

**К РАСЧЕТУ ТУРБУЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕЧЕНИЯ
В КАНАЛЕ С ВНУТРЕННИМ ВРАЩАЮЩИМСЯ ЦИЛИНДРОМ**

Б. П. Устименко (Алма-Ата)

Изложена попытка теоретического анализа турбулентных характеристик кругового потока в канале с внутренним вращающимся цилиндром, основанная на использовании уравнений баланса пульсационной энергии в различных направлениях движения. Приводится сопоставление результатов расчета с экспериментальным распределением средней скорости, интенсивности пульсаций, корреляции и др.

Теоретическому анализу турбулентного течения в каналах между двумя соосными вращающимися цилиндрами посвящен ряд работ. Большинство из них основывается на предположении о малой кривизне канала [1,2], а другие [3-5] учитывают ее различными приближенными способами. Эти работы позволяют сравнительно удовлетворительно рассчитать распределения средней скорости в потоке и трение.

Более полную информацию можно получить, если использовать наряду с обычно применяемыми уравнениями среднего движения еще и уравнения баланса пульсационной энергии (полной и для отдельных компонент скорости). Рассмотрение этих дополнительных уравнений позволяет получить, в частности, сведения о распределении в потоке не только средних, но и пульсационных характеристик.

1. Основные уравнения. Будем рассматривать плоское круговое турбулентное течение несжимаемой жидкости, статистически однородное на цилиндрических поверхностях, соответствующих постоянному радиусу. Для такого течения выполняются соотношения

$$\begin{aligned} v_x &= v_x', & v_r &= v_r', & v_\varphi &= \langle v_\varphi \rangle + v_\varphi', & p &= \langle p \rangle + p' \\ \langle v_x \rangle &= \langle v_r \rangle = 0, & \langle v_\varphi \rangle &= \langle v_\varphi(r) \rangle \\ \langle p \rangle &= \langle p(r) \rangle \end{aligned}$$

а производные по координатам x и φ от осредненных величин равны нулю. Здесь $\langle v_x \rangle$, $\langle v_r \rangle$, $\langle v_\varphi \rangle$, $\langle p \rangle$, v_x' , v_r' , v_φ' , p' — осредненные и пульсационные значения аксиальной, радиальной и тангенциальной компонент вектора скорости и статического давления, $\langle \rangle$ — знак осреднения по времени (в смысле Рейнольдса).

С учетом этих соотношений система дифференциальных уравнений для компонент корреляционного тензора $\langle v_i' v_j' \rangle$ будет иметь вид

$$\left\langle \frac{1}{\rho} p' \frac{\partial v_x'}{\partial x} \right\rangle - \nu \left[\left\langle \left(\frac{\partial v_x'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial v_x'}{\partial r} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial v_x'}{r \partial \varphi} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \quad (1.1)$$

