

## МОДЕЛИРОВАНИЕ В ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

УДК 621.301

### РАЗДЕЛЕНИЕ ЛУЧЕЙ ПОЛЯРИЗОВАННОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ МЕТОДОМ РЕГУЛЯРИЗАЦИИ

Н. Г. Пархоменко, Н. М. Иванов, В. Н. Шевченко, Я. А. Рейзенкинд

*Федеральное государственное унитарное предприятие  
«Государственное конструкторское бюро аппаратно-программных систем "Связь"»,  
344010, г. Ростов-на-Дону, просп. Соколова, 96  
E-mail: gkbsviaz@gin.ru*

Для оценивания направлений на источники радиоизлучений когерентных сигналов разработан метод регуляризации, который учитывает векторный характер электромагнитного поля падающих волн и комплексных диаграмм направленности антенных элементов и не зависит от поляризации приходящих волн.

*Ключевые слова:* поляризация электромагнитного поля, амплитудно-фазовое распределение, регуляризация, разрешение лучей.

**Введение.** Пространственная локализация источников радиоизлучения с разрешением, превосходящим рэлеевский предел, представляет собой актуальную и интенсивно разрабатываемую задачу. Исторически первый метод высокого разрешения — метод Кейпона [1] (максимального правдоподобия) — имеет разрешение, не намного превосходящее рэлеевский предел, но обладает высокой устойчивостью к случайным и систематическим ошибкам. Более совершенные методы, например теплового шума, собственных векторов и MUSIC, имеют более высокое пространственное разрешение [1–3]. Методы собственных векторов, MUSIC и им подобные основаны на идее разделения пространства, в котором определены векторы амплитудно-фазовых распределений на элементах антенной решётки, на сигнальную и шумовую компоненты. При всех очевидных достоинствах и логической стройности эти методы плохо приспособлены к разрешению источников с коррелированными сигналами. Особенно сильно это проявляется в диапазоне коротких радиоволн. Поле в точке приёма, создаваемое даже одним источником, формируется в результате интерференции нескольких мод (лучей), распространяющихся по различным траекториям. Если сигнал, распространяющийся по различным траекториям, имеет обратную полосу частот, существенно превышающую время задержки между лучами, то принимаемые сигналы оказываются сильно коррелированными и эффективность указанных методов становится проблематичной. Недостаточно полно исследован вопрос учёта векторного характера электромагнитного поля, т. е. поляризации приходящих волн.

В настоящее время интенсивно исследуется и развивается метод регуляризации [4] и его модификации [5–10], позволяющие оценить энергию приходящего сигнала как функцию угла, которая в идеальном случае должна иметь максимумы для коррелированных лучей с близкими направлениями прихода. В этих работах явно или неявно предполагается, что антенная решётка состоит из антенных элементов, согласованных с полем определённой поляризации. Однако это предположение далеко не всегда соответствует действительности. Даже простейшие линейные вибраторные антенны дают отклик на электрическое поле падающей волны, перпендикулярное оси антенны, вследствие дифракции волн на

конструктивных элементах антенны и окружающих предметах. В общем случае элементы антенной решётки реагируют на обе поляризации падающих волн и для каждой из них имеют свою комплексную диаграмму направленности (ДН). В [11] показано, что учёт векторного характера комплексных ДН антенных элементов повышает точность и достоверность оценок направления прихода одного луча за счёт исключения поляризационных ошибок, которые могут достигать десятков градусов. Кроме того, рассматриваемый в этой работе подход позволяет получить оценку вектора поляризации, служащего дополнительным информационным параметром поля падающей волны.

Цель предлагаемой работы заключается в создании метода регуляризации, который даёт оценку направлений прихода нескольких лучей с учётом векторного характера комплексных ДН антенных элементов.

**Метод регуляризации без учёта поляризации.** *Постановка задачи.* Рассмотрим предварительно задачу оценивания направлений прихода луча в традиционной постановке, не учитывающей векторную природу поля, и преобразуем окончательно формулы для удобства их использования в случае векторного характера комплексных ДН антенных элементов.

Пусть имеется антенная решётка, содержащая  $N$  антенных элементов и регистрирующая поле множества узкополосных сигналов. Источники этих сигналов находятся в дальней зоне решётки. Можно считать поэтому, что фронты приходящих волн плоские. Пусть  $\Theta_m, m \in [1, M]$ , — узлы сетки направлений ожидаемого прихода волн (лучей), в общем случае двумерной, а  $\mathbf{J}_0$  — идеальный (теоретический)  $N$ -мерный вектор амплитудно-фазового распределения (АФР), т. е. комплексных амплитуд сигналов на антенных элементах. Математическую модель АФР запишем в виде

$$\mathbf{A}\mathbf{s}_0 = \mathbf{J}_0. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{A} = (\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_M)$  — фазирующая матрица размера  $N \times M$ , т. е. матрица, составленная из  $N$ -мерных векторов  $\mathbf{a}_m$ , каждый из которых есть отклик антенной решётки на луч с единичной амплитудой, приходящий с направления  $\Theta_m$ . Конкретный вид векторов  $\mathbf{a}_m$  зависит от геометрии антенной решётки и типа антенных элементов. Вектор  $\mathbf{s}_0$ , имеющий размерность  $M$ , есть распределение комплексных амплитуд приходящих лучей с направлениями прихода  $\Theta_m$ , создающее АФР  $\mathbf{J}_0$ .

