

УДК 532.527, 555.55

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ПРИ ДВИЖЕНИИ ВИХРЕВОГО КОЛЬЦА

Д. Г. Ахметов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: akhmetov@hydro.nsc.ru

Представлены экспериментальные оценки энергии и диссипации энергии вихревого кольца. Проведено сравнение потерь энергии при движении вихревого кольца и хорошо обтекаемого твердого тела.

Ключевые слова: вихревое кольцо, диссипация энергии, сопротивление хорошо обтекаемых тел.

В работе [1] М. А. Лаврентьевым высказана идея о возможности снижения сопротивления движению твердых тел в вязкой жидкости за счет организации течения, аналогичного течению в вихревом кольце. Эту идею подтверждают следующие простые опыты. Если вытолкнуть массу воздуха, заключенного в детском надувном шаре, с начальной скоростью $5 \div 10$ м/с, то шар переместится на расстояние, равное $1,5 \div 2,0$ м; а если вытолкнуть такую же массу воздуха из круглого отверстия, радиус которого равен радиусу шара, то образуется вихревое кольцо, которое перемещается на расстояние, в 10–15 раз большее. Создается впечатление, что движение массы жидкости в виде вихревого кольца происходит с существенно меньшей диссипацией энергии.

Данная задача привлекла внимание ряда исследователей. В работе [2] теоретически определена диссипация энергии течения с двумя пустотелыми прямолинейными вихрями противоположных знаков, а в работе [3] проведены измерения сопротивления двух параллельных твердых цилиндров, вращающихся в противоположных направлениях. Установлено, что сопротивление движению вращающихся цилиндров меньше, чем в случае, когда цилиндры не вращаются, но не настолько, как это следует из теоретических оценок. Каждое из этих течений является плоским аналогом вихревого кольца. Представляет интерес непосредственное определение диссипации энергии при движении вихревого кольца и сравнение ее с мощностью, необходимой для движения в вязкой среде хорошо обтекаемого твердого тела.

Как известно, вихревое кольцо представляет собой тороидальный объем завихренной жидкости, который движется в окружающей среде перпендикулярно плоскости кольца с приблизительно постоянной скоростью [4]. Движение жидкости осесимметричное, вектор завихренности (ротор скорости) в торе направлен вдоль окружностей, соосных круговой оси тора. Вместе с тороидальным вихревым кольцом движется некоторый объем жидкости, охватывающий кольцо и имеющий форму, близкую к сплюснутому в направлении движения кольца эллипсоиду вращения. Этот замкнутый объем жидкости называется атмосферой вихря. Внутри атмосферы вихря жидкость циркулирует по замкнутым линиям тока, охватывающим ядро вихря. Движение среды, окружающей атмосферу вихря, подобно безотрывному обтеканию соответствующего твердого тела. По экспериментально измеренному полю скоростей и скорости движения кольца можно определить энергетические характеристики вихревого кольца.

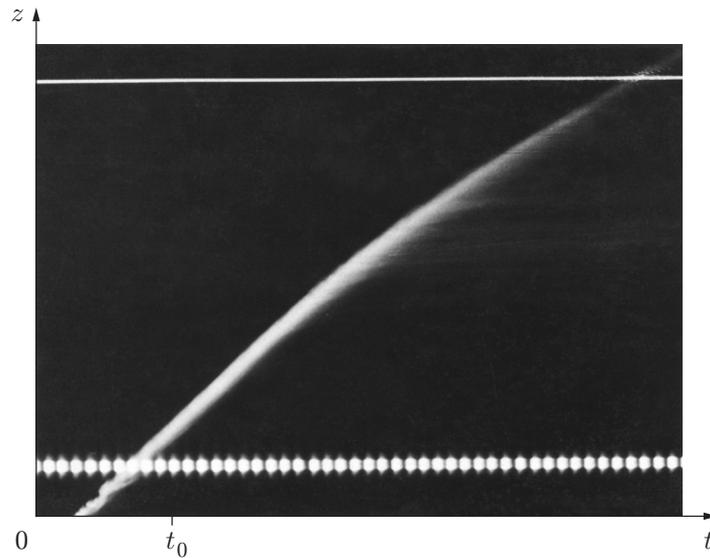


Рис. 1. Регистрограмма движения вихревого кольца

Впервые поле скоростей и гидродинамическая структура реального воздушного вихревого кольца, образующегося при истечении затопленной струи конечной длины из круглого сопла, определены в работе [5]. Осесимметричное поле скоростей ламинарного вихревого кольца измерено с помощью двух термоанемометрических датчиков, установленных на пути вихря на некотором расстоянии от выходного сечения сопла, где процесс формирования вихря можно считать закончившимся. Поступательная скорость вихревого кольца определена путем фоторегистрации движения вихря в зависимости от времени. При этом вихревое кольцо визуализировалось дымом, подаваемым в сопло генератора вихрей. Движение вихря регистрировалось через узкую щелевую диафрагму, установленную параллельно направлению его перемещения, на киноплёнку, равномерно движущуюся перпендикулярно щели. При такой съёмке на киноплёнке регистрируется закон движения вихря во времени, что позволяет определить его поступательную скорость. Одна из полученных таким образом фоторегистрограмм показана на рис. 1 (t_0 — момент измерений поля скоростей), откуда следует, что поступательная скорость исследуемого вихревого кольца равна $u_0 = (1,75 \pm 0,05)$ м/с. Полная картина распределений скорости данного вихревого кольца представлена в работе [5].

