

УДК 539.375

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД НА РАСТЯЖЕНИЕ  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИСПЫТАНИЙ ДИСКОВЫХ ОБРАЗЦОВ  
С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ**

**В. П. Ефимов**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail:efimov-pedan@mail.ru  
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Приведены результаты испытаний дисковых образцов горных пород и модельных сред, имеющих центральное отверстие, нагруженных по диаметру. Для обработки результатов испытаний привлечены нелокальные критерии разрушения. Даны варианты вычисленных разрушающих усилий и их сравнение с измеренными нагрузками, при которых были разрушены образцы. Представлен алгоритм вычисления прочности на растяжение по результатам испытаний образцов с центральным отверстием.

*Разрушение, прочность, растяжение, “бразильская проба”, нелокальные критерии прочности*

Изучение свойств массива горных пород начинается с определения механических характеристик горных пород. Одной из них является прочность на растяжение. Для проведения измерений прочности горных пород по стандарту в условиях одноосного однородного растяжения требуется специфическое оборудование и довольно трудоемкая работа по изготовлению и креплению образцов. Прямое приложение растягивающей силы без эксцентриситета создать трудно. Кроме того, оно осложняется вторичными напряжениями, создаваемыми захватами. Подобные сложности, а также требуемая высокая жесткость испытательных машин заставили исследователей и инженеров искать другие схемы нагружений для получения этой характеристики. Так, прямые методы испытаний на растяжение оказались малопригодными для практических испытаний горных пород и были заменены косвенными. Поиск экспресс-методов испытаний горных пород обусловлен еще и тем, что прочностные свойства таких сред меняются в пределах шахтного поля, поэтому требуется большое количество испытаний.

Наибольшее распространение получил метод раздавливания цилиндрического образца по диаметру, известный как “бразильская проба”. При таком испытании диск сжимается по диаметру до разрушения. Максимальные растягивающие напряжения, возникающие в центральной части керна на линии приложения силы, близки к прочности испытываемой среды на разрыв [1]. Метод имеет ряд недостатков и может быть значительно улучшен введением отверстия в центр диска, являющегося концентратором напряжений [2, 3]. Уменьшение прикладываемых разрушающих усилий при проведении испытаний из-за введенного концентратора позволяет расширить рамки применения метода к слабым породам, проявляющим пластические свойства, таким как гипс, известняк. В [2] отмечено, что по таким позициям, как стабильность старта трещины из центра образца, симметричность обломков относительно линии приложения силы,

меньший разброс разрушающих усилий, предпочтение следует отдать способу разрушения дисков с отверстием. На рис. 1 представлены образцы из гипса (а) и оргстекла (б), сплошные и имеющие осевое отверстие, раздавленные по диаметру.

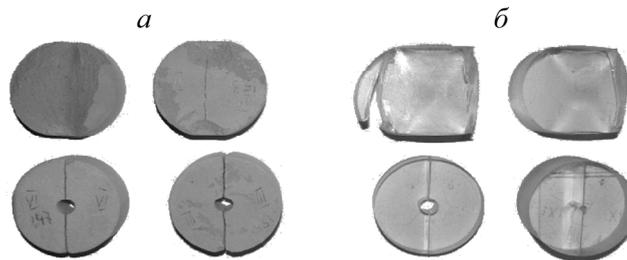


Рис. 1. Образцы из гипса искусственного (а) и органического стекла (б), испытанные по схеме “бразильская проба” с центральным отверстием и без него

Внесение концентратора напряжений в виде малого осевого отверстия позволило разрушить образцы данных материалов без появления пластических площадок под нагрузочными плитами. Испытания в таких условиях ближе к одноосным, так как в опасных точках, откуда развиваются трещины, отсутствуют напряжения сжатия, которые имеются при испытаниях сплошных образцов по схеме “бразильская проба”.

Обработывая данные испытаний на основе упругого решения и традиционного локального критерия разрушения, авторы [2] не смогли объяснить высокие значения прочности горных пород в опасных точках, где наблюдается концентрация напряжений. При таких испытаниях поле напряжений неоднородно, поэтому применение локального критерия разрушения, не учитывающего структуру среды, проблематично.