В реальной ситуации вектор  $\mathbf{J}_0$  неизвестен, а известен вектор  $\mathbf{J}$ , отличающийся от него величиной шумов, складывающихся из принимаемого фона и внутренних шумов приёмных трактов. Подставляя в правую часть (1) вектор измеренного зашумлённого АФР  $\mathbf{J}$ , приходим к системе уравнений относительно неизвестного и подлежащего оценке вектора комплексных амплитуд источников поля  $\mathbf{s}$ :

$$\mathbf{A}\mathbf{s} = \mathbf{J}. \quad (2)$$

Поскольку  $M > N$ , система линейных уравнений (2) является недоопределённой и имеет неограниченное множество решений. Следовательно, для однозначной оценки вектора  $\mathbf{s}$  требуется наложение дополнительных условий, т. е. регуляризация задачи [12].

Регуляризация заключается в сведении рассматриваемой задачи к поиску экстремума (минимума) функционала вида

$$G(\mathbf{s}) = G_1(\mathbf{s}) + \gamma G_2(\mathbf{s}). \quad (3)$$

Здесь  $G_1(\mathbf{s})$  — евклидова норма [13] вектора невязок системы уравнений (2):

$$G_1(\mathbf{s}) = (\mathbf{s}^+ \mathbf{A}^+ - \mathbf{J}^+) (\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{J}) \equiv \|\mathbf{A}\mathbf{s} - \mathbf{J}\|^2,$$

$(\cdot)^+$  — символ эрмитова сопряжения;  $\gamma$  — параметр регуляризации;  $G_2(\mathbf{s})$  — стабилизирующий функционал [12], выбором которого определяется возможность разрешения лучей с угловым расстоянием, меньшим рэлеевского предела.

*Вывод основных уравнений.* Положим  $\xi_m = |s_m|^2$ , где  $s_m$  — компоненты вектора  $\mathbf{s}$ . Вектор  $\boldsymbol{\xi}$  с компонентами  $\xi_m$  представляет собой пеленгационный рельеф, т. е. распределение энергии поля по пространству, положение максимумов которого даёт искомые направления на источники излучения. Будем считать, что стабилизирующий функционал есть функция только от вектора  $\boldsymbol{\xi}$ , но не отдельно от переменных  $s_m, s_m^*$ . Дифференцируя (3) по  $\mathbf{s}^+$ , находим

$$\frac{\partial G(\mathbf{s})}{\partial \mathbf{s}^+} = (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \gamma \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})) \mathbf{s} - \mathbf{A}^+ \mathbf{J},$$

где  $\boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi}) = \text{diag}\{\lambda_m(\boldsymbol{\xi})\}$ ,  $\lambda_m(\boldsymbol{\xi}) = \partial G_2(\boldsymbol{\xi}) / \partial \xi_m$ . Приравняв  $\partial G(\mathbf{s}) / \partial \mathbf{s}^+$  к нулю, получим систему уравнений относительно  $\mathbf{s}$ :

$$(\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \gamma \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})) \mathbf{s} = \mathbf{A}^+ \mathbf{J}. \quad (4)$$

Система (4) нелинейна, поскольку её матрица  $\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \gamma \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})$  в общем случае зависит от искомого вектора  $\mathbf{s}$ .

Формальное решение системы уравнений (4) имеет вид

$$\mathbf{s} = (\mathbf{A}^+ \mathbf{A} + \gamma \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi}))^{-1} \mathbf{A}^+ \mathbf{J}. \quad (5)$$

Упрощение выражения (5) достигается использованием леммы об обращении матриц [14]. Опуская промежуточные выкладки, окончательный результат представим как

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})^{-1} \mathbf{A}^+ (\mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})^{-1} \mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}, \quad (6)$$

или в компонентах вектора  $\mathbf{s}$ :

$$s_m = (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}))^{-1} \mathbf{a}_m^+ (\mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})^{-1} \mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}, \quad m \in [1, M], \quad (7)$$

где  $\mathbf{I}$  — единичная матрица размера  $N \times N$ .

*Случай квадратичной регуляризации.* Рассмотрим частный случай регуляризирующего функционала  $G_2(\mathbf{s})$ , который выбирается как евклидова норма (энергия) вектора  $\mathbf{s}$ :

$$G_2(\boldsymbol{\xi}) = \mathbf{s}^+ \mathbf{s} = \sum_m \xi_m.$$

Тогда  $\lambda_m = 1$ , матрица  $\boldsymbol{\Lambda}$  оказывается единичной и выражение (6) приобретает следующий вид:

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^+ (\mathbf{A} \mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J}.$$

Поскольку матрица  $\mathbf{A} \mathbf{A}^+$  невырождена, можно, положив  $\gamma = 0$ , записать

$$\mathbf{s} = \mathbf{A}^+ (\mathbf{A} \mathbf{A}^+)^{-1} \mathbf{J} = \mathbf{A}^\# \mathbf{J}, \quad (8)$$

где  $\mathbf{A}^\#$  — матрица, псевдообратная матрице  $\mathbf{A}$  [14]. Таким образом, вектор  $\mathbf{s}$  оказывается нормальным псевдорешением системы уравнений (2) с минимальной евклидовой нормой.

