

УДК 519.63+532.517.4

Расчеты неустойчивости и турбулентного перемешивания по модели Никифорова

А.Н. Разин, И.В. Большаков

*Институт теоретической и математической физики,
РФЯЦ — ВНИИЭФ, Саров, Нижегородская область*

E-mail: A.N.Razin@vniief.ru

Представлены результаты моделирования ряда лабораторных опытов, охватывающих большой класс современных экспериментальных исследований турбулентных течений. Расчеты “цилиндрического” и “плоского” опытов Е.Е. Мешкова по слиянию двух зон турбулентного перемешивания, опытов Roggi, Vatte и Ubergi выполнены с использованием модели Никифорова. Приведенные результаты свидетельствуют, что модель Никифорова качественно описывает рассмотренный класс течений, если в методике с высокой точностью рассчитываются средние газодинамические величины, а ширина фронта конечно-разностной ударной волны не зависит от размера счетной ячейки.

Ключевые слова: турбулентность, модель Никифорова, расчеты модельных опытов.

Введение

Разработку современной конкурентоспособной техники сложно представить без привлечения экспериментальных, теоретических и численных исследований. Проектирование изделий с заданными характеристиками ставит сложные задачи перед исследователями. Сегодня при оптимизации предлагаемых учеными и конструкторами технических решений важная роль принадлежит численным методам. С развитием компьютерной техники доминирующее положение по сравнению с экспериментальными и аналитическими методами, по-видимому, займут методы моделирования. Однако сделать правильный вывод по результатам численных экспериментов можно лишь при условии, если реализованные в программных продуктах численные методы с достаточной полнотой и точностью описывают реальные процессы.

В настоящее время универсальные и специализированные пакеты прикладных программ являются признанными инструментами для исследования сложных гидродинамических течений. Большую трудность для моделирования представляют течения, в которых на характеристики исследуемого объекта заметное влияние оказывает турбулентность. Для расчета турбулентных течений предложено довольно много физических моделей и до сих пор продолжается разработка новых. Ряд исследователей считают, что не существует модели (среди имеющихся), способной с необходимой точностью описывать широкий класс турбулентных течений. С чем же связан пессимизм исследователей относительно возможностей разработанных подходов для описания турбулентности? Некоторые пользователи программных продуктов полагают, что за все неудачные

попытки обеспечить качественный результат моделирования отвечает используемая в программных продуктах физическая модель турбулентности. Однако детальный анализ расчетов показывает, что качество результатов не в меньшей степени зависит и от точности численной методики. Перечислим ряд важных проблем моделирования турбулентности.

Как известно, генерация турбулентности определяется градиентами средних газодинамических величин. Следовательно, в используемой численной методике необходимо как можно точнее определять градиенты средних газодинамических величин. Далее, поскольку точность моделирования турбулентного перемешивания (ТП), возникающего на контактных границах (КГ) слоистых систем, в значительной степени зависит от расчета этапа развития неустойчивости, определения момента перехода к ТП и формирования начальных данных для решения уравнений ТП, в численной методике следует использовать надежный метод инициализации ТП. Если турбулентность генерируется под действием ударной волны (УВ), в процессе расчета требуется обеспечить независимость градиентов средних газодинамических величин на фронте конечно-разностной УВ от размера счетной ячейки. Наконец, наличие энтропийных следов и паразитических осцилляций численного решения также снижает точность вычисления генерационных членов уравнений ТП. Таким образом, достоверный вывод о точности той или иной физической модели можно сделать лишь после устранения перечисленных выше проблем используемой численной методики.

В последние годы в рамках одномерных методик АРКТУР [1] и ВИХРЬ [2] проведена работа по устранению методических проблем моделирования турбулентных течений с использованием модели Никифорова [3], что позволило улучшить качество расчета с точки зрения надежности и точности получаемых результатов. Результаты расчетов, подтверждающие этот факт, представлены в предлагаемой работе.

Ключевые моменты моделирования

Для достижения высокой точности моделирования ТП имеются следующие возможности: 1) повышение точности газодинамической методики; 2) повышение точности моделирования этапа развития неустойчивости на КГ слоистых систем; 3) совершенствование физической модели ТП. Кратко опишем, какие подходы используются в одномерных методиках АРКТУР и ВИХРЬ для выполнения пунктов 1) и 2).

Подавление паразитических осцилляций

Для подавления паразитических осцилляций численного решения в окрестности больших градиентов средних газодинамических величин используются [4]: оптимальный выбор параметров разностной схемы (для уменьшения дисперсионной ошибки) и применение вязкости Куропатенко (сумма квадратичной и линейной искусственных вязкостей).

Устранение энтропийных следов

В практических задачах, где в процессе расчета возникают энтропийные следы на КГ, точность определения генерационных членов падает. Для устранения энтропийных следов в методиках реализован метод искусственной теплопроводности, предложенный в работе [5].

Сходимость разностного решения уравнений ТП

Чтобы исключить зависимость градиентов средних газодинамических величин на фронте УВ от размера счетной ячейки, применяется следующий подход построения сходящегося решения уравнений ТП (подробности в [6]). Примем, что используемая для решения уравнений газовой динамики разностная схема размывает фронт конечно-разностной УВ на 4 ячейки, т. е. ширина фронта конечно-разностной УВ $\Delta = 4h$ (h — линейный размер ячейки сетки на фронте конечно-разностной УВ). При сделанном

предположении градиент какой-либо газодинамической величины на фронте конечно-разностной УВ можно аппроксимировать выражением

$$\nabla f = \frac{f_2 - f_1}{4h} = \frac{f_2 - f_1}{\Delta}, \quad (1)$$

где f_2 , f_1 — любой газодинамический параметр (давление, скорость и т.д.) за и перед фронтом УВ. Способ вычисления градиента по формуле (1) довольно сложно реализуется в программных комплексах в случае моделирования многослойных систем, так как интенсивность конечно-разностной УВ меняется при движении по слойке. Проще реализуется расчет градиента на фронте конечно-разностной УВ в ячейке с номером k по соотношению

$$\nabla f = \frac{2(f_{k+1} - f_{k-1})}{\Delta}. \quad (2)$$

Вычисление градиента через ширину фронта УВ Δ , а не через размер ячейки h , используем только на фронте УВ, т. е. в ячейках, где выполняется условие $\partial U / \partial r < 0$ (U — скорость вещества, r — пространственная координата). Расчет градиента по формуле (1) или (2) позволяет значительно уменьшить зависимость максимума градиента на фронте конечно-разностной УВ от размера счетной ячейки, но не фиксирует саму ширину фронта конечно-разностной УВ.