В последнее время для описания разрушения структурно-неоднородных материалов используются нелокальные критерии разрушения [3 – 10]. Нелокальные критерии прочности дают возможность сопоставить между собой значения прочности, полученные при испытаниях в однородных и неоднородных полях. Одним из самых известных и распространенных нелокальных подходов к описанию разрушения является интегральный критерий В. В. Новожилова [3, 4], который связывает среднее напряжение на площадке осреднения с прочностью на растяжение в однородном поле. В [11] для обработки данных, полученных при разрушении кернов с центральным отверстием, использован градиентный подход, который позволил связать нелокальную прочность среды с прочностью на растяжение в однородном поле [12 – 14]. В [15] для образцов горных пород в виде кернов со сквозным отверстием, пробуренным на некотором расстоянии от оси приложения нагрузки, рассмотрено применение интегрального критерия разрушения при инициализации разрушения.

В настоящей работе результаты испытаний дисков с отверстием обработаны с помощью интегрального и градиентного критериев разрушения. По полученным значениям предельных нагрузок определены прочности исследованных пород при однородном растяжении.

#### ПРОВЕДЕНИЕ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИСПЫТАНИЙ

Испытания по разрушению образцов с осевым отверстием выполнены на долерите, габбродиорите, граните и мраморе, а также на материалах, моделирующих горные породы, гипсе и сургуче. Прочность на растяжение определялась “бразильским методом” на сплошных образцах для горных пород, для модельных сред сургуча и гипса проведены испытания как на прямое одноосное растяжение, так и “бразильским методом”. Для уменьшения разброса механических свойств образцы горных пород выбуривались из одной плиты. Разрушение образцов осуществлялось вдоль выделенного направления. Образцы модельных сред изготавливались в одинаковых условиях, выдерживались после обработки длительный срок, чтобы минимизировать разброс по

прочности. Для стабилизации их контактов с нагрузочными плитами использовались прокладки из фторопласта (50 мкм). Схема испытаний показана на рис. 2. Все образцы горных пород имели диаметр 37.6 мм и толщину 18–20 мм. У образцов из долерита диаметр центрального отверстия составлял 3.4 мм, из габбро-диорита, гранита и мрамора — 6.5 мм. Образцы из гипса и сургуча имели диаметр 40 мм, толщину около 20 мм и диаметр центрального отверстия 6 мм.

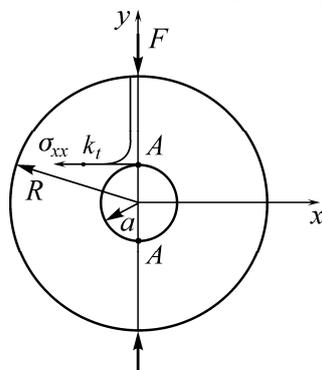


Рис. 2. Диск с центральным отверстием для испытаний по методу “бразильская проба”

Образцы из гипса и сургуча, испытанные на прямое растяжение, были плоские толщиной 20 мм гантелеобразной формы с прямоугольным рабочим участком шириной 20 и длиной 80 мм. Для исключения изгибающих и крутящих моментов во время нагружения образцы растягивались специальными захватами с шаровыми элементами. Для сургуча прочность, определенная прямым растяжением и “бразильским методом”, оказалась практически одинаковой. Для гипса прочность на прямое растяжение составила  $1.22 \pm 0.21$  МПа, методом “бразильской пробы”  $1.88 \pm 0.15$  МПа, что существенно отличается от значений прочности на прямое растяжение.

Испытания проводились при комнатной температуре и одинаковой скорости подачи траверсы 0.5 мм/мин на испытательном стенде УМЭ-10ТМ, что соответствовало скорости нагружения примерно 1 МПа/с. Результаты экспериментов представлены в табл. 1. Там же приведены величины трещиностойкости исследованных сред, измеренные заранее и используемые в дальнейшем изложении. Для их расчета применялась методика [16].