*Метод решения основных уравнений.* Если зависимость  $G_2(\boldsymbol{\xi})$  от  $\mathbf{s}$  не является квадратичной, то  $\lambda_m$  зависят от  $\boldsymbol{\xi}$  и система уравнений (5) становится нелинейной. Для её решения будем использовать итерационный метод. Сформулируем его непосредственно для вектора пеленгационного рельефа  $\boldsymbol{\xi}$ . Взяв квадрат модуля обеих частей уравнения (7), запишем

$$\xi_m = \left| (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}))^{-1} \mathbf{a}_m^+ (\mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi})^{-1} \mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J} \right|^2, \quad m \in [1, M]. \quad (9)$$

Тем самым получим уравнения, в которые входит только вектор  $\boldsymbol{\xi}$ . Теперь, задавшись начальным приближением  $\boldsymbol{\xi}^{(0)}$ , на итерации с номером  $k > 0$  имеем

$$\xi_m^{(k)} = \left| (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}^{(k-1)}))^{-1} \mathbf{a}_m^+ (\mathbf{A} \boldsymbol{\Lambda}(\boldsymbol{\xi}^{(k-1)})^{-1} \mathbf{A}^+ + \gamma \mathbf{I})^{-1} \mathbf{J} \right|^2.$$

Начальным приближением  $\boldsymbol{\xi}^{(0)}$  можно выбрать, например, квадрат модуля нормального псевдорешения (8) или классическую ДН антенной решётки

$$D_m = |\mathbf{a}_m^+ \mathbf{J}|^2.$$

Естественным условием завершения процесса служит неравенство

$$\left\| \boldsymbol{\xi}^{(k+1)} - \boldsymbol{\xi}^{(k)} \right\| < \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  — заданное малое число.

*Выбор стабилизирующего функционала*  $G_2(\boldsymbol{\xi})$  неоднозначен и определяется содержанием решаемой задачи. Следуя [4], положим

$$G_2(\boldsymbol{\xi}) = \sum_m (\xi_m)^{p/2}, \quad p \in (0, 2). \quad (10)$$

При  $p \geq 1$  функционал  $(G_2)^{1/p}$  представляет собой гёльдерову  $\ell_p$ -норму вектора  $\mathbf{s}$  [13]. При  $p < 1$  в соответствии с [4] стабилизирующий функционал в виде (10) является регуляризирующим ограничением, обеспечивающим получение решения задачи с малым числом приходящих лучей в угловом спектре. При  $p \rightarrow 0$  функционал  $G_2(\boldsymbol{\xi}) \rightarrow Q$ , где  $Q$  — число приходящих лучей с отличной от нуля энергией. Другими словами, минимизируя функционал  $G(\mathbf{s})$  (3), находим оценки параметров минимального числа лучей, согласующиеся с регистрируемыми сигналами.

Дифференцируя выражение (10) по  $\xi_m$ , получим

$$\lambda_m(\boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial G_2(\boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_m} = \frac{p}{2} (\xi_m)^{p/2-1}.$$

Отсюда следует, что если  $p < 2$ , то  $\lambda_m \rightarrow \infty$  при  $\xi_m \rightarrow 0$ . Эта особенность не влияет на корректность формул (6), (7), поскольку в них входят только величины  $\lambda_m^{-1}$ , которые обращаются в нуль вместе с  $\xi_m$ .

**Метод регуляризации с учётом поляризации.** Рассмотрим обобщение задачи оценивания направлений на источники излучения, когда падающие волны имеют произвольную поляризацию, а антенные элементы дают отклик на обе компоненты напряжённости поля и имеют для этих компонент различные комплексные ДН (поляризационный метод регуляризации). Как и ранее, предположим, что поле нескольких узкополосных сигналов регистрируется антенной решёткой, состоящей из  $N$  антенных элементов. Разложим

векторы напряжённости поля каждой из падающих волн на две компоненты. Назовём их условно горизонтальной и вертикальной компонентами и обозначим верхними индексами  $h$  и  $v$ . Математическая модель задачи сохраняет форму (1), однако матрица  $\mathbf{A}$  приобретает теперь блочную структуру

$$\mathbf{A} = [\mathbf{A}^h, \mathbf{A}^v]$$

и имеет размер  $N \times 2M$ . Число узлов сетки направлений  $\Theta_m$  сохраняется при этом неизменным.

Векторы  $\mathbf{a}_m^h$  (столбцы матрицы  $\mathbf{A}^h$ ) и векторы  $\mathbf{a}_m^v$  (столбцы матрицы  $\mathbf{A}^v$ ) есть отклики антенной решётки на лучи единичной амплитуды соответствующей поляризации, приходящие с направления  $\Theta_m$ . Компоненты данных векторов  $a_{nm}^h$  и  $a_{nm}^v$  — это отклики  $n$ -й антенны на лучи единичной амплитуды соответствующей поляризации, приходящие с направления  $\Theta_m$ . Они пропорциональны значениям комплексных ДН антенн в направлении  $\Theta_m$  для горизонтальной и вертикальной поляризаций. Конкретный вид этих компонент зависит от типа и ориентации антенных элементов, места расположения и геометрии антенной решётки, длины волны и выбора координатной сетки направлений. Они могут быть найдены либо по результатам измерений, либо по результатам решения граничной задачи электродинамики с учётом конструктивных особенностей антенной решётки и места её расположения. Вектор неизвестных комплексных амплитуд  $\mathbf{s}$  имеет теперь размерность  $2M$  и блочную структуру, обусловленную наличием двух компонент поля:

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} \mathbf{s}^h \\ \mathbf{s}^v \end{pmatrix}.$$

Компоненты  $s_m^h, s_m^v, m \in [1, M]$ , векторов  $\mathbf{s}^h$  и  $\mathbf{s}^v$  — это комплексные амплитуды двух поляризационных компонент поля лучей, приходящих с соответствующего направления  $\Theta_m$ . В отсутствие пространственного шумового фона эти векторы (один или оба) будут иметь ненулевые  $q$ -е элементы только в том случае, если есть источники в направлениях  $\Theta_q$ .

