

УДК 624.131.21 + 539.37

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ В УПАКОВКЕ СТЕКЛЯННЫХ ШАРОВ  
СЛАБЫХ ПРОДОЛЬНЫХ ВОЛН ОТ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НАГРУЗОК**

**А. П. Бобряков, В. П. Косых, А. Ф. Ревуженко**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: bobriakov@ngs.ru,  
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Приведены экспериментальные результаты, полученные на упаковках калиброванных стеклянных шариков диаметром 1 мм. Показано, что в результате многократных точечных ударов волноводные свойства среды улучшаются — в материале формируются проводящие каналы, состоящие из силовых “цепочек”. Последующие квазистатические знакопеременные сдвиги меняют упаковку частиц, разрушают “цепочки” и уменьшают проводимость каналов. Дальнейшие многократные импульсные нагрузки приводят к восстановлению “цепочек” и улучшению проводимости каналов.

*Упаковки шаров, сыпучий материал, динамические нагрузки, напряжения, силовые “цепочки”, сдвиги, амплитуда, скорость*

Вопрос об исследовании упаковок шаров имеет богатую историю. Достаточно сказать, что одна из знаменитых проблем Гильберта (проблема номер 18) связана с упаковками шаров [1]. Можно сослаться на задачу Кеплера, труды Кон-Фоссена, Дересевича и многие другие [2–4]. Так или иначе, проблема упаковок шаров привлекает к себе большое внимание в связи с ее возможными приложениями в ряде смежных областей (физика твердого тела, кристаллография и др. [5, 6]). В своем историческом докладе, прочитанном в августе 1900 г. на Втором Международном конгрессе математиков в Париже, Д. Гильберт отметил: “Я укажу здесь на вопрос..., важный в теории чисел, а возможно, полезный в будущем даже для физики и химии — как можно наиболее плотным образом расположить в пространстве бесконечное множество одинаковых тел заданной формы, например шаров заданного радиуса”.

Механика сыпучей среды также вносит в этот вопрос свои постановки задач и методы их решения. С точки зрения механики любая упаковка шаров — это просто образец сыпучего материала. Задача механики состоит в изучении эволюции упаковок под действием различных сил или заданных перемещений. При этом средняя плотность упаковки представляет собой только один из параметров, который описывает ее состояние. Не меньшее значение имеет ряд других параметров, которые характеризуют напряженно-деформированное состояние упаковки, ее волноводные свойства и т. д. В [7] эволюция упаковок изучалась экспериментально на приборе однородного сдвига. При сдвиге упаковка меняет свою плотность, т. е. проявляет свойство дилатансии. Основным результатом сводится к следующему: все упаковки можно разбить на два класса: обратимые и необратимые. Необратимая упаковка характеризуется тем, что при сдвиге ее по

замкнутому циклу плотность упаковки необратимо меняется. Обратимые упаковки при знакопеременном (пластическом) сдвиге возвращаются в первоначальное состояние. В [7] исследовался процесс медленного квазистатического нагружения. Представляет интерес изучение слабых динамических нагружений, в которых проявляются волноводные свойства среды. К слабым можно отнести воздействия, для которых безразмерный параметр  $\lambda = p^*/(-\sin \varphi \sigma + k \cos \varphi) < 1$ , где  $p^*$  — максимальное напряжение в волне сжатия;  $\sigma$  — среднее статическое давление;  $k$  — сцепление;  $\varphi$  — угол внутреннего трения.

### МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Первая проблема, которая возникает при постановке экспериментов, связана с созданием достаточно однородных образцов сыпучих материалов. Для исключения разброса данных необходимо, чтобы от опыта к опыту образцы были практически одинаковыми. Для создания однородных упаковок использовалась подвижная камера прибора однородного сдвига [7]. После засыпки материала в камеру исходная упаковка частиц имеет множество дефектов, вакансий, арок, дислокаций и др. Если образец подвергнуть циклическому знакопеременному сдвигу, то сухое трение между частицами меняется на псевдовязкое и часть дефектов упаковки устраняется. Получается достаточно однородная плотная упаковка, свойства которой от опыта к опыту практически не меняются.