Распределение скорости в плоскости кольца (при $z = 0$) в связанной с вихрем цилиндрической системе координат (z, r) показано на рис. 2. Расстояние вдоль оси r от начала координат до точки пересечения кривой $u(0, r)$ с осью абсцисс определяет радиус вихревого кольца $R = 46,5$ мм. В окрестности точки $r = R$ распределение скорости имеет практически линейный характер. Линейный участок кривой соответствует ядру вихря, а расстояние $2a$ вдоль оси r между точками экстремумов на концах линейного участка кривой можно принять в качестве диаметра ядра вихря. Штриховая линия на рис. 2, параллельная оси r , соответствует поступательной скорости вихревого кольца u_0 . Число Рейнольдса вихревого кольца, определенное по его радиусу и скорости при значении кинематической вязкости $\nu = 1,49 \cdot 10^{-5}$ м²/с, равно $Re = u_0 R / \nu = 4,54 \cdot 10^3$. Из результатов экспериментов следует, что осциллограммы скорости вихревого кольца представляют собой гладкие кривые, а распределение визуализирующего течения дыма имеет слоистый характер, т. е. вихревое кольцо является ламинарным.

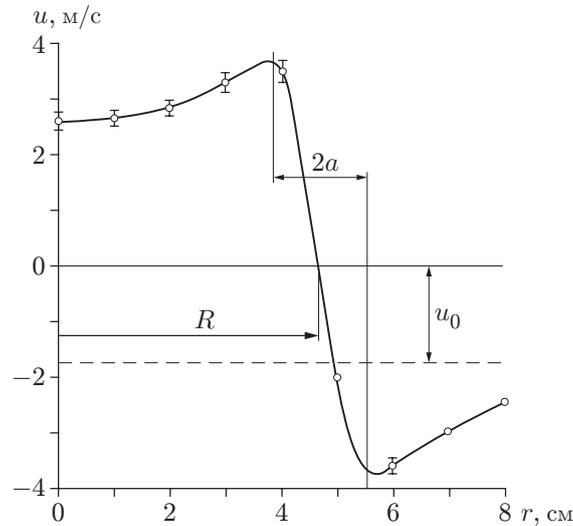
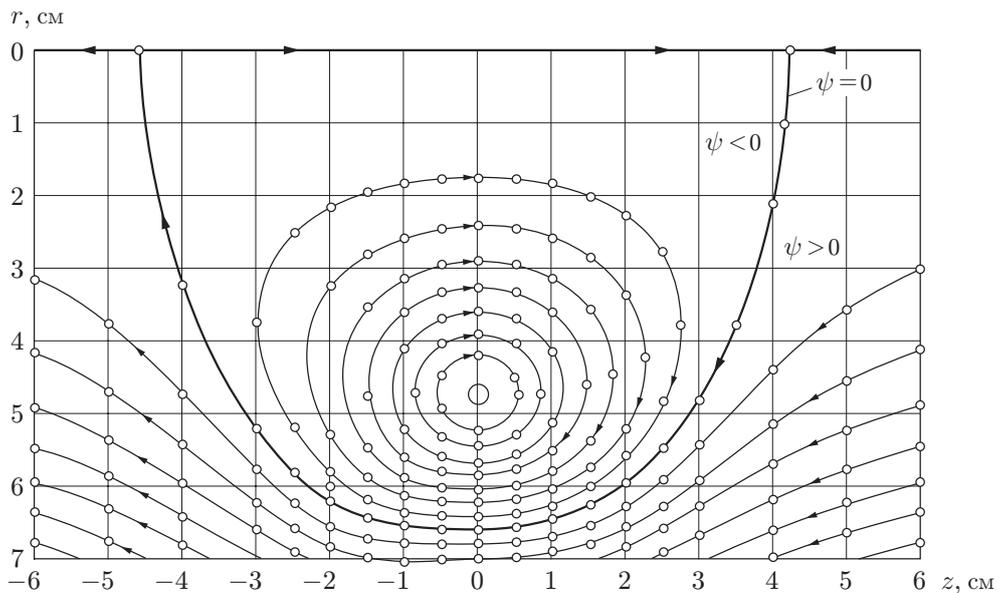
Рис. 2. Распределение скорости в плоскости вихревого кольца $z = 0$ 