Вектор комплексных амплитуд  $\mathbf{J}$  сигналов на антенных элементах теперь зависит от комплексных амплитуд двух компонент напряжённости падающих волн.

Задача заключается в том, что необходимо оценить амплитуды приходящих лучей двух рассматриваемых поляризаций как функции их углов прихода — азимута и угла места. Модули этих амплитуд имеют несколько максимумов, соответствующих направлениям прихода лучей, причём если приходящий луч имеет отличные от нуля горизонтальную и вертикальную компоненты поля, то направления максимумов этих двух функций должны совпадать.

Чтобы распространить метод регуляризации без учёта поляризации на данный случай, выберем компоненты вектора пеленгационного рельефа  $\boldsymbol{\xi}$  в виде

$$\xi_m = \left| s_m^h \right|^2 + \left| s_m^v \right|^2.$$

Стабилизирующий функционал  $G_2$  по-прежнему будем считать функцией вектора  $\boldsymbol{\xi}$ .

Как и в рассмотренном выше случае (без учёта векторного характера поля), обоснованием для выбора  $p < 1$  служит тот факт, что при  $p \rightarrow 0$  функционал  $G_2(\boldsymbol{\xi}) \rightarrow Q$ , где  $Q$  — число приходящих лучей с отличной от нуля энергией, равной в данном случае сумме энергий обеих компонент напряжённости поля. Следовательно, минимизируя функционал  $G(\mathbf{s})$  (3), находим оценки параметров минимального числа лучей, согласующегося с регистрируемыми сигналами.

Ненулевыми элементами диагональной матрицы  $\Lambda$  размера  $2M \times 2M$  теперь будут

$$\lambda_m(\boldsymbol{\xi}) = \lambda_{m+M}(\boldsymbol{\xi}) = \frac{\partial G_2(\boldsymbol{\xi})}{\partial \xi_m}.$$

Тогда выражение (7) распадается на две компоненты:

$$\begin{aligned} s_m^h &= (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}))^{-1} (\mathbf{a}_m^h)^+ (\mathbf{A}\Lambda(\boldsymbol{\xi})^{-1}\mathbf{A}^+ + \gamma\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J}; \\ s_m^v &= (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}))^{-1} (\mathbf{a}_m^v)^+ (\mathbf{A}\Lambda(\boldsymbol{\xi})^{-1}\mathbf{A}^+ + \gamma\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J}. \end{aligned} \quad (11)$$

Складывая квадраты модулей левых и правых частей уравнений (11), получим выражение, обобщающее (9):

$$\begin{aligned} \xi_m &= (\lambda_m(\boldsymbol{\xi}))^{-2} \left\{ \left| (\mathbf{a}_m^v)^+ (\mathbf{A}\Lambda(\boldsymbol{\xi})^{-1}\mathbf{A}^+ + \gamma\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J} \right|^2 + \right. \\ &+ \left. \left| (\mathbf{a}_m^h)^+ (\mathbf{A}\Lambda(\boldsymbol{\xi})^{-1}\mathbf{A}^+ + \gamma\mathbf{I})^{-1}\mathbf{J} \right|^2 \right\}, \quad m \in [1, M]. \end{aligned} \quad (12)$$

Это выражение представляет собой уравнение относительно вектора  $\boldsymbol{\xi}$ , которое решается итерационным методом, вполне аналогичным рассмотренному выше. Начальное приближение

$$\xi_m^{(0)} = \left| (\mathbf{a}_m^h)^+ (\mathbf{A}\mathbf{A}^+)^{-1}\mathbf{J} \right|^2 + \left| (\mathbf{a}_m^v)^+ (\mathbf{A}\mathbf{A}^+)^{-1}\mathbf{J} \right|^2$$

получается из (12) выбором стабилизирующего функционала вида (10) при  $p = 2$ .

**Результаты численного моделирования.** Рассмотрим в качестве примера плоскую круговую антенную решётку, состоящую из шестнадцати рамочных антенн размером, много меньшим длины волны, которые расположены эквидистантно на окружности в вертикальной плоскости и ориентированы вдоль радиусов-векторов, соединяющих фазовые центры рамок с центром окружности (рис. 1). Таким образом, ориентация антенных элементов согласована с электромагнитным полем вертикальной поляризации. Радиус антенной решётки принимался равным  $2\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны.