ТАБЛИЦА 1. Средние значения разрушающих усилий при испытаниях образцов с центральным отверстием  $F_c$  и без него  $F_0$  “бразильским методом”

Порода	$\sigma_0$ , МПа	$K_{1c}$ , МПа м <sup>1/2</sup>	$\delta$ , мм	$F_0$ , кГ	$F_c$ , кГ	$R$ , мм	$a$ , мм	$\delta/L_e$	$F_0/F_c$	$k_t$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Долерит	25	2.06	4.32	2965	1995	18.8	1.7	9.33	1.48	6.05
Габбро-диорит	13.4	1.26	5.63	1580	923	18.8	3.25	6.35	1.71	6.96
Гранит	11.2	1.14	6.6	1325	826	18.8	3.25	7.44	1.6	6.96
Мрамор уфалейский	6.9	0.9	10.8	815	608	18.8	3.25	12.2	1.34	6.96
Гипс искусственный	1.22	0.146	9.12	—	125.8	20	2	16.7	—	6.13
Сургуч	2.17	0.165	3.58	275.4	153	20	2	6.57	1.8	6.13

Примечание.  $K_{1c}$  — трещиностойкость среды;  $a$  — радиус внутреннего отверстия;  $\delta$  — параметр структуры, определенный по (3);  $L_e$  — мера неоднородности поля напряжений, определенная по (5);  $R$  — радиус диска;  $\delta/L_e$  — безразмерный параметр;  $k_t$  — коэффициент концентрации напряжений

В последнем столбце табл. 1 помещены значения коэффициента концентрации напряжений, определенные при упругом решении из соотношения  $k_t = \sigma_{\max} / (F_c / \pi R t)$ , где  $t$  — толщина образца. Применение в данном случае традиционного локального критерия прочности приво-

дит, как видно из табл. 1, к высоким значениям локальной прочности породы в “опасных” точках  $A$ , рис. 2. Это свидетельствует о том, что использование локального критерия разрушения, вообще говоря, неправомерно. Из табл. 1 также следует, что данное отношение зависит от испытываемого материала.

### РАСЧЕТ МАКСИМАЛЬНОЙ НАГРУЗКИ ПРИ РАЗРУШЕНИИ ДИСКОВЫХ ОБРАЗЦОВ С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ОТВЕРСТИЕМ

При расчете максимального усилия для разрушения образцов горных пород воспользуемся приведенным в [11] распределением растягивающего напряжения вдоль оси  $y$  по направлению движения возникающей трещины возле “опасной точки”  $A$  (рис. 2):

$$\sigma_x = \frac{F}{\pi R t} \left[ 2 - \frac{2a^2}{y^2} + \frac{12a^4}{y^4} \right], \quad (1)$$

где  $F$  — сжимающая сила в момент разрушения достигает максимального значения.

Рассмотрим два варианта нелокальных критериев разрушения. При интегральном критерии В. В. Новожилова [3]  $\sigma_0 = \frac{1}{\delta} \int_a^{a+\delta} \sigma_x(r) dr$  в данной геометрии после интегрирования соотношения (1)

для вычисления силы раскалывания образца с отверстием  $F_c$  получаем следующее выражение:

$$F_c^{(1)} = \pi R t \sigma_0 \left( 1 + \frac{5a^3 + 4a^2\delta + a\delta^2}{(a+\delta)^3} \right)^{-1}, \quad (2)$$

где  $R, t$  — радиус и толщина диска соответственно;  $\sigma_0$  — прочность на растяжение в однородном поле;  $\delta$  — площадка осреднения, найденная из соотношения [8, 17]

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left( \frac{K_{Ic}}{\sigma_0} \right)^2, \quad (3)$$

Градиентный критерий, предложенный для описания возникновения текучести в [7], был затем применен к хрупкому разрушению [13, 14]. Этот критерий связывает локальное напряжение в опасной точке с прочностью на растяжение соотношением  $\sigma_e = \sigma_0 \left( 1 + \sqrt{\frac{\delta}{L_e}} \right)$ , где  $\sigma_e$  — локальное напряжение. Указанный подход к испытанию кернов с отверстием дает следующее условие разрушения:

$$F_c^{(2)} = \pi R t \sigma_0 \left( \frac{1 + \sqrt{\delta/L_e}}{k_t} \right), \quad (4)$$

где  $k_t(a)$  — коэффициент концентрации напряжений, рассчитанный по теории упругости.