$$2 \langle v_r' v_\varphi' \rangle \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} + \left\langle \frac{1}{\rho} p' \frac{\partial v_r'}{\partial r} \right\rangle - \nu \left[\left\langle \left(\frac{\partial v_r'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial v_r'}{\partial r} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial v_r'}{r \partial \varphi} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} - \langle v_r' v_\varphi' \rangle \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\langle v_\varphi \rangle r) + \left\langle \frac{1}{\rho} p' \frac{\partial v_\varphi'}{r \partial \varphi} \right\rangle - \nu \left[\left\langle \left(\frac{\partial v_\varphi'}{\partial x} \right)^2 \right\rangle + \right. \\ \left. + \left\langle \left(\frac{\partial v_\varphi'}{\partial r} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial v_\varphi'}{r \partial \varphi} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \langle v_x' v_\varphi' \rangle \frac{2 \langle v_\varphi \rangle}{r} + \left\langle \frac{1}{\rho} p' \left(\frac{\partial v_r'}{\partial x} + \frac{\partial v_x'}{\partial r} \right) \right\rangle - 2\nu \left[\left\langle \frac{\partial v_x'}{\partial x} \frac{\partial v_r'}{\partial x} \right\rangle + \right. \\ \left. + \left\langle \frac{\partial v_x'}{\partial r} \frac{\partial v_r'}{\partial r} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial v_x'}{\partial r \varphi} \frac{\partial v_r'}{r \partial \varphi} \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} - \langle v_x' v_r' \rangle \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\langle v_\varphi \rangle r) + \left\langle \frac{1}{\rho} p' \left(\frac{\partial v_\varphi'}{\partial x} + \frac{\partial v_x'}{r \partial \varphi} \right) \right\rangle - \\ - 2\nu \left[\left\langle \frac{\partial v_x'}{\partial x} \frac{\partial v_\varphi'}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial v_x'}{\partial r} \frac{\partial v_\varphi'}{\partial r} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial v_x'}{r \partial \varphi} \frac{\partial v_\varphi'}{r \partial \varphi} \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} - \langle v_r'^2 \rangle \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\langle v_\varphi \rangle r) + \langle v_\varphi'^2 \rangle \frac{2 \langle v_\varphi \rangle}{r} + \left\langle \frac{1}{\rho} p' \left(\frac{\partial v_\varphi'}{\partial r} + \frac{\partial v_r'}{r \partial \varphi} \right) \right\rangle - \\ - 2\nu \left[\left\langle \frac{\partial v_r'}{\partial x} \frac{\partial v_\varphi'}{\partial x} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial v_r'}{\partial r} \frac{\partial v_\varphi'}{\partial r} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial v_r'}{r \partial \varphi} \frac{\partial v_\varphi'}{r \partial \varphi} \right\rangle \right] = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

В системе уравнений (1.1) — (1.6) опущены вследствие малости члены, связанные с конвективным переносом энергии турбулентности средним движением, а также с ее вязкой и турбулентной диффузией [6-8].

Следуя работе [6], воспользуемся приближенными полуэмпирическими соотношениями для диссипации пульсационного движения

$$D = 2\nu \sum_{k=1}^3 \left\langle \frac{\partial v_i'}{\partial x_k} \frac{\partial v_j'}{\partial x_k} \right\rangle = \nu c_1 \frac{\langle v_i' v_j' \rangle}{l^2} + \delta_{ij} \frac{2c}{3} \frac{E^{3/2}}{l} \quad (1.7)$$

и для обмена энергией между различными компонентами пульсаций

$$\frac{1}{\rho} \left\langle \rho' \left(\frac{\partial v_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j'}{\partial x_i} \right) \right\rangle = -k \frac{\sqrt{E}}{l} \left(\langle v_i' v_j' \rangle - \delta_{ij} \frac{2}{3} E \right), \quad E = \sum_{i=1}^3 \frac{\langle v_i'^2 \rangle}{2} \quad (1.8)$$

Здесь E — кинетическая энергия пульсаций; l — масштаб турбулентности; c , c_1 и k — эмпирические постоянные; δ_{ij} — символ Кронекера; $i, j = 1, 2, 3$.

Заменив первое уравнение системы (1.1) — (1.6) суммой первых трех уравнений, а второе — суммой второго и третьего уравнений, преобразуем ее с учетом равенств (1.7) и (1.8) и обозначений для локальных критериев¹

$$R_l = \frac{l^2}{\nu} \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr}, \quad R_{\omega l} = \frac{l^2}{\nu} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r}, \quad R_E = \frac{l}{\nu} \sqrt{E}$$

к безразмерному виду

$$\frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_l - \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_{\omega l} + C R_E + C_1 = 0 \quad (1.9)$$

$$2 \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_l - 2 \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_{\omega l} + \frac{(\langle v_r'^2 \rangle + \langle v_\varphi'^2 \rangle)}{E} (k R_E + C_1) - \frac{4}{3} (k - c) R_E = 0 \quad (1.10)$$

$$2 \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_l + 2 \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_{\omega l} + \frac{\langle v_\varphi'^2 \rangle}{E} (k R_E + c_1) - \frac{2}{3} (k - c) R_E = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{\langle v_x' v_r' \rangle}{E} (k R_E + c_1) - 2 \frac{\langle v_x' v_\varphi' \rangle}{E} R_{\omega l} = 0 \quad (1.12)$$

$$\frac{\langle v_x' v_r' \rangle}{E} (R_l + R_{\omega l}) + \frac{\langle v_x' v_\varphi' \rangle}{E} (k R_E + c_1) = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} (k R_E + c_1) + \frac{\langle v_r'^2 \rangle}{E} (R_l + R_{\omega l}) - \frac{\langle v'^2 \rangle}{E} 2 R_{\omega l} = 0 \quad (1.14)$$