Прибор однородного сдвига (рис. 1) представляет собой камеру с тремя подвижными и одной неподвижной боковыми стенками и дном в форме квадрата (сторона 250 мм), который при сдвиге преобразуется в параллелограмм с той же площадью, что и исходный квадрат. Стабилизация параметров упаковки происходит в течение первых десятков циклических сдвигов. В экспериментах деформирование ограничивалось 30 циклами на размахе угла сдвига  $\pm 1.5^\circ$ , при этом установившаяся пористость составила  $\Pi \approx 40.5\%$ . Напомним, что теоретически плотная упаковка шарообразных частиц одинакового размера имеет пористость  $\Pi \approx 26\%$ , а максимальная пористость таких же частиц, но с регулярной (бездефектной) рыхлой структурой равна  $\Pi \approx 48\%$  [7]. Как видно, полученная стационарная упаковка далека от идеально плотной и находится ближе к рыхлой с устойчивыми дефектами.

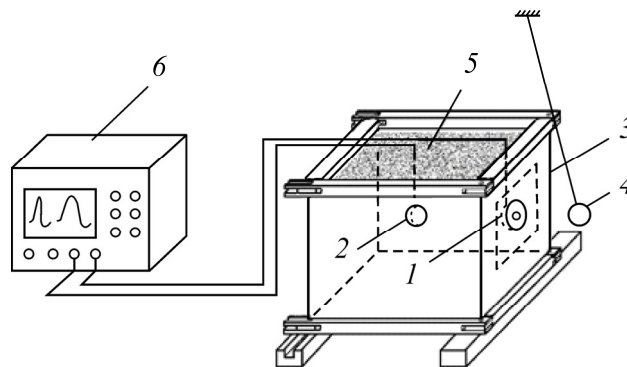


Рис. 1. Общий вид прибора однородного сдвига

Упругие волны в материале создавались точечным калиброванным по энергии одиночным ударом физического маятника 4 по виброплатформе 3, закрепленной на неподвижной стенке камеры и погруженной в сыпучий материал 5. Длина маятника 300 мм, масса стального шарика 35 г. Энергия удара определялась по углу отклонения маятника от положения равновесия и составляла в опытах  $E$ , Дж· $10^{-3}$ : 0.175; 0.350; 1.40; 2.45; 3.50; 4.55.

Ускорения измерялись двумя акселерометрами. Акселерометр 1 стационарно устанавливался на виброплатформе (он давал исходный опорный импульс), акселерометр 2 — в сыпучей среде напротив виброплатформы на заданном расстоянии от нее. Ось чувствительности датчика ориентировалась в направлении распространения продольной волны в образце (в направлении удара). Запись ускорений производилась цифровым осциллографом 6 Agilent 1000 Series. Запуск развертки осуществлялся от переднего фронта опорного импульса. Обработка сигналов заключалась в оценке изменения параметров импульсов после прохождения их через сыпучую среду в зависимости от длины дистанции и энергии удара. По времени задержки импульсов определялась средняя скорость распространения упругой волны.

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 2а показано ускорение, измеренное акселерометром 1, а на рис. 2б — ускорения, измеренные акселерометром 2, при увеличении числа ударов (номера ударов указаны над осциллограммами).

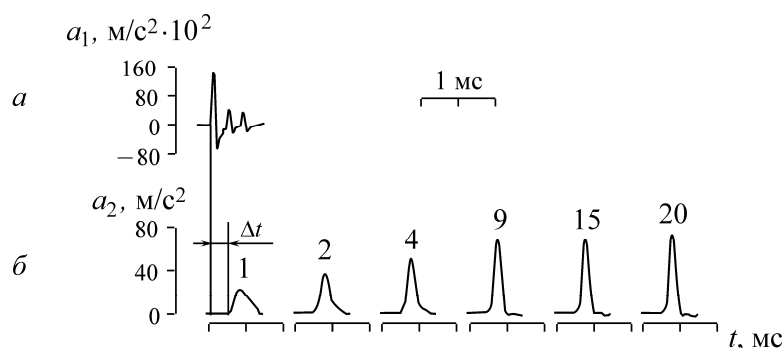


Рис. 2. Изменение формы импульсных сигналов при повторных ударах постоянной энергии  $E = 4.55 \cdot 10^{-3}$  Дж

При переходе от опорного импульса (рис. 2а) к первому импульсу (рис. 2б) его амплитуда по сравнению с инициирующим импульсом уменьшилась в 630 раз, а длительность увеличилась в 8.6 раза. Из сравнения диаграмм видно, что характер импульсов с увеличением числа ударов меняется: меняется их форма, амплитуда и длительность (на оси абсцисс показано время прохождения  $\Delta t$  (время задержки) импульса через сыпучую среду).