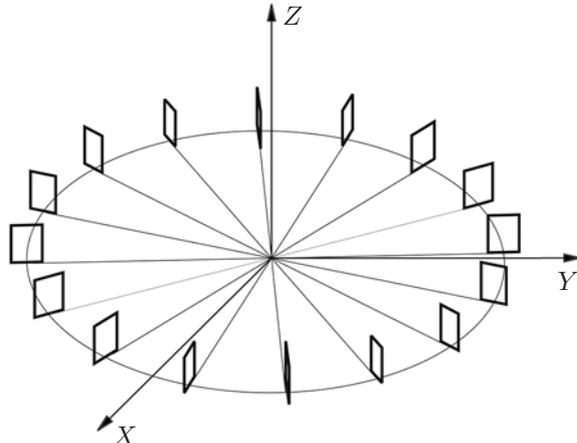


Рис. 1

При размещении в свободном пространстве ДН антенных элементов могут быть записаны в виде замкнутых аналитических выражений исходя из того, что напряжение на выходе рамочной антенны пропорционально проходящему через рамку магнитному потоку. Соответствующие выражения для элементов матриц  $\mathbf{A}^h$  и  $\mathbf{A}^v$  с точностью до постоянного множителя имеют следующий вид:

$$a_{nm}^h = (\cos \theta_n \cdot \cos \beta_l + \sin \theta_n \cdot \sin \beta_l \cdot \sin(\Phi_n - \alpha_k)) \exp(i\mathbf{k}_m \mathbf{r}_n),$$

$$a_{nm}^v = \sin \theta_n \cdot \cos(\Phi_n - \alpha_k) \exp(i\mathbf{k}_m \mathbf{r}_n),$$

$$\mathbf{k}_m \mathbf{r}_n = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \beta_l (x_n \sin \alpha_k + y_n \cos \alpha_k),$$

где  $m = k + lK$ ;  $n \in [0, N - 1]$ ;  $\theta_n$  и  $\Phi_n$  — углы ориентации плоскостей рамок по азимуту и углу места;  $\alpha_k$ ,  $k \in [1, K]$ , и  $\beta_l$ ,  $l \in [1, L]$ , — узлы сетки направлений по азимуту и углу места;  $\mathbf{k}_m$  — волновой вектор луча, приходящего с  $m$ -го направления;  $\mathbf{r}_n = (x_n, y_n, 0)$  — радиус-вектор фазового центра  $n$ -й антенны. Для рассматриваемой антенной решётки очевидно, что  $\Phi_n = 2\pi n/N$ ,  $\theta_n = \pi/2$ .

На основной стадии моделирования было выбрано значение параметра  $p = 0,1$ . Помимо комплексной амплитуды и углов прихода  $\alpha$ ,  $\beta$  падающей электромагнитной волны (луча) задавались следующие параметры поляризации: угол  $\vartheta$  между амплитудным вектором магнитного поля и горизонтальной плоскостью и разность фаз  $\delta$  между горизонтальной и вертикальной составляющими магнитного поля.

Иллюстрацией предложенного поляризационного метода регуляризации служит случай прихода двух лучей с линейными и циркулярными поляризациями с противоположными направлениями вращения. Для сравнения решалась задача разделения лучей без учёта поляризации, т. е. уравнение (9), в котором делалась подстановка  $\mathbf{A} = \mathbf{A}^v$ .

Число падающих лучей принималось равным двум. Моделирование проводилось по АФР из одного временного отсчёта полностью когерентных сигналов при высоком отношении сигнал/шум. Шаг координатной сетки составлял  $1^\circ$  как по азимуту, так и по углу места. Амплитуды лучей по модулю полагались равными единице. Рассматривались два случая поляризации падающих лучей: первый — линейная поляризация и второй — циркулярная поляризация с противоположными направлениями вращения.

Сначала анализировался случай прихода двух линейно поляризованных лучей с заданными азимутами  $\alpha_1 = 259^\circ$ ,  $\alpha_2 = 227^\circ$  и углами места  $\beta_1 = 14^\circ$ ,  $\beta_2 = 25^\circ$  соответственно. Таким образом, азимутальный разнос лучей составлял величину  $32^\circ$ , т. е. порядка предела разрешения Рэлея. Относительная комплексная амплитуда первого луча равна  $\exp(i\pi/4)$ , а второго — единице. Параметры поляризации лучей:  $\vartheta_1 = 30^\circ$ ,  $\vartheta_2 = 45^\circ$  и  $\delta_1 = \delta_2 = 0^\circ$ . Результаты моделирования представлены на рис. 2, *a* (предложенный метод) и рис. 2, *b* (метод без учёта поляризации).

Из рис. 2, *a* видно, что пеленгационный рельеф имеет два резко выраженных основных максимума без заметных дополнительных пиков. Оценки параметров этих максимумов, сведённые в матрицу (первый столбец — азимуты, второй — углы места, третий — амплитуды), точно совпадают с заданными углами прихода лучей. В то же время отметим, что пеленгационный рельеф (см. рис. 2, *b*) имеет значительно большее число максимумов, причём трём наибольшим из них соответствуют угловые координаты  $\tilde{\alpha}_1 = 259^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 14^\circ$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = 260^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 12^\circ$  и  $\tilde{\alpha}_3 = 228^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_3 = 26^\circ$ . Координаты первого пика согласуются с заданными, что объясняется значительно большим вкладом первого луча в суммарное поле. Однако разделение лучей отсутствует, поскольку угловые координаты второго максимума близки к координатам первого, а его амплитуда превосходит амплитуду третьего