Заметим, что уравнение (1.9) представляет собой уравнение баланса полной энергии турбулентности в потоке. Как следует из этого уравнения, в рассматриваемом приближении основную роль в балансе энергии турбулентности играют порождение и диссипация энергии. Эти величины в большей части сечения канала приблизительно одинаковы, так что турбулентность практически находится в состоянии энергетического равновесия.

Система (1.9) — (1.14) состоит из шести уравнений и содержит восемь неизвестных ($\langle v_i' v_j' \rangle$, $\langle v_\varphi \rangle$ и l). В связи с этим ее необходимо дополнить уравнением для среднего течения

$$\frac{\partial}{\partial r} (\langle v_r' v_\varphi' \rangle r^2) = \nu \frac{\partial}{\partial r} \left[r^3 \frac{\partial (\langle v_\varphi \rangle / r)}{\partial r} \right]$$

которое после однократного интегрирования и использования введенных ранее обозначений запишется

$$R_{\omega l} - R_l + \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{E} R_E^2 = \left(\frac{v_{*i} l}{\nu} \right)^2 \left(\frac{r_i}{r} \right)^2 \quad (1.15)$$

и определить масштаб турбулентности l .

¹ Критерий

$$R_e = \frac{l^2}{\nu} \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr}$$

аналогичен локальному критерию Рейнольдса

$$R = \frac{l^2}{\nu} \frac{d \langle v_x \rangle}{dy}$$

впервые введенному в работах Л. Г. Лойцянского [9].

Решая систему уравнений (1.9) — (1.14), нетрудно получить

$$\langle v_\varphi'^2 \rangle / E = \frac{2/3(k-c)R_E}{(kR_E + c_1)} - \frac{2(cR_E + c_1)(R_l + R_{wl})}{(R_{wl} - R_l)(kR_E + c_1)} \quad (1.16)$$

$$\langle v_r'^2 \rangle / E = \frac{4/3(k-c)R_ER_{wl}}{(kR_E + c_1)(R_l + R_{wl})} + \frac{4(cR_E + c_1)R_{wl}}{(R_l - R_{wl})(kR_E + c_1)} - \frac{(cR_E + c_1)(kR_E + c_1)}{(R_{wl} - R_l)(R_{wl} + R_l)} \quad (1.17)$$

$$\frac{\langle v_x'^2 \rangle}{E} = 2 - \frac{\langle v_r'^2 \rangle}{E} - \frac{\langle v_\varphi'^2 \rangle}{E} \quad (1.18)$$

$$\langle v_x'v_r' \rangle = \langle v_x'v_\varphi' \rangle = 0, \quad \frac{\langle v_r'v_\varphi' \rangle}{E} = \frac{cR_E + c_1}{R_{wl} - R_l} \quad (1.19)$$

$$\frac{2/3(k-c)R_E(R_{wl} - R_l)^2}{8R_{wl}(R_l + R_{wl}) + (kR_E + c_1)^2} = cR_E + c_1 \quad (1.20)$$

Левая и правая части уравнения (1.20) представляют собой в безразмерном виде порождение и диссипацию пульсационной энергии.