Используемые здесь значения коэффициента концентрации напряжений в зависимости от отношения внутреннего отверстия к радиусу керна приведены в [11]. Структурный параметр среды  $\delta$  находится из (3), мера неоднородности поля  $L_e$  для данной геометрии — из соотношения

$$L_e = \frac{\sigma_e}{|\text{grad } \sigma_e|} = \frac{3}{11} a. \quad (5)$$

Значения предельных нагрузок, вычисленные по формулам (2), (4) с применением нелокальных критериев прочности, представлены в табл. 2. Видно, что они близки к экспериментальным. В последней строке столбцов 5 и 6, где показано отношение расчетных значений разрушающей нагрузки к экспериментальным, приведены данные статистической обработки.

Для демонстрации возможностей нелокальных моделей на рис. 3 приведены отношения вычисленных значений разрушающих нагрузок к измеренным для образцов с осевым отверстием из табл. 2. Расчетные значения дополнены отношениями, определенными с помощью локального традиционного критерия разрушения. Значения, вычисленные с использованием локального критерия разрушения по формуле  $F_c^l = \pi R t \sigma_0 / k_l(a)$ , обозначены черными квадратиками.

ТАБЛИЦА 2. Расчетные предельные нагрузки при разрушении образцов с отверстием при использовании интегрального  $F_c^{(1)}$  и градиентного  $F_c^{(2)}$  критериев и их отношение к экспериментально измеренной разрушающей нагрузке

Порода	$F_c$ , кГ	$F_c^{(1)}$ , кГ	$F_c^{(2)}$ , кГ	$F_c^{(1)}/F_c$	$F_c^{(2)}/F_c$	$\delta/L_e$
1	2	3	4	5	6	7
Долерит	1995	1985	1978	0.995	0.991	9.33
Габбро-диорит	923	913.6	800.3	0.99	0.87	6.35
Гранит	826	816.4	708.4	0.988	0.857	7.44
Мрамор уфалейский	608	598	526	0.984	0.865	12.2
Гипс искусственный	125.8	125	130	0.99	1.04	16.7
Сургуч	155	161	160	1.04	1.03	6.57
Среднее значение и доверительный интервал				$1.0 \pm 0.03$	$0.94 \pm 0.09$	

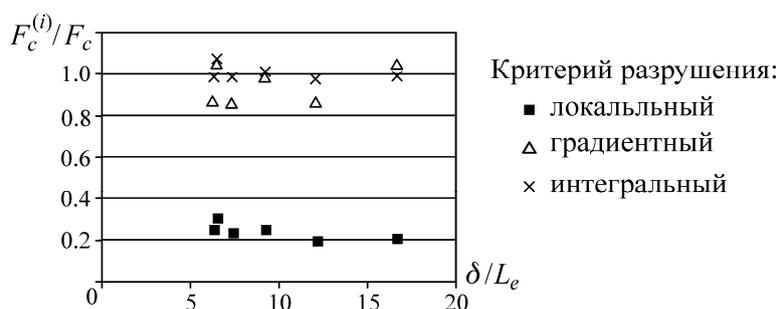


Рис. 3. Отношение расчетных значений разрушающих нагрузок к измеренным при разрушении дисков с осевым отверстием

Как следует из табл. 2 и рис. 3, значения разрушающих нагрузок, найденные с помощью нелокальных критериев разрушения, значительно ближе к измеренным, чем полученные с помощью традиционного критерия. Таким образом, можно сделать вывод, что применение интегрального критерия прочности (на рис. 3 эти значения обозначены крестиками) предпочтительней, чем градиентного (треугольники).