Для объяснения данного эффекта обратимся к результатам исследований механизма деформирования зернистого материала. В работе [8] приводится фотоупругий анализ напряжений и деформаций в условиях простого сдвига материала из фоточувствительного раздробленного стекла, имитирующего гранулированную среду. В [8, 9] показано, что в материале формируются силовые “цепочки”, вдоль которых контактные напряжения максимальны. При возрастании внешней нагрузки за счет микровращений и перемещений частиц возникают новые дополнительные силовые контакты. Несущая способность упаковки возрастает. При дальнейшем увеличении нагрузки возникшая структура разрушается, сопротивление материала падает и происходит сброс напряжений. В [10–11] с учетом механизма силовых “цепочек” рассмотрены результаты экспериментов по исследованию режимов скольжения при сдвиге берегов трещины, заполненной сыпучим материалом. Прохождение и трансформация акустических волн в кварцевом песке исследованы в [12–14].

В рассматриваемом случае каждый удар вызывает в материале волну сжатия в направлении от виброплатформы к акселерометру 2. От удара к удару происходит накопление деформаций. Можно предположить, что частицы сближаются и образуют устойчивые контактные соедине-

ния, выстраиваясь в цепочки в направлении распространения волны. По мере возрастания числа ударов число таких контактов увеличивается. При этом акустическая проводимость среды также увеличивается. Передача упругой энергии осуществляется теперь как через более жесткие, образовавшиеся в процессе деформирования силовые “цепочки”, так и через остальные контакты, на которых происходит большее относительное проскальзывание частиц. Таким образом, в материале под воздействием повторных ударных нагрузок формируется проводящий канал. Увеличение длительности импульса и уменьшение амплитуды в несформированном проводящем канале происходит вследствие потерь энергии на слабых контактах. Из всего спектра колебаний наиболее сильному влиянию подвержены высокочастотные составляющие. В [15] установлено, что слабые контакты в отличие от сильных обладают демодулирующим свойством — уменьшать либо поглощать высокочастотные составляющие спектра сигнала. По виду сигналов и простому правилу “чем шире импульс, тем уже спектр” можно заключить, что в “неподготовленной” сыпучей среде влияние слабых контактов на передачу сигнала является преобладающим. Как видно из рис. 2, последующее воздействие улучшает проводимость канала. Образование новых силовых “цепочек” из слабонагруженных контактов улучшает прохождение высоких частот, что проявляется в увеличении амплитуды  $a_2$  и уменьшении длительности импульса  $\tau_2$  до некоторого предельного значения.

На рис. 3 показано изменение амплитуды сигнала в конце дистанции в зависимости от номера удара  $N$ . Видно, что после 20 ударов амплитуда увеличилась в 3.3 раза. Задержка  $\Delta t$  с увеличением номера практически не изменилась и в среднем составила 224 мкс, что соответствует средней скорости распространения волны  $V = 201$  м/с. После 20–25 ударных воздействий канал переходит в состояние, при котором его проводимость в дальнейшем практически не меняется.

Рассмотрим влияние энергии удара на основные параметры процесса распространения волны в сформированном канале. На рис. 4 представлено изменение средней скорости волны в зависимости от энергии удара: скорость  $V$  с увеличением энергии увеличивается от 161 до 195 м/с. Длительность импульса  $\tau_2$  при этом возрастает от 220 до 229 мкс. Рост длительности импульса с увеличением энергии удара свидетельствует об ухудшении проводимости среды.

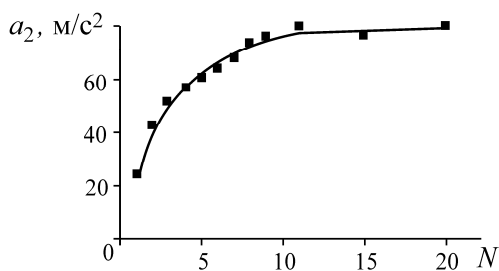


Рис. 3. Изменение амплитуды сигнала на датчике 2 с увеличением числа ударов

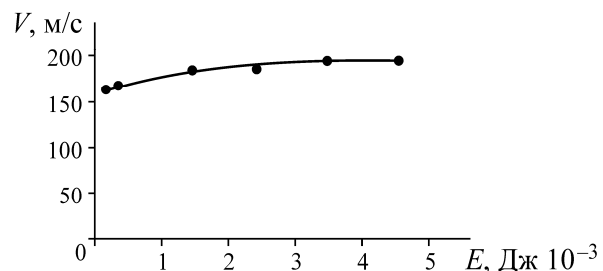


Рис. 4. Средняя скорость прохождения волны в конце дистанции в зависимости от энергии удара