2. Область течения вблизи стенок канала. Вблизи стенок канала справедливо неравенство $\langle v_\varphi \rangle / r \ll d\langle v_\varphi \rangle / dr$ и, следовательно, $R_{wl} \ll R_l$. Используя эти неравенства, преобразуем соотношения (1.16) — (1.20) к виду

$$v_{\varphi i}^* = \left[\frac{2/3(k/c - 1)R_E}{(k/c)R_E + c_1/c} + \frac{2(R_E + c_1/c)}{(k/c)R_E + c_1/c} \right]^{1/2} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (2.1)$$

$$v_{ri}^* = \left[\frac{2/3(k/c - 1)R_E}{(k/c)R_E + c_1/c} \right]^{1/2} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (2.2)$$

$$v_{xi}^* = \left[2 - \frac{4/3(k/c - 1)R_E}{(k/c)R_E + c_1/c} - \frac{2(R_E + c_1/c)}{(k/c)R_E + c_1/c} \right]^{1/2} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (2.3)$$

$$\langle v_x'v_r' \rangle = \langle v_x'v_\varphi' \rangle = 0, \quad v_i^{**} = - \frac{cR_E + c_1}{R_l} \frac{R_E^2}{(\eta_i^+)^2} \quad (2.4)$$

$$\frac{2/3(k-c)R_ER_l^2}{(kR_E + c_1)^2} = cR_E + c_1 \quad (2.5)$$

Выразим также через R_E , R_e и η_i^+ величины

$$E^* = \frac{R_E}{\eta_i^+}, \quad \frac{d\varphi}{d\eta_i} = (-i)^{i+1} \frac{R_l}{(\eta_i^+)^2} \quad (i = 1, 2) \quad (2.6)$$

Здесь $\varphi = \langle v_\varphi \rangle / v_{*i}$; $v_{*i} = \sqrt{\tau_i / \rho}$ — динамическая скорость; τ_1, τ_2 — напряжения трения на вращающейся и неподвижной стенках канала

$$v_{ij}^* = \frac{\sqrt{\langle v_j'^2 \rangle}}{v_{*i}} \quad (j = \varphi, r, x); \quad v_i^{**} = \frac{\langle v_r'v_\varphi' \rangle}{v_{*i}^2}$$

$$E^* = \frac{\sqrt{E}}{v_{*i}}, \quad \eta_i^+ = \frac{lv_{*i}}{v}, \quad \eta_i = \frac{yv_{*i}}{v}$$

Принимая, что

$$\langle v_r'v_\varphi' \rangle = -\varepsilon \frac{d\langle v_\varphi \rangle}{dy} \quad (2.7)$$

(ε — коэффициент турбулентной кинематической вязкости), и учитывая уравнение (2.4), получим

$$\frac{\varepsilon}{v} = \frac{(cR_E + c_1)R_E^2}{R_l^2} \quad (2.8)$$

В области развитого турбулентного течения вблизи стенок корреляция $\langle v_r' v_\varphi' \rangle$ после пренебрежения в равенстве (2.4) слагаемым, связанным с влиянием физической вязкости ($c_1 = 0$), и использования зависимости (2.5) запишется

$$-\rho \langle v_r' v_\varphi' \rangle = \frac{[2/3 (k/c - 1)]^{3/2}}{k^3/c} \rho l^2 \left| \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr} \right| \left| \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr} \right| \quad (2.9)$$

В связи с тем, что масштаб турбулентности l определен в соотношениях (1.7) и (1.8) с точностью до постоянного множителя, от выбора которого зависят значения постоянных k , c и c_1 , примем [8]

$$\frac{2/3 (k/c - 1)^{3/2}}{k^3/c} = 1 \quad (2.10)$$

В этом случае равенство (2.9) совпадает с известной формулой Прандтля, следуя которому можно также положить $l = \kappa y$, где $\kappa = 0.4$. Зависимость (2.10) позволяет заменить коэффициенты k и c их отношением k/c

$$k^2 = \frac{[2/3 (k/c - 1)]^{3/2}}{k/c}, \quad c^2 = \frac{[2/3 (k/c - 1)]^{3/2}}{(k/c)^3}$$

и тем самым уменьшить количество эмпирических постоянных.

Для расчета основных характеристик турбулентного кругового потока по формулам (2.1) — (2.8) необходимо установить зависимость величин R_E , R_e и η_i^+ от координаты η_i . При этом связь между критериями R_E и R_e , полученная из формулы (2.5)

с учетом (2.10), имеет вид

$$R_l = -c^{1/3} \left(R_E - \frac{c_1}{k} \right) \left[\frac{R_E + c_1/c}{R_E} \right]^{1/2} \quad (2.11)$$

Результаты вычислений по формуле (2.11) при выбранных, как и в работе [8], относящейся к течению в прямолинейной трубе, значениях постоянных $k/c = 7$ и $c_1 = 2.45$ изображены на фиг. 1 (кривые I и II).