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОЧНОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ ПО ЗНАЧЕНИЯМ РАЗРУШАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ

Расчет разрушающих усилий с применением нелокальных моделей разрушения выполнен по известному значению структурного параметра  $\delta$ , который зависит от прочности среды  $\sigma_0$ . На практике известна критическая нагрузка, при которой разрушается образец, и по ней определяется прочность среды, которая аналогична испытаниям при одноосном однородном растяжении.

Исключая  $\delta$  из (2), (3) и применяя интегральный критерий, получаем уравнение

$$a^3 \sigma_p^7 - 6a^3 \sigma_c \sigma_p^6 + 3a^2 b \sigma_p^5 - 7a^2 b \sigma_c \sigma_p^4 + 3ab^2 \sigma_p^3 - 4ab^2 \sigma_c \sigma_p^2 + b^3 \sigma_p - b^3 \sigma_c = 0, \quad (6)$$

где  $\sigma_p$  — прочность на растяжение;  $b = (2/\pi)K_{1c}^2$ ;  $\sigma_c = F_c/\pi R t$  — прочность образца.

В результате использования градиентного критерия для расчета прочности имеем следующее соотношение:

$$\sigma_p = k_t \sigma_c - \sqrt{\frac{2}{\pi L_e}} K_{1c} \quad (7)$$

В табл. 3 помещены вычисленные значения прочности горных пород на растяжение для двух исследуемых моделей и их отношение к прочности на растяжение, измеренной “бразильским методом” для горных пород и прямым растяжением для сургуча и гипса. Они рассчитаны при среднем значении разрушающих усилий для каждой породы.

ТАБЛИЦА 3. Расчетные значения прочности на растяжение при использовании интегрального  $\sigma_p^{(1)}$  и градиентного  $\sigma_p^{(2)}$  критериев разрушения

Среда	$\sigma_p^{(1)}$	$\sigma_p^{(2)}$	$\sigma_0$	$\sigma_p^{(1)}/\sigma_0$	$\sigma_p^{(2)}/\sigma_0$
Долерит	25.5	25.6	25	1.02	1.027
Габбро-диорит	14.5	20	13.4	1.13	1.52
Гранит	12.1	18	11.2	1.08	1.6
Мрамор	7.0	11.3	6.9	1.01	1.64
Гипс	1.23	1.0	1.22	1.0	0.81
Сургуч	1.82	1.92	2.2	0.83	0.87
Среднее значение и доверительный интервал				$1.014 \pm 0.104$	$1.24 \pm 0.38$

На рис. 4 представлены отношения вычисленной прочности на растяжение и измеренной методом “бразильской пробы” для испытанных горных пород и на прямое растяжение для модельных сред. Следует отметить, что решение уравнения (6) сильно зависит от входных параметров: критической нагрузки и трещиностойкости. Чтобы обеспечить приемлемую точность найденной прочности с погрешностью 20 %, требуется определять входные параметры с погрешностью 5 %. Как показали результаты экспериментов, эффективное использование приведенных расчетных формул ограничивается областью  $a/R < 0.2$ .

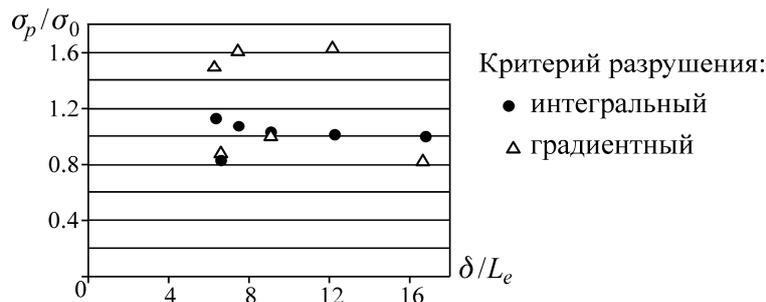


Рис. 4. Отношение вычисленной прочности на растяжение к измеренной методом “бразильской пробы” для горных пород и прямым растяжением — для модельных сред

Из рис. 4 и табл. 3 следует, что интегральный критерий прочности при обработке данных, полученных в результате разрушения образцов с центральным отверстием, дает наилучшую сходимость со значениями прочности на растяжение для горных пород и модельных сред, исследованных в работе. Предел прочности гипса искусственного, найденный при испытании дисков с центральным отверстием, совпадает со значением прочности на прямое растяжение. Это является доказательством работоспособности данного способа испытаний для сред, которые не могут быть проверены стандартным “бразильским методом”.