Проследим процесс передачи удара через сыпучую среду при фиксированной длине. На рис. 5а приведены максимальные амплитуды ускорений  $a_1$  и  $a_2$  (кривые 1 и 2 соответственно) в зависимости от энергии удара, а на рис. 5б — их отношение. Видно, что амплитуды ускорений возрастают, а их отношение в исследованном диапазоне энергии изменяется от 96 до 140 раз, что соответствует затуханию волны на 99.0–99.3 %.

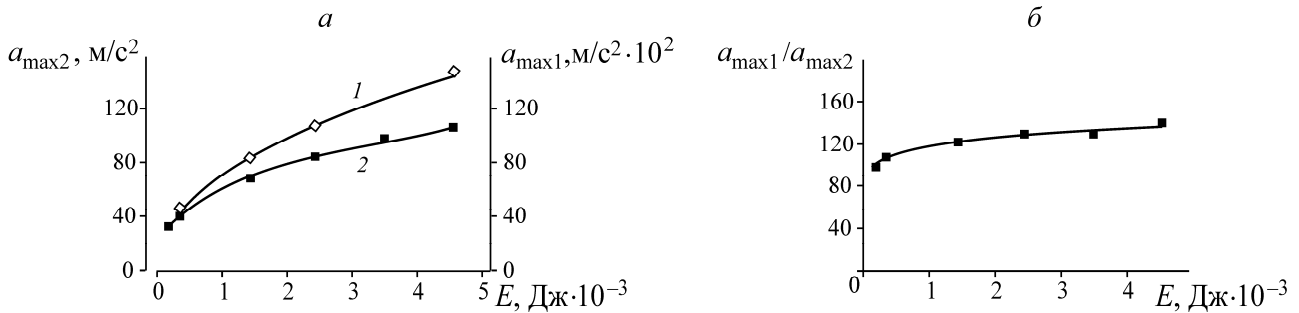


Рис. 5. Затухание опорного сигнала после прохождения разных длин дистанции  $L$ , мм: 1 — 180; 2 — 150; 3 — 100; 4 — 45 в зависимости от энергии удара

При увеличении расстояния между датчиками (рис. 6) постепенно начинает проявляться зависимость от энергии удара. Чем она больше и чем больше расстояние, преодолеваемое волной, тем сильнее затухание. Эта зависимость согласуется с приведенной в [16].

Такую зависимость можно объяснить тем, что импульс в проводящем канале передается вдоль силовых “цепочек”, составленных из отдельных частиц. На процесс их образования оказывает влияние амплитуда повторных импульсных воздействий. Многократно прикладываемая кратковременная нагрузка малой амплитуды приводит к активизации разгруженных и слабо нагруженных контактов, увеличивая число силовых “цепочек” в канале, а большие амплитуды эту структуру разрушают и создают новую с меньшим числом контактов и соответственно с меньшей проводимостью.

Показательным в этом отношении является одно свойство проводящего канала, которое обнаруживается при переходе от одной энергии удара к другой. Так, если канал сформирован ударами малой энергии, то последующее воздействие повторяющимися ударами большей энергии приводит к уменьшению амплитуды  $a_2$  (ухудшению проводимости канала); если канал сформирован ударами большой энергии, то последующее воздействие более слабыми ударами вызывает постепенное увеличение амплитуды  $a_2$  (переход к большей проводимости канала). На рис. 7 приведены опорный импульс  $I$ , измеренный акселерометром 1, и ускорения, измеренные акселерометром 2, на разных расстояниях  $L$ .