Для обеспечения независимости ширины фронта УВ от размера счетной ячейки рассчитанные с помощью выражений (1) или (2) профили градиентов на фронте УВ пересчитываем на заданную ширину фронта УВ (на ширину Δ). С этой целью по профилю (1) или (2) находим ячейку, в которой достигается $\max(\nabla f)$. Эту ячейку принимаем за центр УВ. Затем заменяем профиль градиентов (1) или (2) на профиль треугольного импульса с вершиной в центре УВ и основанием, равным Δ . В вершине импульса градиент газодинамической величины не меняем. Вне фронта УВ градиенты определяем обычным образом, т. е. через линейный размер ячейки h . Скорректированные градиенты средних газодинамических величин используем только при вычислении генерационных членов в уравнениях ТП и не используем при интегрировании уравнений газовой динамики.

Вопрос о ширине фронта УВ, проходящей через зону турбулентного перемешивания (ЗТП), изучался экспериментально в работе [7]. В ней было отмечено, что в экспериментах наблюдалась зависимость ширины фронта УВ от числа Атвуда (A): при увеличении A ширина фронта УВ увеличивается. Таким образом, полученные в экспериментах оценки ширины фронта реальной УВ можно использовать в расчетах на сходимость.

Инициализация ТП

После взаимодействия УВ с КГ в окрестности КГ вначале развивается неустойчивость Рихтмайера–Мешкова (РМ): происходит формирование и рост пузырей и струй. Затем струи разрушаются, создавая начальную ЗТП. В такой ситуации к моменту включения в расчет полуэмпирической модели турбулентности необходимо корректно смоделировать этап развития неустойчивости и на основе полученной информации для каждой КГ слоистой системы определить параметры инициирования ТП: время перехода от этапа развития неустойчивости к ТП (время включения уравнений ТП в расчет), ширину начальной (возмущенной) зоны и значения турбулентных величин в начальной зоне (начальные и граничные условия для корректной постановки дифференциально-разностной задачи).

В методиках ВИХРЬ и АРКТУР расчет этапа развития неустойчивости РМ выполняется по модели, представленной в работе [8]. Уравнение для определения амплитуд пузырей и струй в различные моменты времени согласно [8] имеет вид

$$\frac{da}{dt} = \frac{U_0(1+Bt)}{1+Ct+Dt^2}. \quad (3)$$

В этом выражении приняты обозначения

$$U_0 = A_{0+} |U| k_0 a_{0+}, \quad B = U_0 k_0, \quad C = (1 \pm A_{0+}) B, \quad D = E \cdot B^2 \frac{1 \pm A_{0+}}{1 + A_{0+}},$$

$$E = \begin{cases} 1, & \text{если } A_{0+} \rightarrow 0 \\ 1,5, & \text{если } A_{0+} > 0 \end{cases},$$

A_{0+} — число Атвуда после прохождения УВ через КГ, t — время, U — скорость КГ после прохождения УВ, k_0 , a_{0-} — начальные значения волнового числа и амплитуды возмущения КГ, a_{0+} — амплитуда возмущения после прохождения УВ через КГ. Знак плюс в параметрах C и D соответствует амплитуде пузырей (a_b), минус — струй (a_s).

Расчет этапа развития неустойчивости на КГ после взаимодействия с УВ происходит следующим образом. В результате предварительного численного расчета движения слойки без учета ТП находим U , D^{VB} , A_{0+} . Скорость падающей на КГ УВ вычисляем по соотношению $D^{VB} = \Delta R / \Delta t$, где ΔR — толщина слоя, по которому движется падающая на КГ УВ, Δt — отрезок времени в течение которого УВ проходит слой газа. Далее определяем амплитуду возмущения после прохождения УВ через КГ a_{0+} и скорость роста в линейном режиме $U_0 = A_{0+} |U| k_0 a_{0+}$. Если при прохождении УВ через КГ образуется две УВ, то $a_{0+} = a_{0-} (1 - U/D^{VB})$, в случае выхода УВ на КГ из тяжелой области $a_{0+} = a_{0-} (1 - U/2D^{VB})$ (амплитуда после взаимодействия УВ с КГ зависит от того, какая конфигурация реализуется на КГ). По формуле (3) определяем рост амплитуды пузырей и струй во времени. Используя вычисленные амплитуды, находим время инициализации ТП $t_0 = t_{yB} + t_n$ (t_{yB} — момент времени, при котором УВ выходит на КГ, t_n — отрезок времени, в течение которого амплитуда струй выходит на асимптотическую стадию).

Чтобы определить турбулентные величины, которые необходимо задать в начальной зоне шириной $L_0 = a_s + a_b$ (a_s , a_b — амплитуды струй и пузырей при $t = t_0$), примем, что интенсивность турбулентности $I = \sqrt{u_1'^2} / |U|$ составляет несколько процентов от скорости КГ (u_1' — пульсации продольной скорости). По заданной интенсивности турбулентности и скорости КГ определяем продольную кинетическую энергию турбулентности $e_1 = 0,5 \overline{u_1' u_1'} = 0,5 (IU)^2$. Для поперечных пульсаций скорости положим $e_2 = e_1$ (предположение об изотропности). Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности (Q) определяется пульсациями скорости (e_1), характерным масштабом турбулентности ($\ell \approx L_0$) и эмпирической постоянной α : $Q = \alpha \frac{e_1^{1,5}}{\ell}$. Относительная интенсивность квадрата пульсаций плотности вычисляется по соотношению

$$R = \frac{\overline{\rho' \rho'}}{\rho^2} = \left(\frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \right)^2 = A^2, \text{ где } \rho_1, \rho_2 \text{ — плотности слева и справа от КГ. Введя}$$

в последнее выражение эмпирический коэффициент, для начальной относительной интенсивности квадрата пульсаций плотности получим $R = \beta A^2$. Эмпирический коэффициент ($\beta \sim 1$) определен по результатам расчетных и экспериментальных данных.

Чтобы оценить начальную интенсивность турбулентности, определяется тип развивающейся на КГ неустойчивости — РТ (Рэля–Тейлора) или РМ. Отличительные характеристики развития неустойчивостей РТ и РМ рассматривались в работах [9, 10]. Важное отличие заключается в формировании энергетики турбулентности. После прохождения УВ через КГ кинетическая энергия турбулентности достигает максимума, затем диссипирует в тепло. При РТ неустойчивости кинетическая энергия турбулентности нарастает по закону $E^{PT} = 0,023 g A^2 S$ (g — ускорение КГ, S — пройденный КГ путь). Отношение кинетических энергий турбулентности и осредненного движения

определяется числом Атвуда $\left(\frac{3e_1}{0,5U^2} \right)^{PT} = 0,023 A^2$, $\left(\frac{3e_1}{0,5U^2} \right)^{PM} = 0,093 A^2$, т. е. не пре-

восходит 2,3 % и 9,3 % соответственно для неустойчивостей РТ и РМ. Отсюда получаем, что интенсивность турбулентности для неустойчивостей РТ и РМ, например, при $A = 1$ составляет $(I)^{PT} \approx 5\%$ и $(I)^{PM} \approx 10\%$.