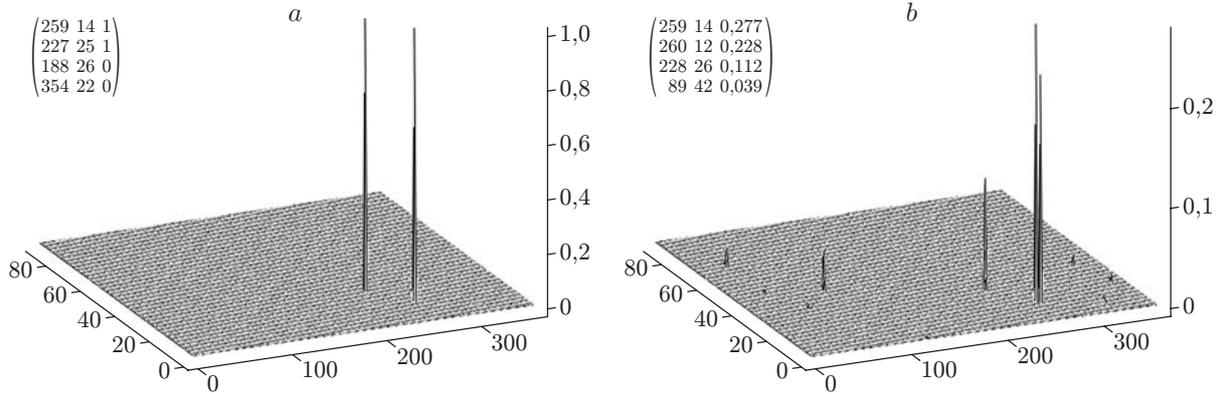


Рис. 2

максимума с углами, хоть и близкими, но не совпадающими с истинными углами прихода второго луча, а дополнительные пики не дают представления об истинном числе лучей.

Результаты моделирования при  $\alpha_1 = 225^\circ$ ,  $\alpha_2 = 227^\circ$  и неизменных значениях остальных параметров приведены на рис. 3, *a*, *b*. Азимутальный разнос лучей на порядок меньше рэлеевского предела. Рис. 3, *a* иллюстрирует метод, учитывающий поляризацию, который и в данном случае даёт точные значения углов прихода. Таким образом, этот метод имеет азимутальное разрешение для поляризованного электромагнитного поля, существенно (по крайней мере на порядок) превосходящее рэлеевский предел. Вместе с тем полученные не учитывающим поляризацию методом первые два максимума рельефа имеют отличающиеся от истинных углы прихода  $\tilde{\alpha}_1 = 225^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 12^\circ$  и  $\tilde{\alpha}_2 = 229^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 27^\circ$  (см. рис. 3, *b*). Кроме того, наблюдается значительное число ложных максимумов, сопоставимых по амплитуде с основными.

Во втором случае параметры поляризации лучей имели значения  $\vartheta_1 = \vartheta_2 = 45^\circ$  и  $\delta_1 = 90^\circ$ ,  $\delta_2 = -90^\circ$ , что соответствует циркулярным поляризациям лучей с противоположными направлениями вращения. Результаты моделирования представлены на рис. 4, *a*, *b* и 5, *a*, *b*. Рис. 4 получен для углов прихода лучей  $\alpha_1 = 259^\circ$ ,  $\beta_1 = 14^\circ$ ,  $\alpha_2 = 227^\circ$ ,  $\beta_2 = 25^\circ$ . Поляризационному методу регуляризации соответствуют точные значения углов прихода (см. рис. 4, *a*), а первым трём максимумам пеленгационного рельефа без учёта поляризации (см. рис. 4, *b*) — углы  $\tilde{\alpha}_1 = 258^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 14^\circ$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = 228^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 24^\circ$  и  $\tilde{\alpha}_3 = 227^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_3 = 26^\circ$  при большом числе добавочных максимумов. Рис. 5 получен для углов прихода