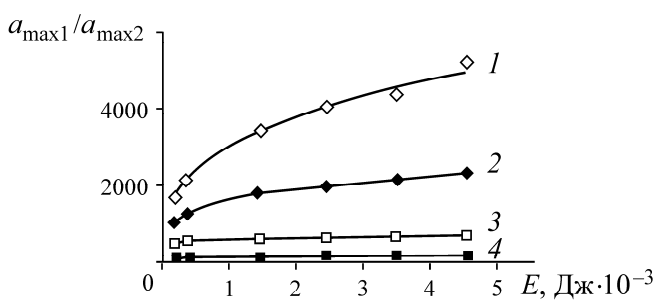


Рис. 6. Затухание опорного сигнала после прохождения разных длин дистанции  $L$ , мм: 1 — 180; 2 — 150; 3 — 100; 4 — 45 в зависимости от энергии удара

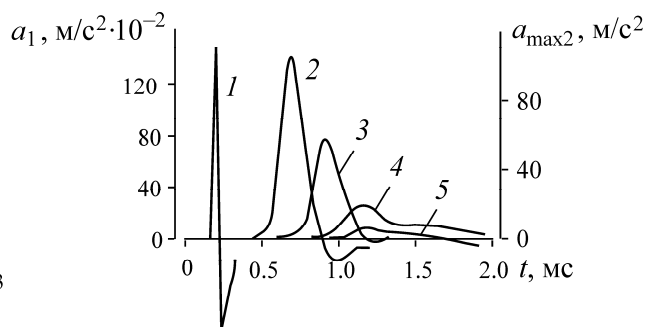


Рис. 7. Осциллограммы ускорений для четырех дистанций  $L$ , мм: 1 — опорный импульс; 2 — 45; 3 — 65; 4 — 100; 5 — 150

Скорость прохождения волны через канал, сформированный ударами с энергией  $E = 4.55 \cdot 10^{-3}$  Дж в зависимости от длины дистанции  $L$ , показана на рис. 8а, а кривая изменения отношения ускорений при тех же условиях эксперимента — на рис. 8б. С увеличением расстоя-

ния скорость прохождения волны возросла приблизительно в 2 раза. Причиной этого является улучшение акустических свойств среды за счет воздействия на большой длине малоамплитудных деформаций, возникающих в результате затухания сигнала с увеличением длины дистанции (рис. 8б).

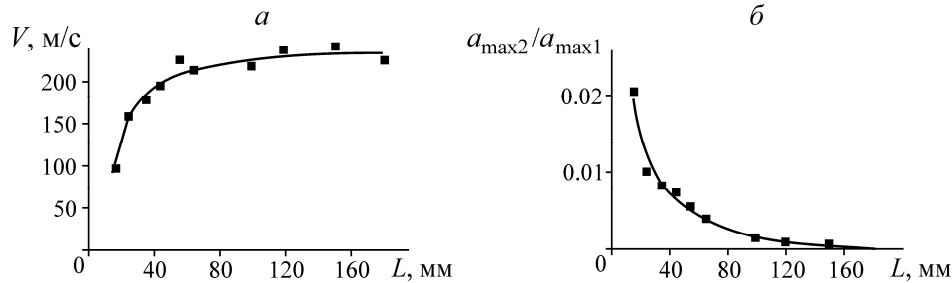


Рис. 8. Средняя скорость прохождения продольной волны (а) и отношение максимальных ускорений (б) в зависимости от длины дистанции при одинаковой энергии удара  $E = 4.55 \cdot 10^{-3}$  Дж

Рассмотрим теперь вопрос об устойчивости образовавшихся силовых “цепочек” к внешним воздействиям. Возмущение задавалось путем деформации образца знакопеременным циклическим сдвигом с размахом угла  $\alpha = \pm 1.5^\circ$ .

Сдвиг на малом угле приводил к незначительному дилатированию материала. Максимальное изменение объема составляло 0.2 %, но при возвращении камеры в положение  $\alpha = 0$  пористость практически полностью восстановилась. Казалось бы, после одного цикла сдвига никакого существенного изменения свойств среды произойти не могло. Однако опыты показали, что проводимость образца оказалась весьма чувствительной к возникшим изменениям упаковки частиц. Подобные результаты в других ситуациях приведены в исследованиях [17–19]. После возмущения доминирующие проводники из силовых цепочек с сильными контактами в проводящем канале нарушились. При прохождении волны через материал с новой структурой амплитуда  $a_2$  резко падает. Для первого удара, по сравнению с прежней максимальной амплитудой  $a_{\max 2}$ , это падение достигало 80 %.

Вернуть упаковку в прежнее проводящее состояние достаточно просто – воздействием на ее структуру ряда повторных импульсов. На рис. 9а показано восстановление проводимости канала — амплитуды датчика 2 в конце дистанции  $L = 45$  мм в зависимости от порядкового номера удара постоянной энергии  $E = 4.5 \cdot 10^{-3}$  Дж. После  $N^* = 20$  ударов происходит практически полное восстановление проводимости.