Турбулентность — статистический процесс. При проведении опытов в одной и той же постановке конечный результат зависит от номера опыта, т. е. как ширина ЗТП, так и характеристики турбулентности рассеяны в определенном диапазоне. По этой причине и в расчетах ТП следует находить диапазон возможного разброса конечного результата (это особенно важно, когда есть неопределенность в задании начальной информации при постановке расчета). С этой целью выполним несколько расчетов. В первом расчете можно положить $I \approx 10\%$ (для неустойчивости РМ), $I \approx 5\%$ (для неустойчивости РТ); во втором расчете — $I \approx 20\%$ (для неустойчивости РМ), $I \approx 10\%$ (для неустойчивости РТ). Расчеты с максимальной интенсивностью турбулентности будем трактовать как моделирование, при котором шероховатость фронта падающей на КГ УВ в практических задачах дополнительно усиливает интенсивность турбулентности после взаимодействия УВ с КГ.

Ниже представлены результаты расчетов для условий ряда модельных опытов, охватывающих большой класс современных экспериментальных исследований турбулентных течений. Рассмотренный класс экспериментов позволяет оценить точность численного моделирования некоторых характеристик турбулентности: усиление пульсаций турбулентных величин при взаимодействии поля турбулентности с УВ, изменение анизотропии турбулентности при взаимодействии изотропного поля с УВ, деформацию турбулентности при изменении геометрии канала, затухание турбулентности, эволюцию ширины ЗТП.

Опыт Е.Е. Мешкова в цилиндрической геометрии

Экспериментальные исследования роста ЗТП на КГ двух газов выполнялись в ударной трубе круглого сечения [3]. Труба по радиусу разделялась на три области. Центральная область заполнялась гелием, с гелием контактировал воздух, к стенке трубы примыкала область энерговыделения. До начала проведения опыта воздух и гелий разделялись тонкой мембраной, предотвращающей взаимодиффузию газов. Движение системы и последующее развитие ТП на границе гелий–воздух происходит в результате мгновенного энерговыделения в третьей области под влиянием сходящейся цилиндрической УВ. При проведении опытов замерялась ширина ЗТП.

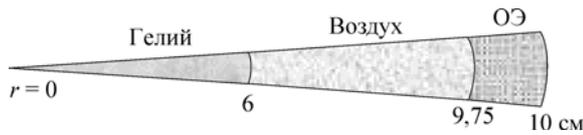


Рис. 1. Схема постановки расчета.

Начальная постановка для моделирования задачи ($r = 0$ — ось симметрии трубы, $r = 10$ — стенка трубы) показана на рис. 1, исходные данные для газодинамического расчета представлены в таблице. Во всех областях газы подчиняются уравнению состояния идеального газа, в смешанных ячейках расчет термодинамических параметров выполняется по модели смеси [4].

Таблица

Исходные данные для газодинамического расчета

Вещество	N	$\rho_0, \text{г/см}^3$	γ	$c_v, 10^4 \text{ Дж/кг}^\circ\text{К}$	$E, \text{см}^2/\text{мс}^2$
He	500	0,0001663	1,63	0,3334	9668,6
Воздух	600	0,001205	1,405	0,07158	2075,8
ОЭ	260	0,019	1,667	0,07158	3374

Обозначения, принятые в таблице: N — число счетных точек в областях, ρ_0 — начальная плотность вещества, E — начальная удельная внутренняя энергия, γ — показатель адиабаты, c_v — удельная теплоемкость при постоянном объеме, ОЭ — область мгновенного энерговыделения.

При заданном значении энергии в ОЭ на границе воздух–ОЭ происходит распад произвольного разрыва и налево (к оси симметрии) побежит УВ со скоростью $D \approx 86 \text{ см/мс}$ ($M \approx 2,5$ — число Маха). При выходе УВ на границу гелий–воздух мембрана разрывается на кусочки различных размеров, тем самым создавая спектр начальных возмущений.

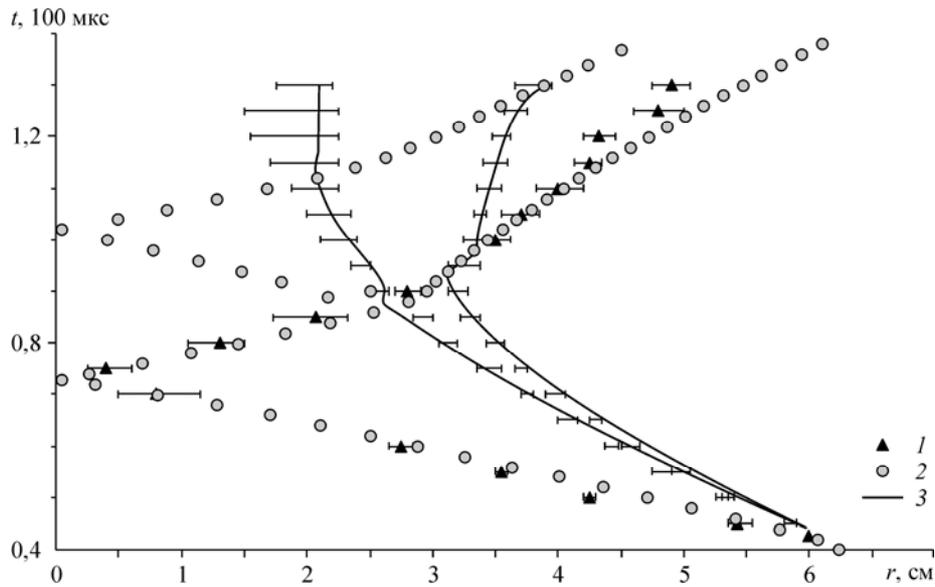
Ударная волна выходит на КГ гелий–воздух при $t \approx 0,0438 \text{ мс}$. После распада разрыва скорость КГ (U), плотности слева и справа от КГ ($\rho_{\text{He}}, \rho_{\text{Air}}$) и число Атвуда (A_+) принимают значения: $U \approx 85 \text{ см/мс}$, $\rho_{\text{He}} \approx 0,000336 \text{ г/см}^3$, $\rho_{\text{Air}} \approx 0,00235 \text{ г/см}^3$, $A_+ \approx 0,75$. Оценить с желаемой точностью шероховатость начальных возмущений в опыте не представляется возможным. При расчете этапа развития неустойчивости предполагается, что КГ гелий–воздух до прихода УВ имеет однододовое возмущение с начальными значениями амплитуды $a_0 = 0,008 \text{ см}$ и длины волны $\lambda_0 = 2\pi/k_0 = 0,209 \text{ см}$. В расчетах переход от этапа развития неустойчивости к ТП осуществлялся при $t = 0,05 \text{ мс}$. Исходные данные для расчетов ТП: $I = 10 \%$, $e_1 = e_2 = 36 \text{ см}^2/\text{мс}^2$, $Q = 25000 \text{ см}^2/\text{мс}^3$, $R = 0,5$, $L_0 = 2 + 1$, здесь L_0 — начальная ширина возмущенной зоны, задается числом ячеек разностной сетки слева (2 ячейки) и справа (1 ячейка) от КГ, помещающихся на интервале $L_0 = a_s + a_b$.