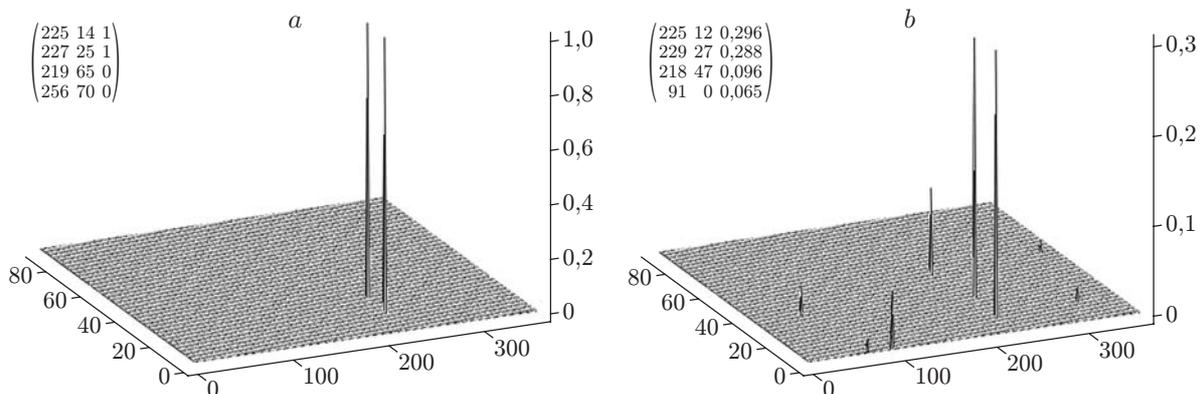


Рис. 3

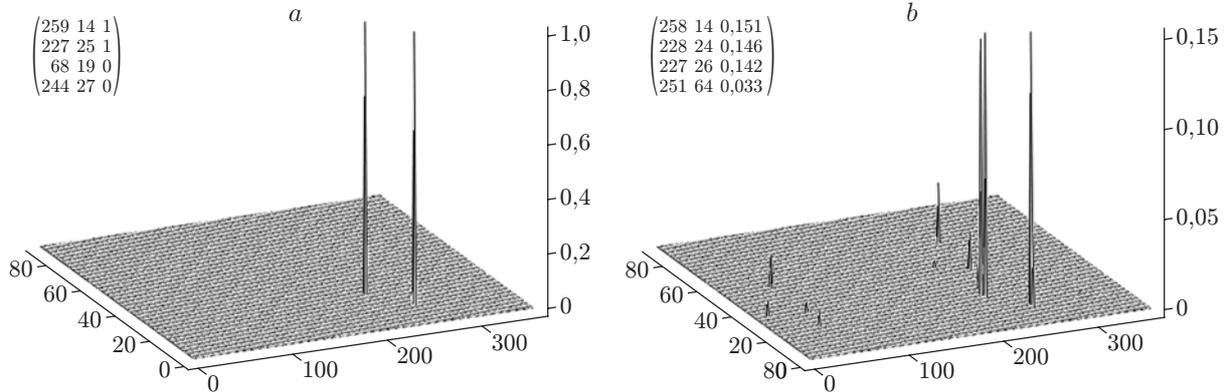


Рис. 4

лучей  $\alpha_1 = 225^\circ$ ,  $\beta_1 = 14^\circ$ ,  $\alpha_2 = 227^\circ$ ,  $\beta_2 = 25^\circ$ . Предложенным методом найдены точные значения углов прихода (см. рис. 5, *a*). Первым трём максимумам пеленгационного рельефа без учёта поляризации (см. рис. 5, *b*) соответствуют углы прихода  $\tilde{\alpha}_1 = 228^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 13^\circ$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = 223^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 25^\circ$  и  $\tilde{\alpha}_3 = 230^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_3 = 9^\circ$ . Кроме того, здесь приведены оценки углов прихода лучей, полученные при  $p = 0,001$  и  $p = 0,5$ , также не совпадающие с истинными значениями углов прихода лучей.

По итогам дополнительного более масштабного моделирования при таких значениях параметра ( $0,001 \leq p \leq 0,5$ ) метод с учётом поляризации даёт результаты, совпадающие с представленными на рис. 2, *a*—5, *a*, а метод без учёта поляризации — отличающиеся, но сходные с показанными на рис. 2, *b*—5, *b*. Отметим, что при  $p = 1$  оба метода не приводят к точному решению задачи, в том числе и при большом разnose между лучами. Это видно из рис. 6, *a*, *b*, полученных для азимутальных углов прихода  $\alpha_1 = 259^\circ$ ,  $\alpha_2 = 227^\circ$  и линейной поляризации лучей. Два наибольших максимума пеленгационного рельефа имеют координаты  $\tilde{\alpha}_1 = 227^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 26^\circ$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = 260^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 15^\circ$  и  $\tilde{\alpha}_1 = 260^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_1 = 15^\circ$ ,  $\tilde{\alpha}_2 = 229^\circ$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 28^\circ$  соответственно при наличии дополнительных максимумов разной величины. В интервале значений  $0,5 < p < 1,0$  вид пеленгационных рельефов для обоих методов плавно трансформируется из показанного на рис. 6 в вид для  $p = 0,5$ . Ряд дополнительных результатов выбора значения параметра  $p$  также приведён в [10, 15].

Таким образом, результаты моделирования свидетельствуют о преимуществе регуляризационного метода разделения лучей с высоким разрешением, который полностью учитывает векторный характер электромагнитного поля.