Установлено, что число  $N^*$  слабо зависит от энергии удара в исследованном диапазоне. Вследствие значительного расширения спектра пропускаемых частот в процессе улучшения проводимости канала от удара к удару длительность импульсов в этом опыте уменьшилась в 2 раза и составила  $\tau_2 = 560 - 330$  мкс (рис. 9б).

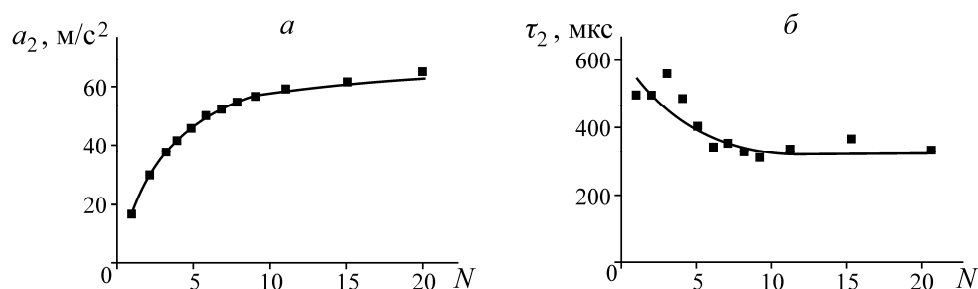


Рис. 9. Амплитуда (а) и длительность импульсов (б) в конце дистанции  $L = 55$  мм при постоянной энергии удара  $E = 4.55 \cdot 10^{-3}$  Дж в зависимости от числа ударов

Рассмотрим влияние внешней пригрузки на акустические свойства песка. Равномерно распределенное статическое давление на свободной поверхности образца сближает частицы, уменьшая промежутки между ними, обеспечивает плотное прижимание их друг к другу, увеличивает площади контактирующих поверхностей. В результате материал меняет свои акустические свойства. На рис. 10 приведены амплитуды сигналов  $a_{\max 2}$  для стеклянных шариков в зависимости от вертикальной распределенной нагрузки. Видно, что с увеличением пригрузки за счет улучшения проводимости канала  $a_{\max 2}$  возрастает. Изменение максимальных ускорений в зависимости от пригрузки составило  $a_{\max 2} = 23 - 49$  м/с, соответственно затухание сигнала  $a_{\max 1}/a_{\max 2}$  уменьшилось в 1.9 раза.

На рис. 11 показано влияние пригрузки на скорость распространения волны в слое из стеклянных шариков. Диапазон изменения скорости при возрастании пригрузки от 1.3 до 9.9 кПа составил 150–215 м/с.

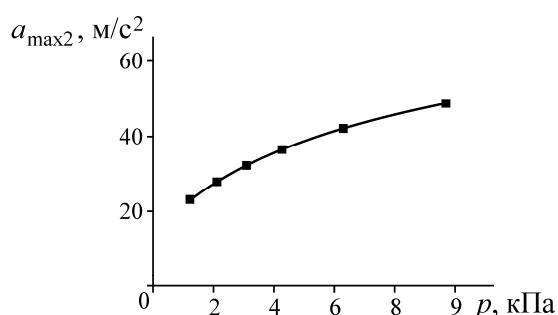


Рис. 10. Изменение максимальных амплитуд импульсов в зависимости от пригрузки (стеклянные шарики диаметром 1 мм, дистанция  $L = 35$  мм, энергия удара  $E = 0.35 \cdot 10^{-3}$  Дж)

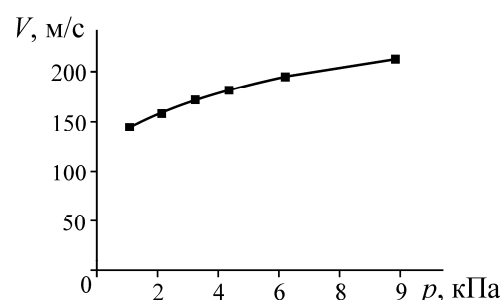


Рис. 11. Изменение скорости распространения волны в зависимости от пригрузки

## ВЫВОДЫ

Рассмотрено прохождение акустических волн малой интенсивности от слабых ударов через упаковки калиброванных стеклянных шариков диаметром 1 мм. Многократное до 20 раз приложение кратковременных нагрузок приводит к формированию канала повышенной проводимости возмущений от частицы к частице по силовым “цепочкам”. Образовавшиеся “цепочки” неустойчивы к сдвиговым деформациям образца в целом, но после многократных ударов снова восстанавливаются.