Ширина ЗТП, $r-t$ диаграмма УВ, полученная в расчетах, и экспериментальная информация представлены на рис. 2. Приведенные на рис. 2 данные свидетельствуют, что экспериментальная ширина ЗТП описана в численных расчетах с удовлетворительной точностью.

Смыкание двух зон ТП (опыт Е. Е. Мешкова в плоской геометрии)

На практике нередко приходится моделировать движение многослойных систем, в которых ТП возникает на нескольких КГ. По этой причине интерес представляет опыт [3], в котором развитие ТП изучается в окрестности двух плоских КГ. В процессе развития ТП зоны расширяются и в некоторый момент времени смыкаются.

Схема постановки задачи для расчета и нумерация КГ показаны на рис. 3. В опыте УВ формировалась на правой границе трубы и перемещалась из воздуха в гелий и далее в воздух. Число Маха УВ в воздухе равнялось 1,3. Начальные параметры веществ даны

Рис. 2. r - t диаграммы границ ЗТП и УВ.

Экспериментальные данные для УВ (1), расчеты по методике ВИХРЬ для УВ (2), ширина ЗТП (3).

в таблице. Плотности газов, приведенные в таблице, соответствуют начальному давлению в газах $P_0 = 1$ атм, а удельная внутренняя энергия — начальной температуре 20°C .

При заданном на правой границе давлении $P = 1,8$, что соответствует постановке опыта, в воздухе формируется УВ со скоростью $D \approx 44$ см/мс. За фронтом УВ плотность и массовая скорость газа принимают значения: $\rho \approx 0,0018$ г/см³, $u \approx -14,7$ см/мс. Время выхода УВ на КГ 2 составляет $t_1 = 35,2/D \approx 0,796$ мс.

В экспериментах специальных начальных возмущений на плоских КГ не вводилось. При рассмотрении взаимодействия падающей УВ с КГ будем предполагать, что начальное возмущение КГ является одномерным. Примем, что начальная амплитуда возмущений на КГ 1 и 2 (до взаимодействия УВ с КГ) составляет $a_{0-} = 6,0 \cdot 10^{-3}$ см, длина волны возмущения $\lambda_0 = 0,25$ см ($k_0 \approx 25,0$).

Амплитуда возмущения на КГ 2 после взаимодействия с УВ составляет $a_{0+} \approx 0,0032$. Время включения уравнений ТП в расчет для КГ 2 можно принять равным $t \approx t_1 + \Delta t_1$, где $t_1 \approx 0,796$ — начало развития возмущений на КГ 2 (время прихода УВ на КГ), а $\Delta t_1 \approx 0,035$ — отрезок времени, который соответствует слабо нелинейной стадии развития возмущений (скорость роста пузырей выходит на асимптотическую стадию). Глубины проникновения пузырей и струй на выбранный момент времени ($t \approx 0,83$) составляют соответственно $a_b \approx 0,04$, $a_s \approx 0,07$, таким образом, для КГ 2 получаем $L_0 = 2 + 3$.

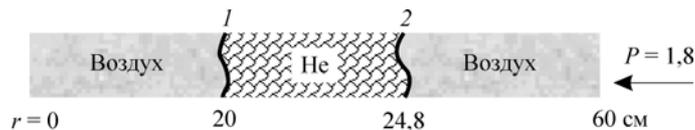


Рис. 3. Схема постановки расчета.

Определим турбулентные величины, которые необходимо задать в начальной зоне при $t \approx 0,83$. Примем, что интенсивность турбулентности составляет 10 % от скорости КГ 2 $U \approx 21,5$. Для продольной и поперечной кинетических энергий турбулентности получаем $e_1 = e_2 \approx 2,3 \text{ см}^2/\text{мс}^2$. Скорость диссипации кинетической энергии турбулентности определяется по формуле $Q = \alpha \frac{e_1^{1,5}}{\ell}$. При $\ell \leq |a_s| + |a_b|$ (начальный масштаб турбулентности не может превышать амплитуду возмущения) $Q \approx 6000 \text{ см}^2/\text{мс}^3$. Относительная интенсивность квадрата пульсаций плотности для КГ 2 $R = \beta A^2 \approx 0,577$.

Аналогичный анализ выполним для КГ 1. Время прихода УВ на КГ 1 (начало развития неустойчивости) $t_2 = t_1 + 4,8/D_1 \approx 0,838$. Число Атвуда после взаимодействия УВ с возмущенной КГ $A_{0+} \approx 0,76$. Амплитуда КГ 1 $a_{0+} \approx 5,37 \cdot 10^{-3}$. Время начала счета уравнений ТП для КГ 1 $t \approx t_2 + \Delta t_2$, где $\Delta t_2 \approx 0,035$ — отрезок времени, который соответствует слабо нелинейной стадии развития возмущений. Примем, как и для КГ 2, что интенсивность турбулентности составляет 10 % от скорости КГ 1 ($U \approx 12$). Для пульсаций скорости получаем $e_1 = e_2 \approx 0,75$. Для скорости диссипации вычисления дают $Q \approx 2000$. Относительную интенсивность квадрата пульсаций плотности полагаем $R = \beta A^2 \approx 0,577$. Для КГ 1 начальная ширина ЗТП $L_0 = 4 + 2$.

В расчете используется подробная сетка с равномерной расстановкой точек в областях (нумерация областей слева направо). В первой области взято $M_1 = 1000$ точек, во второй — $M_2 = 34$, в третьей — $M_3 = 1750$. r - t диаграммы границ ЗТП, полученные в расчете по методике ВИХРЬ и в экспериментах, показаны на рис. 4.

Сравнение данных численного моделирования задачи, в которой происходит слияние двух ЗТП, и данных экспериментов показало, что использование теоретической модели для расчета этапа развития неустойчивости позволяет получить удовлетворительное начальное приближение для моделирования ТП.