**ВЫВОДЫ**

При обработке экспериментальных данных по разрушению горных пород косвенными методами, когда поле напряжений неоднородно, применение традиционных локальных критериев прочности не всегда приемлемо.

Значения вычисленных критических нагрузок, приводящих к разрушению образцов с центральным отверстием, сжимаемых по диаметру, близки к измеренным с помощью нелокальных критериев прочности.

Расчет прочности среды на растяжение по результатам испытаний кернов с осевым отверстием на основе интегрального критерия прочности В. В. Новожилова дает наиболее близкие значения к значениям прочности на растяжение.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **Введение** в механику скальных пород. — М.: Мир, 1983. — 276 с.
2. **Mellor M., Hawkes I.** Measurement of tensile strength by diametral compression of disks and annuli, Eng. Geol., 1971, Vol. 5. — P. 173–225.
3. **Новожилов В. В.** О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 2. — С. 212–222.
4. **Новожилов В. В.** К основам теории равновесных трещин // ПММ. — 1969. — Т. 33. — Вып. 5. — С. 797–812.
5. **Lajtai E. Z.** Effect of tensile stress gradient on brittle fracture initiation, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 1972, Vol. 9. — P. 569–578.
6. **Харлаб В. Д., Минин В. А.** Критерий прочности, учитывающий влияние градиента напряженного состояния // Исследования по механике строительных конструкций и материалов: сб. тр. — Л.: ЛИСИ, 1989. — С. 53–57.
7. **Новопашин М. Д., Сукнев С. В.** Градиентный критерий текучести элементов конструкций с концентраторами напряжений // Моделирование в механике: сб. науч. тр. — Новосибирск, 1987. — Т. 1(18). — № 3. — С. 131–140.
8. **Леган М. А.** О взаимосвязи градиентных критериев локальной прочности в зоне концентрации напряжений с линейной механикой разрушения // ПМТФ. — 1993. — Т. 34. — № 4. — С. 146–154.
9. **Mikhailov S. E.** A functional approach to non-local strength condition and fracture criteria, Eng. Fract. Mech., 1995, Vol. 52, No. 4. — P. 731–754.
10. **Корнев В. М.** Обобщенный достаточный критерий прочности. Описание зоны предразрушения // ПМТФ. — 2002. — Т. 43. — № 5. — С. 153–161.
11. **Ефимов В. П.** Применение градиентного подхода к определению прочности горных пород на растяжение // ФТПРПИ. — 2002. — № 5. — С. 49–53.
12. **Сукнев С. В., Новопашин М. Д.** Применение градиентного подхода для оценки прочности горных пород // ФТПРПИ. — 1999. — № 4. — С. 54–60.
13. **Сукнев С. В.** Образование трещин отрыва в гипсе при равномерном и неравномерном распределении сжимающей нагрузки // ФТПРПИ. — 2011. — № 5. — С. 37–45.
14. **Леган М. А., Колодезев В. Е., Шеремет А. С.** Анализ хрупкого разрушения полистирольных плит с отверстиями // ПМТФ. — 2001. — Т. 42. — № 5. — С. 226–228.
15. **Van de Steen B., Vervoort A.** Non-location approach to fracture initiation in laboratory experiments with tensile stress gradient, Mechanics of materials, 2001, Vol. 33. — P. 729–740.
16. **Джон Е. Сроули.** Вязкость разрушения при плоской деформации. Разрушение. — Т. 4. — М.: Машиностроение, 1977. — С. 47–67.
17. **Ефимов В. П.** Испытания горных пород в неоднородных полях растягивающих напряжений // ПМТФ. — 2013. — Т. 54. — № 5. — С. 199–209.

*Поступила в редакцию 11/1 2016*