Подставив в уравнение (1.15) значение $\langle v_r' v_\varphi' \rangle$ из (2.4) и учтя зависимость (2.11), преобразуем его к виду

$$R_l + \frac{R_E^2 (c R_E + c_1)}{R_l} = -\kappa^2 \eta_i^2 \quad (2.12)$$

Зная связь между критериями R_e и R_E представим левую часть уравнения (2.12) в виде функции от R_e

$$R_l + \frac{R_E^2 (c R_E + c_1)}{R_l} = F(R_l) \quad (2.13)$$

изображенной на фиг. 1 (кривая III). Найдя затем из соотношения

$$-\kappa^2 \eta_i^2 = F(R_e) \quad (2.14)$$

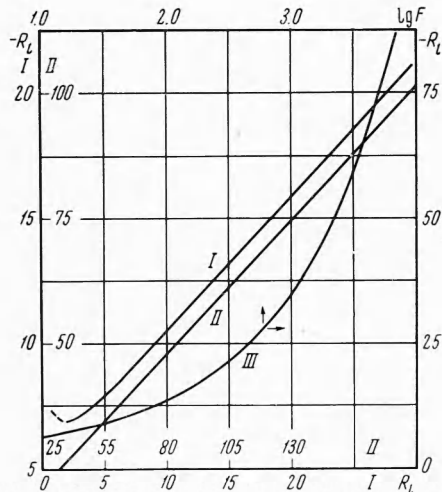
распределение критерия R_l в сечении канала, нетрудно вычислить по формулам (2.1) — (2.8) и остальные характеристики течения, в том числе профиль скорости вблизи стенки.

3. Турбулентное ядро течения. В турбулентном ядре течения, движение в котором близко к потенциальному вращению [5], подчиняющемуся закону

$$\langle v_\varphi \rangle r = c_0 v_1 r_1 = \text{const} \quad (c_0 \approx 0.55) \quad (3.1)$$

(v_1 — скорость вращения цилиндра), средний вихрь потока $1/r (d \langle v_\varphi \rangle r / dr)$ весьма мал и, следовательно, можно положить

$$R_l + R_{\omega l} = \frac{l^2}{\nu} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (\langle v_\varphi \rangle r) \approx 0 \quad (3.2)$$



Фиг. 1. Зависимость критерия R_e от R_E (кривые I и II) и F (кривая III)

С другой стороны, в турбулентном ядре течения можно пренебречь членами, связанными с действием сил вязкости ($c_1 \approx 0$). В этом случае зависимости (1.16) — (1.20) запишутся

$$v_{\varphi i}^* = k^{1/2} c^{1/6} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (3.3)$$

$$v_{ri}^* = \left[kc^{1/3} - \frac{4c^{2/3} R_{\omega l}}{kR_E^2} \right]^{1/2} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (3.4)$$

$$v_{xi}^* = \left[2 - 2kc^{1/3} + \frac{4c^{2/3} R_{\omega l}}{kR_E^2} \right]^{1/2} \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (3.5)$$

$$\langle v_x' v_r' \rangle = \langle v_x' v_\varphi' \rangle = 0, \quad v_i^{**} = c^{2/3} \frac{R_E^2}{(\eta_i^+)^2} \quad (3.6)$$

$$R_{\omega l} - R_l = c^{1/3} R_E \quad (3.7)$$

$$E^* = \frac{R_E}{\eta_i^+} \quad (3.8)$$

Уравнение среднего движения (1.15) для турбулентного ядра потока после подстановки в него значений $\langle v_r' v_\varphi' \rangle$ и R_E из формул (3.6) и (3.7) будет иметь вид

$$c^{1/3} R_E = \frac{\eta_i^+}{r/r_i} \quad (3.9)$$

Из равенств (3.6) и (3.7) нетрудно получить выражение для напряжения трения

$$\tau = -\langle \rho v_r' v_\varphi' \rangle = \rho l^2 \left| \frac{d\langle v_\varphi \rangle}{dr} - \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} \right| \left(\frac{d\langle v_\varphi \rangle}{dr} - \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} \right) = \rho \varepsilon \left(\frac{d\langle v_\varphi \rangle}{dr} - \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} \right) \quad (3.10)$$