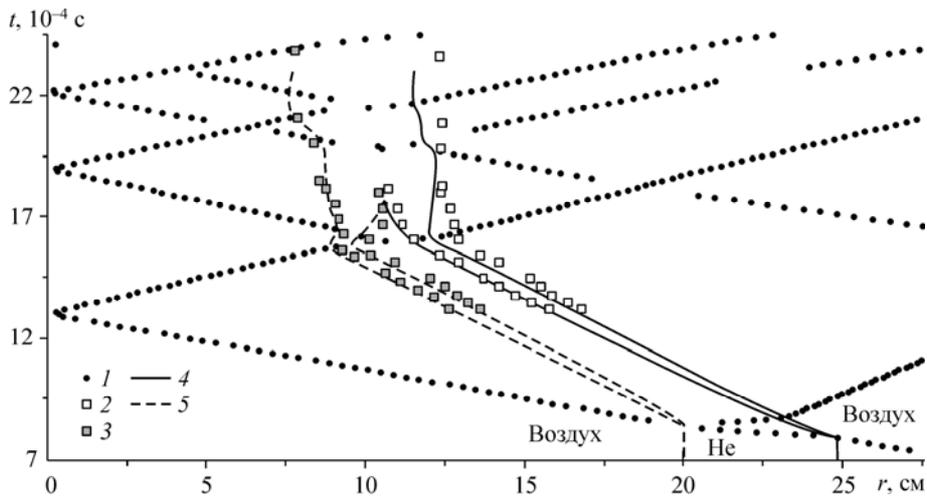


Рис. 4. r - t диаграмма границ зон ТП и УВ.

Расчет УВ по методике ВИХРЬ (1), экспериментальные данные по росту ЗТП на границе гелий–воздух (2) и воздух–гелий (3), численное моделирование слияния двух ЗТП: воздух–гелий (4) и гелий–воздух (5).

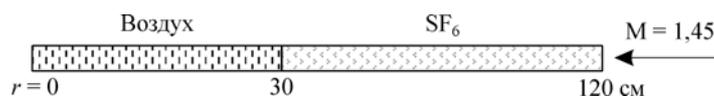


Рис. 5. Схема постановки расчета.

Взаимодействие УВ с зоной ТП

В предыдущих опытах исследовалось развитие только ширины ЗТП. Для тестирования физической модели ТП этой информации недостаточно, поскольку по экспериментальным данным нельзя оценить, насколько модель способна описать эволюцию кинетической энергии турбулентности, скорость диссипации, изменение турбулентных величин при взаимодействии турбулентного поля с УВ и т. д. Для плоского течения такая информация была получена в опыте [11]. В опыте ударная труба с поперечным сечением 8×8 см была заполнена двумя газами: SF_6 ($\rho_0 = 0,006$ г/см³, $E = 1773$ см²/мс², $\gamma = 1,094$) и воздухом, первоначально разделенными пластиковой мембраной толщиной 0,3 мкм. Торец трубы, к которому примыкал воздух, был закрыт жесткой стенкой. Начальное расстояние между КГ (мембраной) и жесткой стенкой ($r = 0$) составляло 30 см. На другом конце трубы ($r = 120$) формировалась УВ с числом Маха, равным $1,45$, движущаяся по SF_6 . В опыте развитие ЗТП происходило в результате ее взаимодействия с серией УВ, отраженных от левого торца ударной трубы. Схема расчета показана на рис. 5.

Для определения зависимости положения и ширины ЗТП от времени в экспериментах использовался теневой метод (шлирен-визуализация). С помощью лазерной доплеровской анемометрии (ЛДА) также измерялась компонента скорости, параллельная оси ударной трубы. Статистическая обработка результатов измерений скорости позволила определить эволюцию среднего квадрата продольных пульсаций скорости газовой смеси. В экспериментах расположение ЛДА датчиков было выбрано последовательно в точках 5,1, 12,55, 16,1, 16,9 и 17,85 см вниз по течению от начального положения КГ (соответственно 24,9, 17,45, 13,9, 13,1, 12,15 см от левого торца трубы). Полученные в экспериментах данные дают информацию о степени затухания турбулентности после падения УВ на КГ, степени усиления пульсаций скорости в результате взаимодействия отраженной от левого торца УВ с турбулентным полем (отношение квадрата пульсаций скорости на датчиках 13,9 и 17,45 см) и последующим затуханием турбулентности.

В расчете на правой границе на расстоянии 120 см от левого торца ударной трубы задается постоянное давление 2,15 бар, что приводит к формированию УВ в SF_6 со скоростью фронта 19,7 см/мс. УВ выходит на КГ при $t \approx 4,6$ мс. После взаимодействия УВ с КГ воздух– SF_6 скорость КГ, плотности слева и справа от КГ и число Атвуда (A_+) принимают значения $U \approx 13$ см/мс, $\rho_{\text{Air}} \approx 0,00173$ г/см³, $\rho_{\text{SF}_6} \approx 0,00953$ г/см³, $A_+ \approx 0,69$. Информация для расчета ТП: $I = 10\%$, $R = 0,45$, $e_1 = e_2 = 0,85$ см²/мс², $Q = 3$ см²/мс³, $L = 1+1$, $t = 4,9$ мс, где t — время начала решения уравнений ТП.

По методике ВИХРЬ выполнено несколько расчетов на последовательности измельчающихся сеток 1N (900 ячеек в SF_6 , 300 — в воздухе), 2N, 4N, 8N, 16N. Для обеспечения независимости градиентов газодинамических величин от размера ячейки сетки ширина фронта конечно-разностной УВ фиксировалась с $\Delta = 1$. Результаты расчетных и экспериментальных данных по эволюции ЗТП представлены на рис. 6 для сеток 4N, 8N, 16N (границы ЗТП полностью совпали). Продольные кинетические энергии турбулентности, полученные в эксперименте и расчетах, показаны на рис. 7 (на рисунке время отсчитывается от момента прохождения УВ через КГ).

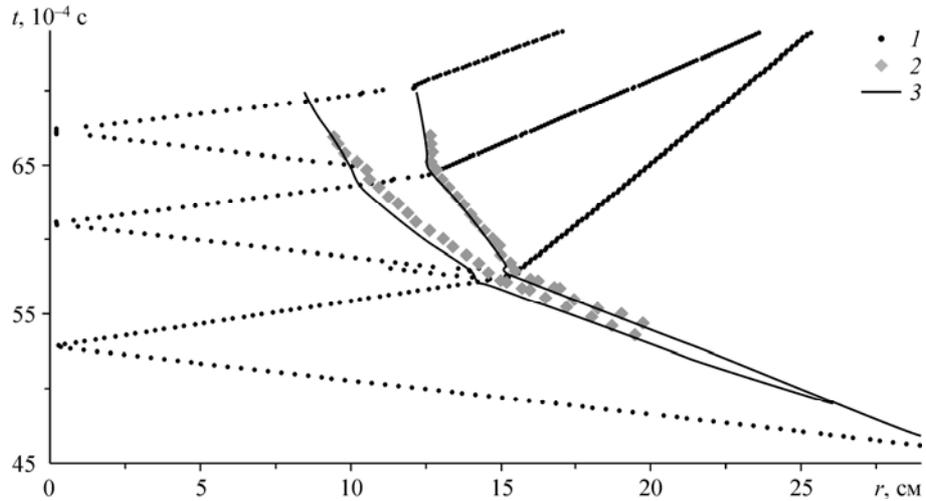


Рис. 6. $r-t$ диаграмма границ зоны ТП и УВ.
 Расчеты по методике ВИХРЬ для УВ (1) и ЗТП (3); экспериментальные данные для ЗТП (2).