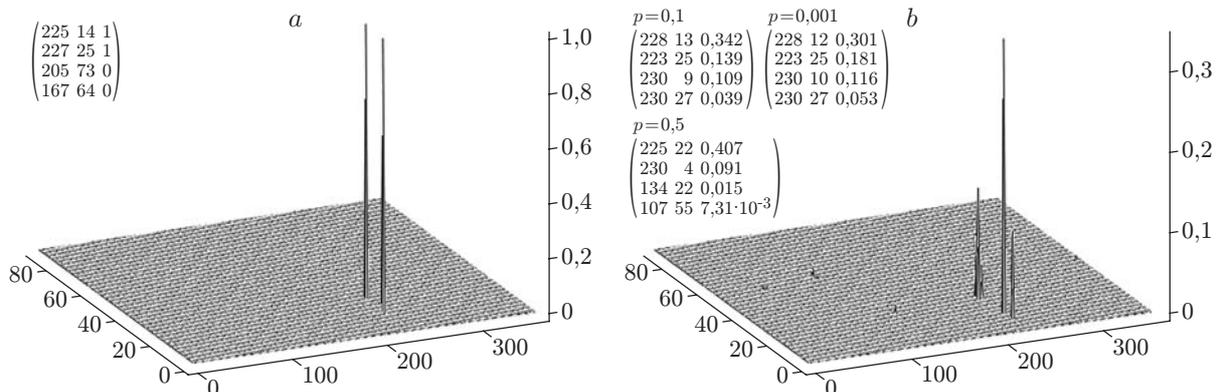


Рис. 5

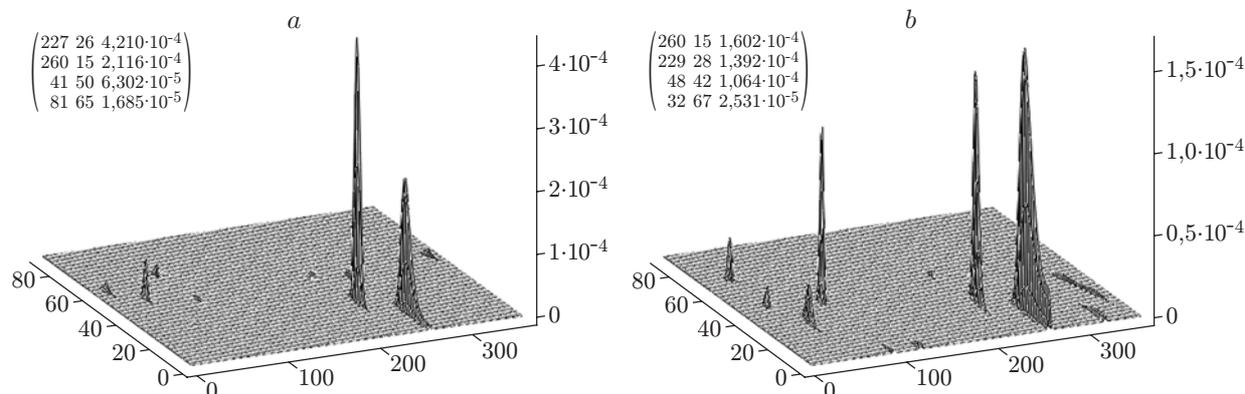


Рис. 6

**Заключение.** В данной работе рассмотрена задача локализации нескольких когерентных источников радиоизлучения, находящихся в дальней зоне антенной решётки, элементы которой реагируют на поле падающих волн двух поляризаций. Метод регуляризации, ранее использованный в случае антенных элементов, реагирующих только на поле одной поляризации, модифицирован так, что позволяет учитывать векторный характер полей падающих волн и ДН антенных элементов. Возможности предложенной поляризационной модификации метода регуляризации продемонстрированы на примере антенной решётки, образованной рамочными антеннами, расположенными эквидистантно на окружности. Полученные результаты подтверждают эффективность использования поляризационного метода регуляризации для антенных решёток, элементы которых чувствительны к обеим поляризациям падающего поля. При этом предпочтительным оказывается использование регуляризирующего функционала в виде, аналогичном  $\ell_p$ -норме Гельдера, но при  $p < 0,5$ .

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Джонсон Д. Х. Применение методов спектрального оценивания к задачам определения угловых координат источников излучения // ТИИЭР. 1982. **70**, № 9. С. 126–139.
2. Schmidt R. O. Multiple emitter location and signal parameter estimation // IEEE Trans. Antennas Propag. 1986. **AP-34**, N 3. P. 276–280.
3. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решётках. М.: Радио и связь, 2003. 200 с.
4. Cetin M., Malioutov D. M., Willsky A. S. A variational technique for source localization based on a sparse signal reconstruction perspective // Proc. of the Intern. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing. Orlando, FL, May 2002. Vol. 3. P. 2965–2968.
5. Шевченко В. Н. Разделение многочастотного многолучевого поля методами регуляризации // Изв. вузов. Сер. Радиофизика. 2003. **46**, № 2. С. 150–161.
6. Шевченко В. Н. Вариационные методы оценивания параметров поля в условиях многолучевого распространения // Автометрия. 2003. **41**, № 4. С. 57–70.
7. Шевченко В. Н. Оценивание углового положения источников когерентных сигналов на основе методов регуляризации // Радиотехника. 2003. № 9. С. 3–10.
8. Иванов Н. М., Рейзенкинд Я. А. Оценивание направлений на источники радиоизлучения методом нелинейного псевдообращения // Тр. X Междунар. конф. "RLNC-2004". Воронеж, 13–15 апреля 2004. Т. 1. С. 40–45.

9. Шевченко В. Н., Иванов Н. М., Звездина Ю. А. Повышение эффективности определения направления прихода коррелированных сигналов методом неквадратичной регуляризации // Электромагнитные волны и электронные системы. 2006. **11**, № 5. С. 46–50.
10. Шевченко В. Н., Иванов Н. М., Звездина Ю. А. Метод неквадратичной регуляризации пространственных спектров с фильтрацией ложных составляющих // Автометрия. 2007. **43**, № 1. С. 3–9.
11. Иванов Н. М., Онищенко В. С., Шевченко В. Н. Пространственная локализация источников поляризованного электромагнитного поля // Радиотехника и электроника. 2010. **55**, № 1. С. 49–56.
12. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974. 223 с.
13. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1968. 496 с.
14. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. М.: Мир, 1990. 584 с.
15. Malioutov D., Cetin M., Willsky A. S. A sparse signal reconstruction perspective for source localization with sensor arrays // IEEE Trans. Signal Process. 2005. **53**, N 8. P. 3010–3022.

*Поступила в редакцию 15 июня 2010 г.*

---