Равномерно распределенная пригрузка на поверхности образца улучшает акустические свойства среды, вызывая рост скорости распространения волны и уменьшение затухания сигнала.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гильберт Д. Избранные труды / под ред. А. Н. Паршина. — М.: Факториал, 1998. — Т 2. — 607 с.
2. Кеплер И. О шестиугольных снежинках. — М.: Наука, 1982. — 192 с.
3. Дересевич Г. Механика зернистой среды // Проблемы механики: сб. ст. / под ред. Х. Драйдена, Т. Кармана. — М.: ИЛ, 1961. — Вып. 3. — С. 91 – 152.
4. Гильберт Д., Кон-Фоссен С. Наглядная геометрия. — М.: Наука, 1981. — 344 с.
5. Шаскольская М. П. Кристаллография. — М.: Высш. шк., 1984. — 376 с.
6. Пирсон В. Кристаллохимия и физика металлов и сплавов. Ч. I. — М.: Мир, 1977. — 421 с.

7. **Бобряков А. П., Ревуженко А. Ф., Шемякин Е. И.** Однородный сдвиг сыпучего материала. Дилатансия // ФТПРПИ. — 1982. — № 5 — С. 23 – 29.
8. **Allersma H. G.** Photo-elastic stress analysis and strains in simple shear, *Deform. and Failure Granular Mater.*, Rotterdam, 1982. — P. 345 – 353.
9. **Drescher A., de Josselin de Jong G.** Photoelastic verification of a mechanical model for the flow of a granular material, *J. Mech. Phys. Solids.*, 1972, Vol. 20, No. 5. — P. 337 – 351.
10. **Кочарян Г. Г., Марков В. К., Остапчук А. А., Павлов Д. В.** Мезомеханика и сопротивление сдвигу по трещине с заполнителем // *Физ. мезомеханика.* — 2013. — Т. 16. — № 5. — С. 5 – 15.
11. **Кочарян Г. Г., Остапчук А. А.** Акустическая эмиссия при различных режимах межблоковых перемещений // ФТПРПИ. — 2015. — № 1. — С. 3 – 13.
12. **Вильчинская Н. А.** Волна переупаковки песков и акустическая эмиссия // *ДАН СССР.* — 1982. — Т. 262. — № 3. — С. 568 – 572.
13. **Vilchinska N. A.** Force chains in granular media and ultrasound impulse propagation in sand specimen under load, *Electronic Journal Technical Acoustics*, <http://www.ejta.org>, 2007, 20.
14. **Колесников Ю. И., Медных Д. А.** О некоторых особенностях распространения акустических волн во влажном песке // *Физ. мезомеханика.* — 2004. — Т. 7. — № 1. — С. 69 – 74.
15. **Зайцев В. Ю., Гурбатов С. Н., Прончатов-Рубцов Н. В.** Нелинейные акустические явления в структурно-неоднородных средах. — Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2009. — 268 с.
16. **Куликов В. А., Сибиряков Е. Б.** Распространение сильных волн в неоднородных сыпучих средах // *Динамика сплошной среды. Акустика неоднородных сред.* — Новосибирск: ИГиЛ СО РАН, 2003. — Вып. 121. — С. 103 – 110.
17. **Гольдин С. В., Колесников С. В., Полозов С. В.** Распространение акустических волн в грунтах в условиях изменяющегося сдвигового напряжения (вплоть до разрушения) // *Физ. мезомеханика.* — 1999. — Т. 2. — № 6. — С. 105 – 113.
18. **Колесников С. В., Гольдин С. В., Полозов С. В.** Изменение акустических свойств влажных грунтов при их сдвиговом деформировании (результаты лабораторных экспериментов) // *Динамика сплошной среды: сб. науч. тр. ИГиЛ СО РАН.* — Новосибирск, 2002. — Вып. 121. — С. 97 – 102.
19. **Колесников Ю. И., Гольдин С. В., Полозов С. В.** Лабораторные исследования акустических свойств грунтов в условиях сдвигового разрушающего деформирования // *Геодинамика и напряженное состояние недр Земли: тр. Междунар. конф.* — Новосибирск: ИГД СО РАН, 1999. — С. 195 – 199.

*Поступила в редакцию 20/III 2016*