которое при $\langle v_\varphi \rangle / r \ll d\langle v_\varphi \rangle / dr$ (в пристеночной области) переходит в полученную ранее формулу (2.9).

Следуя работе [10], положим, что в развитом турбулентном круговом течении масштаб турбулентности l пропорционален радиусу

$$l = \alpha r, \quad \alpha = \frac{v_{*1}}{2c_0 v_1} \quad (3.11)$$

Здесь постоянная α определена из зависимостей (3.1), (3.9) и (3.10).

Используя соотношения (3.7) — (3.11), запишем формулы (3.3) — (3.8) в окончательном виде

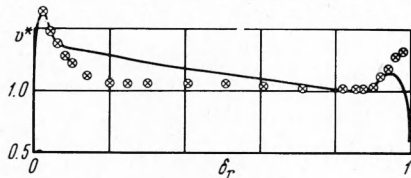
$$v_{\varphi i}^* = k^{1/2} c^{-1/6} \frac{1}{r/r_i} \quad (3.12)$$

$$v_{ri}^* = \left[kc^{1/3} - \frac{2c}{k} \right]^{1/2} \frac{c^{-1/3}}{r/r_i} \quad (3.13)$$

$$v_{xi}^* = \left[2 - 2kc^{1/3} + \frac{2c}{k} \right]^{1/2} \frac{c^{-1/3}}{r/r_i} \quad (3.14)$$

$$v_i^{**} = \frac{1}{(r/r_i)^2} \quad (3.15)$$

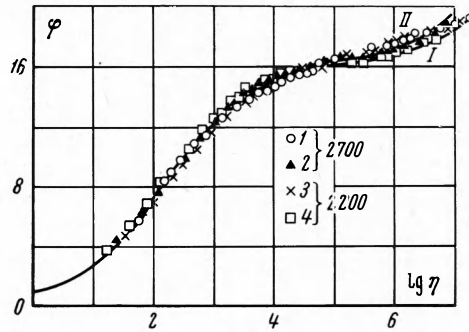
$$E^* = \frac{c^{-1/3}}{r/r_i} \quad (3.16)$$



Фиг. 3. Распределение интенсивности пульсаций тангенциальной компоненты скорости в сечении канала

Коэффициент турбулентной вязкости ε определим из уравнения (3.10), подставив в него значения l и $\langle v_\varphi \rangle$ из равенств (3.11) и (3.1)

$$\frac{\varepsilon}{\nu} = \frac{1}{2c_0} \frac{R^+}{v_1/v_{*1}} \left(R^+ = \frac{v_{*1} r_1}{\nu} = \frac{v_{*2} r_2}{\nu} \right) \quad (3.17)$$



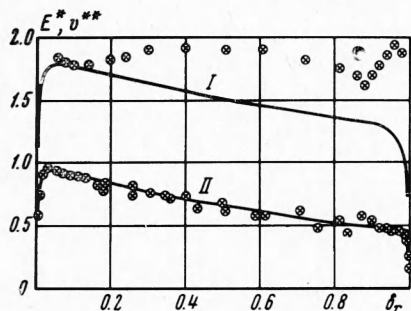
Фиг. 2. Обобщенный профиль безразмерной скорости $\varphi(\eta)$: сплошные линии — расчетные; I и II — расчет по формуле (3.18) для $i = 1$ и 2; 1, 3 — измерения вблизи вращающейся стенки; 2, 4 — то же вблизи неподвижной

