


Рис. 4. Местоположение нулей завихренности при поперечных колебаниях за период времени  $t$  от 50 до 100 единиц,  $Re = 1000$ ,  $Pr = 1$ . Сплошные кривые — закон движения цилиндра  $y = y(t)$ .

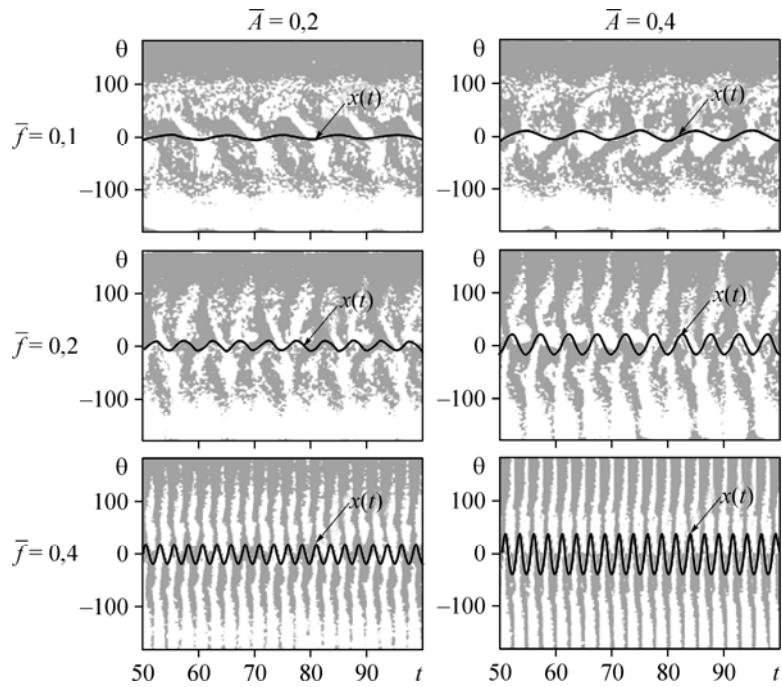


Рис. 5. Местоположение нулей завихренности при продольных колебаниях за период времени  $t$  от 50 до 100 единиц,  $Re = 1000$ ,  $Pr = 1$ . Сплошные кривые — закон движения цилиндра  $x = x(t)$ .

В табл. 1 приведены осредненные результаты для положения точки первичного отрыва  $\theta_{S1} = \langle \theta_{S+}, |\theta_{S-}| \rangle$  и относительной доли теплоотдачи от кормовой части цилиндра  $|\theta| < \theta_{S1}$ . При продольных колебаниях область глобального отрыва  $|\theta| < \theta_{S1}$  увеличивается на  $20^\circ$ , а при поперечных — на  $40^\circ$ .

Полученные значения теплопередачи от колеблющегося цилиндра существенно зависят от числа Рейнольдса, амплитуды, частоты и направления колебаний. Оказалось, что можно ввести один комплексный параметр — эффективное число Рейнольдса  $Re^* = Re V_{kv} = Re \sqrt{\langle V_{inf}^2 \rangle}$ , где  $V_{inf}$  — скорость набегающего потока

Таблица

Доля теплопередачи  $\Delta$  на кормовой части цилиндра  $|\theta| < \theta_{S1}$  при поперечных и продольных колебаниях

$\Delta$	$A$	$f$	0,1	0,2	0,4	$\theta_{S1}$	0,1	0,2	0,4	Nu	0,1	0,2	0,4
	0,2		38	41	53		78	84	95		14,6	15	15,3
	0,4		45,5	51,5	57		84	104	114		15,3	16	15,6
	0,2		42	44	48		86	92	92		14,3	15,1	15,2
	0,4		43	48	50		88	98	90		15,2	15,3	16,8

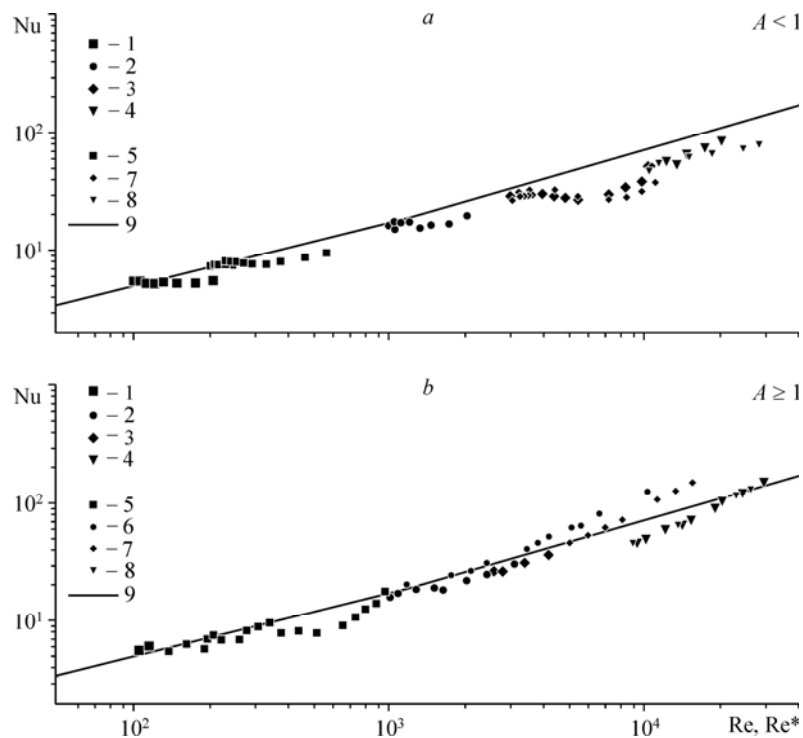


Рис. 6. Зависимость числа Nu от числа  $Re^*$  при поперечных и продольных колебаниях. Амплитуды:  $\bar{A} < 1$  (a),  $\bar{A} \geq 1$  (b). Колебания: поперечные —  $Re = 100$  (1), 1000 (2), 3000 (3), 10000 (4); продольные —  $Re = 200$  (5), 1000 (6), 3000 (7), 10000 (8). Теоретическая кривая — 9.