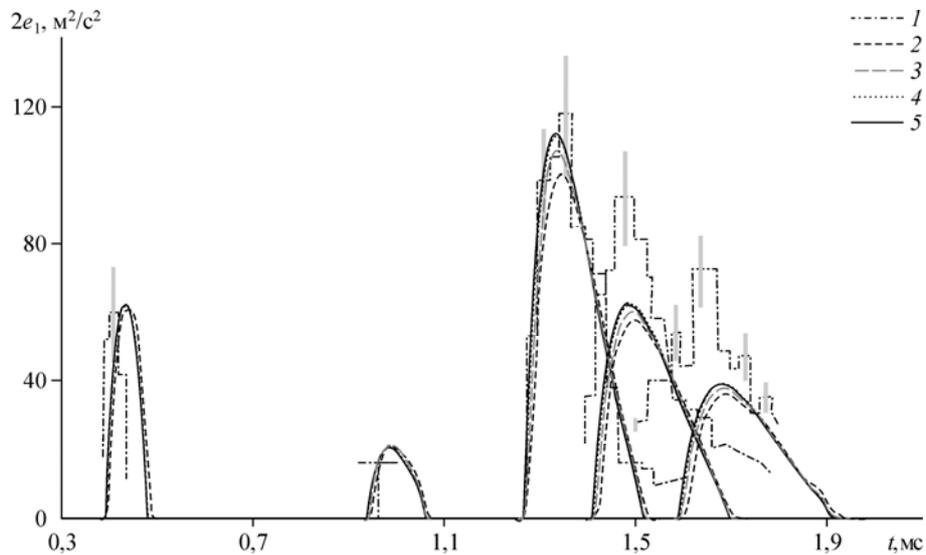


Рис. 7. Продольная кинетическая энергия турбулентности.
 1 — экспериментальные данные; расчеты на сетках: 2N (2), 4N (3), 8N (4), 16N (5); вертикальные отрезки, расположенные на пиках ломанных линий, — возможный разброс экспериментальных данных.

При сравнении численных результатов и данных эксперимента нужно учитывать, что в экспериментах не приводится информация о влиянии проволочной сетки на характеристики турбулентности. Кроме того, следует принять во внимание, что в экспериментах замерялась не скорость газа, а скорость примесных частиц. Учитывая, что точные значения начальных данных для расчета этапа развития неустойчивости не известны, полученные результаты можно признать удовлетворительными.

Взаимодействие УВ с изотропной турбулентностью

Взаимодействие изотропной турбулентности со стационарной УВ изучалось в опыте [12]. Опыт проводился в аэродинамической трубе сечением 150×150 мм. Однородное изотропное поле турбулентности формировалось с помощью решетки сверхзвуковых сопел (шаг решетки $m = 6$ мм). Стационарная УВ образовывалась вследствие эффекта Маха в окрестности двух треугольных призм, расположенных ниже по течению от решетки. Число Маха перед УВ $M_0 = 2,8$. В экспериментах с помощью лазерной

Рис. 8. Схема проведения эксперимента.

доплеровской анемометрии и термоанемометрии проводились измерения мгновенных значений скорости потока в плоскости симметрии. Схема проведения опыта представлена на рис. 8.



Ниже приведены результаты расчета задачи, полученные в одномерном расчете, выполненном по методике АРКТУР в лагранжевой постановке. В начальный момент времени в области $0 < X < 12$ дм (перед ножкой Маха) задаются следующие значения газодинамических величин, которые соответствуют значениям перед фронтом УВ [13]: скорость $U_0 = 5,6$ дм/мс, плотность $\rho_0 = 0,64$ г/дм³, давление $P_0 = 1,83$ г/(дм·мс²), удельная внутренняя энергия $E_0 = 7,1$ дм²/мс². Уравнение состояния — идеальный газ с показателем адиабаты $\gamma = 1,4$ и удельной теплоемкостью $c_v = 0,0708$. На левой границе задана скорость $U_0 = 5,6$ дм/мс, на правой границе — давление $P_1 = 16,4$ г/(дм·мс²). В результате приложенного давления на правой границе формируется УВ, которая в любой момент времени расчета находится в точке с координатой $X = 12$ дм.

Согласно работе [13], интенсивность турбулентности в опыте перед ножкой Маха составляет $I \approx 2,5$ %. В целях упрощения расчетов и получения стационарного решения перед фронтом УВ на каждом счетном шаге по времени задавались значения $e_1 = e_2 = 0,0095$ дм²/мс² кинетической энергии продольной и поперечной компонент турбулентного течения, скорости диссипации энергии турбулентности $Q = 0,0285$ дм²/мс³. В течении, реализующемся в условиях опыта, относительный уровень квадрата пульсаций плотности не измерялся. Используя экспериментальное значение интенсивности турбулентности перед УВ, найдем относительную интенсивность среднего квадрата пульсаций плотности — $R = 0,00025$ (все остальные турбулентные величины в начальный момент времени в расчете полагаются равными своим фоновым значениям).

Расчеты выполнялись на последовательности сгущающихся сеток. Самая грубая сетка (1N) содержит $N = 150$ счетных ячеек, сетка 2N — 300, сетка 4N — 600 и т. д. Для обеспечения независимости численного решения от размера счетной точки ширина фронта конечно-разностной УВ фиксировалась с $\Delta = 0,03$.