Интегрируя уравнение (3.9) с учетом зависимости (3.14), получим распределение средней скорости в турбулентном ядре потока (3.18)

$$\frac{\Phi}{R^+ + (-1)^{i+1}\eta_i} = \frac{\Phi^*}{R^+ + (-1)^{i+1}\eta_i^*} - c_0 R_0 \left\{ \frac{1}{[R^+ - (-1)^{i+1}\eta_i^*]^2} - \frac{1}{[R^+ - (-1)^{i+1}\eta_i]^2} \right\}$$

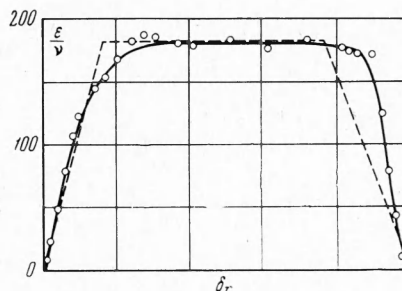
Здесь $R_0 = v_1 r_1 / \nu$; $\eta_i^* = y^* v_*^* / \nu$ — значение обобщенной координаты на условной границе переходного слоя $r^* = r_i + (-1)^{i+1} y^*$, ($i = 1, 2$); Φ^* — соответствующая этой границе скорость.

4. Сопоставление с экспериментом. Сравнение расчетных зависимостей с результатами экспериментального исследования гидродинамики турбулентного кругового потока в каналах с внутренним вращающимся цилиндром [5,11] показано на фиг. 2—6.



Фиг. 4

Фиг. 4. Распределение полной энергии турбулентности (кривая I) и корреляция (кривая II) в сечении канала

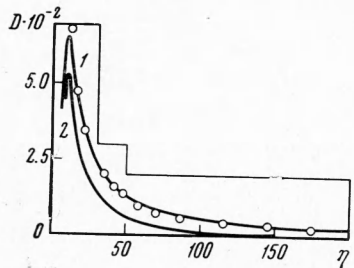


Фиг. 5

Фиг. 5. Распределение коэффициента турбулентной вязкости в сечении канала: сплошная линия — эксперимент, штрихованная — расчетная

На фиг. 2 изображен универсальный профиль скорости Φ , построенный по формулам (2.6) и (3.18) и хорошо согласующийся с экспериментом. При этом, как и в работе [8], разделение потока на ламинарный подслой, переходную область и турбулентное ядро не требует специальных предположений, а является следствием исходной системы уравнений.

Распределения в сечении канала интенсивности пульсаций компонент вектора скорости v_{ij}^* , полной энергии турбулентности E^* , корреляции v_i^{**} и коэффициента турбулентной вязкости ϵ/v , определенные по формулам (2.1) — (2.8) и (3.12) — (3.17), также вполне удовлетворительно отвечают опытным данным (фиг. 3—5).



Фиг. 6. Распределение составляющих баланса пульсационной энергии в области течения у вращающейся стенки. Сплошные линии — теоретические кривые; 1 — порождение — диссипация; 2 — вклад в диссипацию за счет действия вязкости на пульсационное движение больших масштабов

На фиг. 6 представлено распределение составляющих баланса пульсационной энергии вблизи вращающейся стенки. Аналогичная картина имеет место и у неподвижной стенки. Наряду с хорошим совпадением расчетной кривой с экспериментом здесь следует отметить близкое соответствие полученной картины распределения с аналогичной картиной в прямолинейных течениях.

Поступила 24 XII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Кошмаров Ю. А. Гидродинамика и теплообмен турбулентного потока несжимаемой жидкости в зазоре между вращающимися коаксиальными цилиндрами. Инж.-физ. ж., 1962, т. 5, № 5, стр. 5—14.
2. Gale S. Heat — transfer characteristics of the rotational and axial flow between concentric cylinders Trans. ASME, 1958, vol. 80, No. 1, pp. 79—90.