в системе отсчета, связанной с цилиндром. По сути,  $Re^*$  — это число Рейнольдса, вычисленное по среднеквадратичной скорости набегающего потока относительно центра цилиндра.

Сравнение расчетной зависимости  $Nu(Re^*)$  с известной эмпирической зависимостью  $Nu(Re)$  для неподвижного цилиндра [11]

$$Nu = \begin{cases} 0,5 Re^{0,5}, & 5 < Re < 10^3 \\ 0,25 Re^{0,6}, & 10^3 < Re < 2 \cdot 10^5 \end{cases} \quad (4)$$

представлено на рис. 6. Видно, что при амплитуде колебаний  $\bar{A} < 1$  увеличения теплоотдачи за счет колебаний практически не происходит даже при высоких частотах колебания цилиндра (рис. 6, a). При амплитуде колебаний  $\bar{A} \geq 1$  (рис. 6, b) наблюдается существенное увеличение теплоотдачи. Получены режимы, при которых теплоотдача в несколько раз больше, чем в случае неподвижного цилиндра. Это происходит при увеличении амплитуды колебаний цилиндра, когда сошедшие с тела вихревые структуры не успевают далеко уйти в след и взаимодействуют с вихрями на цилиндре.

При вынужденных продольных колебаниях цилиндра вихри сходят со всей его поверхности, вихревая картина становится симметричной, а теплоотдача почти постоянная по всей поверхности цилиндра.

### Заключение

Результаты моделирования показывают, что теплоотдача нагретого кругового цилиндра в однородном потоке вязкой несжимаемой жидкости сильно неоднородна вдоль поверхности цилиндра и во времени.

Воспроизведен эффект увеличения доли теплоотдачи в области отрыва для неподвижного цилиндра. Аналогичное явление наблюдается и в случае поперечно осциллирующего цилиндра. При продольных колебаниях течение становится симметричным и зона отрыва увеличивается незначительно, что способствует росту общей теплопередачи. Обнаружены режимы поперечно- и продольно-колеблющегося цилиндра, в которых суммарная теплопередача в несколько раз превышает теплопередачу от неподвижного цилиндра.

В диапазоне чисел Рейнольдса  $100 \leq Re \leq 15550$  возможно введение эффективного числа Рейнольдса  $Re^*$ , рассчитанного по среднеквадратичной скорости набегающего потока с учетом колебаний цилиндра, так, что зависимость  $Nu(Re^*)$  при такой замене дает хорошую корреляцию с известными данными  $Nu = f(Re)$  для неподвижного цилиндра.

Автор выражает благодарность С.В. Гувернюку и Г.Я. Дынниковой за помощь в работе и ценные замечания.

### Список литературы

1. Bouhairie S., Chu V.H. Two-dimensional simulation of unsteady heat transfer from a circular cylinder in crossflow // J. Fluid Mech. 2007. Vol. 570. P. 177–215.
2. Persillon H., Braza M. Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by three-dimensional Navier-Stokes simulation // J. Fluid Mech. 1998. Vol. 365. P. 23–88.
3. Eckert E.R.G., Soehngen E. Distributions of heat transfer coefficients around circular cylinders in crossflow at Reynolds numbers from 20 to 500 // Trans. ASME. 1952. Vol. 75. P. 343–347.
4. Schmidt E., Wenner K. Heat transfer over the circumference of a heated cylinder in transverse flow // Tech. Rep. 1050. NACA. 1943.
5. Karwa N., Kale S.R., Subbarao P.M.V. Experimental study of non-boiling heat transfer from a horizontal surface by water sprays // Exp. Thermal and Fluid Sci. 2007. Vol. 32 (2). P. 571–579.
6. Андронов П.Р., Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Лагранжев численный метод решения двумерных задач свободной конвекции // Тр. 4-й Росс. нац. конф. по теплообмену. М.: Изд. дом МЭИ, 2006. Т. 3. С. 38–41.
7. Дынникова Г.Я. Лагранжев подход к решению нестационарных уравнений Навье–Стокса // ДАН. 2004. Т. 399, № 1. С. 42–46.
8. Гувернюк С.В., Дынникова Г.Я. Моделирование обтекания колеблющегося профиля методом вязких вихревых доменов // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 1. С. 3–14.
9. Дынникова Г.Я. Использование быстрого метода решения «задачи N тел» при вихревом моделировании течений // Журнал вычислит. матем. и матем. физики. 2009. № 8. С. 1458–1465.
10. Ongoren A., Rockwell D. Flow structure from an oscillating cylinder. Part 2. Mode competition in the nearwake // J. Fluid Mech. 1988. Vol. 191. P. 225–245.
11. Жукаускас А.А. Конвективный перенос в теплообменниках. М.: Наука, 1982. 472 с.

Статья поступила в редакцию 29 сентября 2010 г.