Эволюция характеристик турбулентности, полученная в расчетах, показана на рис. 9, 10. На рис. 9 маркерами нанесены экспериментальные данные из работы [13]: изменение

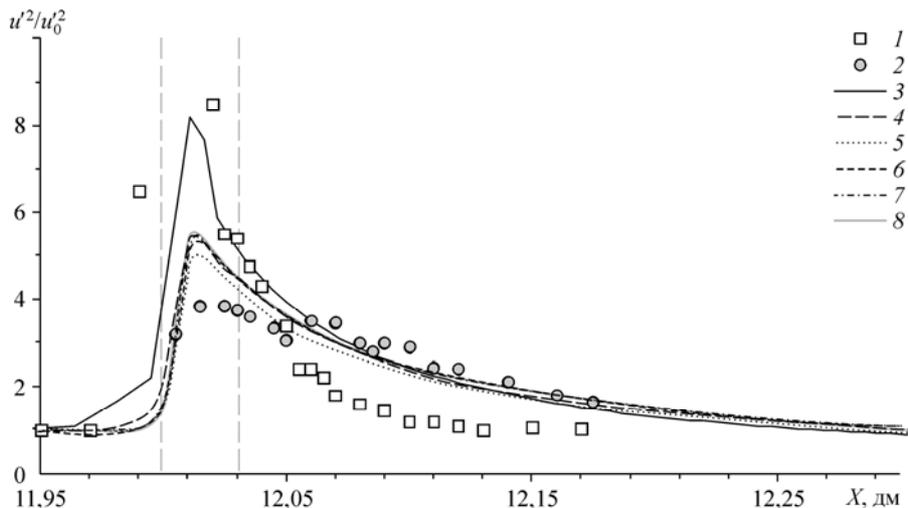


Рис. 9. Изменение среднего квадрата продольных пульсаций скорости.

$\Delta = 0,03$; символьные обозначения — экспериментальные данные работы [13]: 1 — LDA, 2 — HWP; расчеты на сетках: 1N (3), 2N (4), 4N (5), 8N (6), 16N (7), 32N (8).

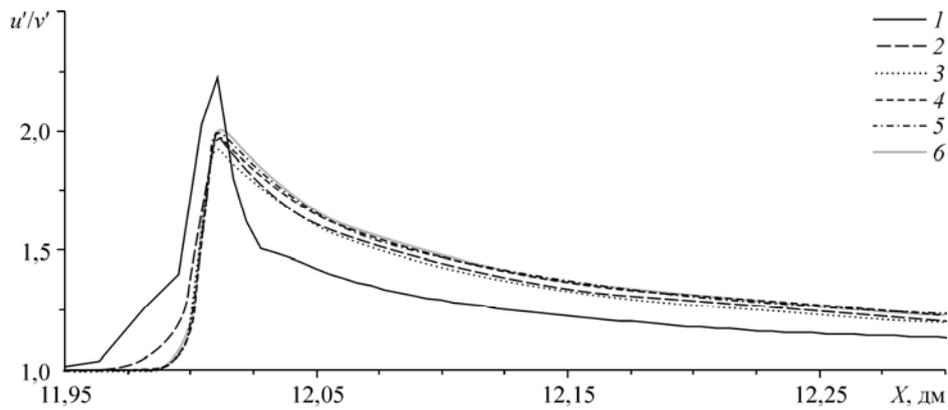


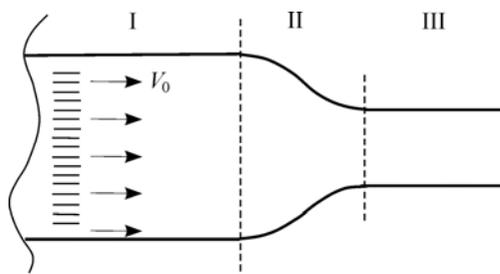
Рис. 10. Анизотропия турбулентного поля.
 $\Delta = 0,03$; расчеты на сетках: 1N (1), 2N (2), 4N (3), 8N (4), 16N (5), 32N (6).

среднего квадрата продольных пульсаций скорости $\overline{u'^2}/(\overline{u'^2})_0$ ($\overline{u'^2}_0$ — значение перед фронтом УВ). Степень анизотропии турбулентности показана на рис. 10, где u'/v' — отношение среднеквадратичных значений продольной и поперечной пульсаций скорости. Вертикальные пунктирные линии в окрестности фронта УВ обозначают границы интервала, где экспериментальные данные согласно [13] являются сомнительными. Из рисунка следует, что в расчетах на сетках 4N, 8N, 16N, 32N пульсации скорости отличаются менее чем на 2%, а степень усиления пульсаций продольной скорости ударной волной составляет $\max(u'^2/u'^2_0) \approx 5,5$.

Деформация однородной турбулентности в канале

В качестве следующей задачи рассмотрим эксперимент [14] по изучению деформации однородной турбулентности в канале с переменным сечением. Эта задача использовалась в работе [15] для выбора модельных констант, описывающих обмен энергией между продольной и поперечной компонентами турбулентного движения. Схема канала показана на рис. 11.

Турбулентность порождается турбулизующей решеткой, ячейки которой представляют собой квадрат со стороной $m = 2'' \approx 5,08$ см (шаг решетки). Средняя скорость на входе в сужающийся участок канала в экспериментах составляла $V_0 \approx 1,1$ м/с. В трех опытах площадь входного сечения канала составляла 24''×24'', сечения S_3 — 6''×6'', 8''×8'' и 12''×12''. Расстояние от турбулизующей решетки до входа в сужающийся участок канала — 42'', длина участка канала с переменным сечением — 19'', длина участка канала с постоянным сечением S_3 — 72''.



После прохождения воздуха через турбулизующую решетку в канале I возникает однородная, близкая к изотропной

Рис. 11. Схема экспериментальной камеры.
 I — участок канала с постоянным квадратным сечением площадью S_1 (на входе в канал расположена турбулизующая решетка), II — участок канала с переменным сечением, III — участок канала с постоянным квадратным сечением площадью S_3 .

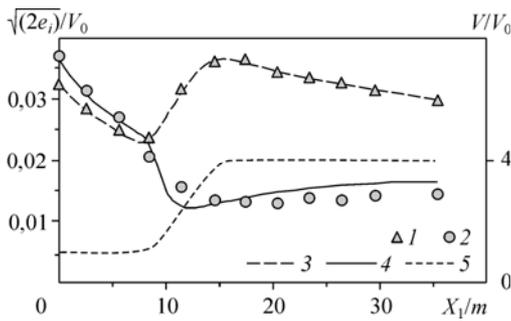


Рис. 12. Сравнение расчетных и экспериментальных данных при $S_1/S_3 = 4$.

Эксперимент: 1 — $\sqrt{2e_2}/V_0$, 2 — $\sqrt{2e_1}/V_0$, расчет: 3 — $\sqrt{2e_2}/V_0$, 4 — $\sqrt{2e_1}/V_0$, 5 — V/V_0 .

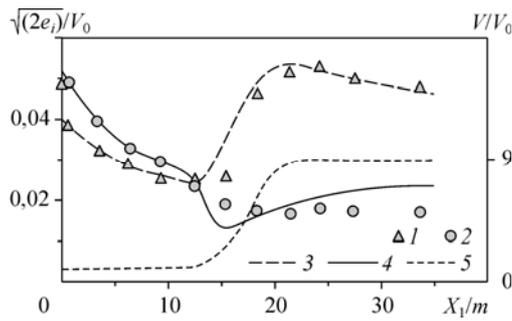


Рис. 13. Сравнение расчетных и экспериментальных данных при $S_1/S_3 = 9$.