3. Д о р ф м а н Л. А. Гидродинамическое сопротивление и теплоотдача вращающихся тел. М., Физматгиз, 1960.
4. Л е о н т ь е в А. И., К и р д я ш к и н А. Г. Трение и теплообмен в зазоре между двумя вращающимися коаксиальными цилиндрами. Инж.-физ. ж., 1967, т. 13, № 6, стр. 821—830.
5. У с т и м е н к о Б. П., З м е й к о в В. Н. О гидродинамике потока в кольцевом канале с внутренним вращающимся цилиндром. Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 2, стр. 250—259.
6. R o t t a I. Statistische Theorie nichthomogener Turbulenz. Z. für Phys., 1951, Bd. 129, No. 6, S. 547—572.
7. Л е в и н В. Б. О стабилизирующем влиянии вращения потока на турбулентность. Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 6, стр. 892—900.
8. Л е в и н В. Б. К расчету основных характеристик турбулентных потоков с поперечным сдвигом. Теплофизика высоких температур, 1964, т. 2, № 4, стр. 588—598.
9. Л о й ц я н с к и й Л. Г. Гипотеза локальности в турбулентном движении жидкостей при наличии вязкости. ПММ, 1958, т. 22, вып. 5, стр. 600—611.
10. K i n n e y R. V. Universal velocity similarity in fully turbulent rotating flow. Trans. ASME, Ser. E., J. Appl. Mech., 1967, vol. 34, No. 2.
(Рус. перев.: Кинни Р. В. Универсальное подобие скоростей в полностью турбулентных вращающихся потоках. Прикл. механ., Тр. Америк. о-ва инж.-механ., 1967, т. 34, № 2, стр. 199—206.)
11. У с т и м е н к о Б. П., З м е й к о в В. Н. Турбулентная структура кругового потока в кольцевых каналах между вращающимися коаксиальными цилиндрами. Теплофизика высоких температур, 1967, т. 5, № 4, стр. 640—646.

О ВЛИЯНИИ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ОТСОСА НА СТРУКТУРУ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Рафаэль М. Гарипов, В. А. Тэтянко

(Новосибирск)

Приводятся некоторые результаты исследования влияния распределенного отсоса на структуру турбулентного пограничного слоя в водной среде. Установлено, что с увеличением степени отсоса профиль средней скорости становится более заполненным, а интенсивность пульсаций продольной составляющей скорости уменьшается.

Влиянию распределенного отсоса на структуру воздушного турбулентного пограничного слоя посвящена обширная работа [1], выполненная в низкотурбулентной аэродинамической трубе.

Данная работа посвящена исследованию влияния распределенного отсоса на структуру турбулентного пограничного слоя в воде. Для получения распределений средней скорости и интенсивности пульсаций продольной составляющей скорости по толщине турбулентного пограничного слоя использован фотоэлектрический метод измерения турбулентности, предложенный в работе [2]. Этот метод позволяет получить кривую распределения вероятностей величины скорости в измеряемой точке потока.

Обозначения

<p>u — продольная составляющая средней скорости,</p> <p>U — скорость набегающего потока,</p> <p>y — текущая координата по нормали к поверхности,</p> <p>δ — толщина пограничного слоя,</p> <p>a — математическое ожидание,</p> <p>σ — среднее квадратичное значение пульсаций,</p> <p>ρ — плотность вероятности распре-</p>	<p>ления скорости,</p> <p>c_q — степень отсоса,</p> <p>v_0 — скорость фильтрации через проницаемую поверхность,</p> <p>δ^* — толщина вытеснения,</p> <p>δ^{**} — толщина потери импульса,</p> <p>H — параметр,</p> <p>u' — пульсации продольной составляющей скорости в пограничном слое.</p>
---	---

Опыты производились в гидродинамическом лотке на одной из стенок рабочей части. За конфузором имелся непроницаемый участок длиной 100 мм, за которым следовала проницаемая поверхность длиной 500 мм. Камера, имевшая размеры исследуемой поверхности, покрывалась жесткой пластиной с большим количеством отверстий малого диаметра. На жесткую пластину накладывались три слоя мелкой сетки с размером ячеек 0,16·0,16 мм², все вместе покрывалось тонкой сеткой с размером ячеек 0,04·0,04 мм². Такая поверхность являлась рабочей, вдоль которой развивался исследуемый пограничный слой. Опыты проводились при скоростях течения 1,3 ÷ 2,3 м/сек. При высоких степенях турбулентности потока в лотке турбулентный пограничный слой