(Обозначения см. на рис. 12).

турбулентность. В результате ее деформации на участке II турбулентность становится анизотропной вследствие уменьшения компонент пульсационных скоростей по направлению течения и увеличения их в поперечном направлении. На участке III происходит затухание турбулентности и уменьшение анизотропии. В работе [14] приведены результаты опытов для отношения площадей сечений $S_1/S_3 = 4, 9, 16$. На всем протяжении трубы в экспериментах измеряли продольную и перпендикулярную оси трубы компоненты мгновенных значений скорости.

Так как скорость потока существенно меньше скорости звука, задача считалась в приближении несжимаемой жидкости. Скорость среднего течения $V(x)$ бралась из работы [15]. В предварительных расчетах на входе в канал подбирались начальные значения e_1, e_2 и Q с целью наилучшего описания затухания турбулентности на первом участке канала. В опыте изменение характеристик турбулентности вдоль канала происходит без участия УВ, поэтому при моделировании задачи не существует проблемы сходимости решения при измельчении сетки.

Результаты расчетов приведены на рис. 12–14, там же показаны экспериментальные данные [14]. Можно отметить удовлетворительное согласие численных и экспериментальных данных.

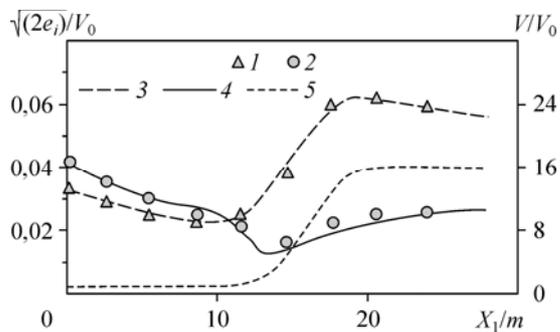
Выводы

Выполнено сопоставление результатов численного моделирования характеристик турбулентности с известными экспериментальными данными. Анализ полученных данных свидетельствует, что модель Никифорова обеспечивает удовлетворительное качество расчета характеристик турбулентного поля, если в численной методике средние газодинамические величины рассчитываются с высокой точностью.

Показано, что в модели Никифорова для обеспечения сходимости разностного решения уравнений ТП необходимо устранить зависимость градиентов средних газодинамических величин на фронте конечно-разностной УВ от размера ячейки счетной сетки.

Рис. 14. Сравнение расчетных и экспериментальных данных при $S_1/S_3 = 16$.

(Обозначения см. на рис. 12).



Для дальнейшего совершенствования численной методики, уточнения метода инициализации ТП и изучения структуры фронта УВ, движущейся по турбулентному полю, следует провести дополнительные экспериментальные исследования зависимости характеристик турбулентности от скорости падающей на КГ ударной волны, числа Атвуда и других параметров потока.

Список литературы

1. Разин А.Н., Долголева Г.В., Мжачих С.В., Рожков А.А., Шапоренко Е.В., Юдинцев В.Ф. Развитие методик и программ расчета турбулентных течений с использованием модели В.В. Никифорова // Вопр. атом. науки и техн. Сер. Теор. и прикл. физ. 2007. Вып. 1. С. 121–133.
2. Андронов В.А., Козлов В.И., Никифоров В.В., Разин А.Н., Юдин Ю.А. Методика расчета турбулентного перемешивания в одномерных течениях (методика ВИХРЬ) // Вопр. атом. науки и техн. Сер. Матем. модел. физич. процессов. 1994. Вып. 2. С. 59–64.
3. Андронов В.А., Бахрах С.М., Мешков Е.Е., Никифоров В.В., Певницкий А.В., Толшмяков А.И. Экспериментальное исследование и численное моделирование турбулентного перемешивания в одномерных течениях // Докл. АН СССР. 1982. Т. 264, № 1. С. 76–82.
4. Разин А.Н. Моделирование неустойчивости и турбулентного перемешивания в слоистых системах. Саров: Изд-во ФГУП “РФЯЦ — ВНИИЭФ”, 2010. 415 с.
5. Noh W.F. Errors for calculations of strong shocks using an artificial viscosity and artificial heat flux // J. of Comp. Phys. 1987. Vol. 72, No. 1. P. 78–120.
6. Бобровский Д.И., Большаков И.В., Разин А.Н. О сходимости разностного решения уравнений турбулентного перемешивания при взаимодействии зоны перемешивания с ударной волной // Вопр. атом. науки и техн. Сер. Матем. моделир. физич. процессов. 2012. Вып. 2. С. 16–24.
7. Shestachenko O.E., Kucherenko Yu.A., Piskunov Yu.A., Baishev A.I., Medvedev V.M., Sviridov E.A. Investigation of dispersion of stationary shock wave upon turbulent layer passage // Proc. 7th IWPCTM, St.-Petersburg, Russia, 1999. P. 118.
8. Sadot O., Erez L., Alon U., Oron D., Levin L.A., Erez G., Ben-Dor G., Shvarts D. Study of nonlinear evolution of single-mode and two-bubble interaction under Richtmyer–Meshkov instability // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 80, No. 8. P. 1654–1657.
9. Mikaelian K.O. Turbulent mixing generated by Rayleigh–Taylor and Richtmyer–Meshkov instabilities // Physica D. 1989. Vol. 36. P. 343–357.
10. Mikaelian K.O. Turbulent energy at accelerating and shocked interfaces // Phys. Fluids A. 1990. Vol. 2. P. 592–597.
11. Poggi F., Thoremby M.-H., Rodriguez G. Velocity measurements in turbulent gaseous mixtures induced by Richtmyer–Meshkov instability // Phys. Fluids. 1998. Vol. 10, No. 11. P. 2698–2700.
12. Barre S., Alem D., Bonnet J.P. Experimental study of a normal shock/homogeneous turbulence interaction // AIAA J. 1996. Vol. 34, No 5. P. 968–974.
13. Gregoire O., Souffland D., Gauthier S. A two-time-scale turbulence model for compressible flows: turbulence dominated by mean deformation interaction // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11, No. 12. P. 3793–3807.
14. Uberoi M.S. Effect of wind-tunnel contraction on free-stream turbulence // J. of Aeronautical Sci. 1956. Vol. 23, No. 8. P. 754–764.
15. Никифоров В.В. Расчет гравитационного турбулентного перемешивания в неавтономных течениях // Вопр. атом. науки и техн. Сер. Теорет. и прикл. физика. 1993. Вып. 1. С. 3–13.

Статья поступила в редакцию 13 марта 2013 г.