Рис. 3. Картина линий тока

По полю скорости найдена функция тока ψ и построена картина линий тока с шагом $\Delta\psi = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ (рис. 3). Видно, что нулевая линия тока ($\psi = 0$), состоящая из оси z и некоторой замкнутой кривой, делит пространство течения на две области. При $\psi < 0$ линии тока замкнуты и жидкость циркулирует вокруг точки $z = 0, r = R$. При $\psi > 0$ линии тока представляют собой незамкнутые кривые, соответствующие безотрывному обтеканию тела, ограниченного поверхностью $\psi = 0$, равномерным потоком со скоростью, равной скорости поступательного движения вихревого кольца u_0 . По мере увеличения значения $|\psi|$ форма замкнутых линий тока приближается к форме окружности с центром в точке $z = 0, r = R$. Замкнутая линия тока $\psi = 0$ отсекает на оси z отрезки, длина которых различается примерно на 10%. Можно предположить, что асимметрия вихря в направлении движения вихря вдоль оси z обусловлена влиянием вязкости среды. Форма поверхности вращения, образованной замкнутой линией тока $\psi = 0$, близка к форме сплюснутого эллипсоида вращения

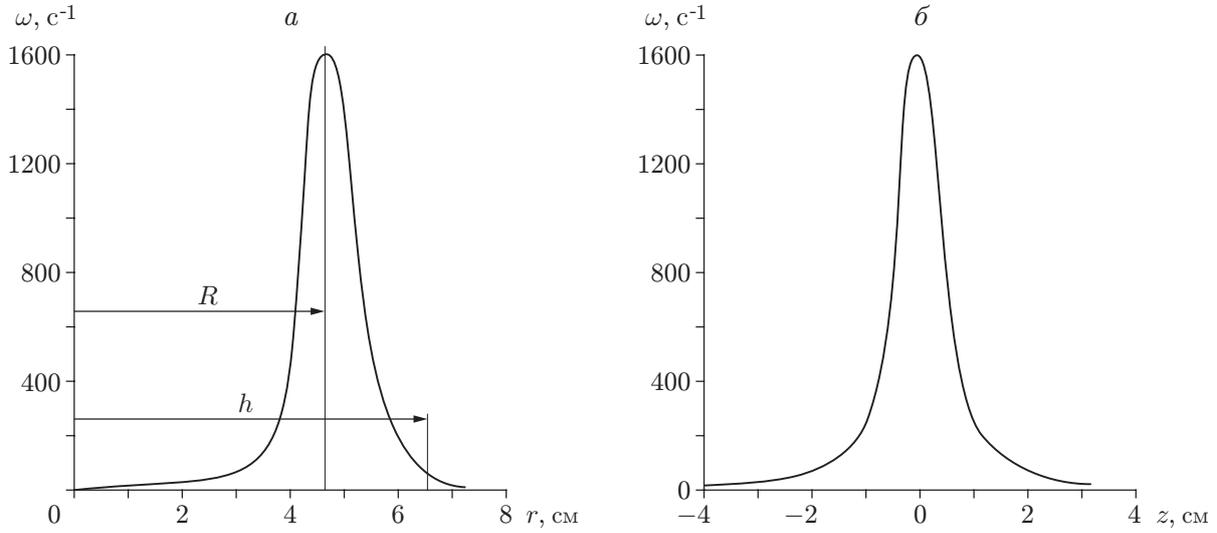


Рис. 4. Распределение завихренности:
 а — $z = 0$; б — $r = R$

с отношением полуосей $h/l \approx 1,5$. Жидкость, ограниченная поверхностью $\psi = 0$, представляет собой атмосферу вихревого кольца и совершает движение вместе с ним. Объем атмосферы вихря $V \approx 0,846 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, а коэффициент присоединенной массы [6] атмосферы в направлении ее движения $\mu_z \approx 0,83$. Найденные по полю скорости распределения завихренности ω в двух сечениях вихря показаны на рис. 4, откуда следует, что завихренность ограничена колоколообразной кривой с амплитудой $\omega_{\text{max}} \approx 1600 \text{ с}^{-1}$ в окрестности точки $z = 0, r = R$.

По представленным в работе [5] экспериментальным данным можно определить энергетические характеристики вихревого кольца. Энергия вихревого кольца представляет собой сумму энергии E_a жидкости в атмосфере вихря и энергии E_f жидкости вне атмосферы вихря. Эти составляющие определяются по отдельности. Энергия атмосферы вихря вычисляется непосредственным интегрированием по объему V распределения скоростей:

$$E_a = \rho \int_V \frac{(u + u_0)^2 + v^2}{2} dV = 4,54 \cdot 10^{-3} \text{ Дж} \quad (\rho = 1,21 \text{ кг/м}^3 \text{ — плотность среды; } u, v \text{ —}$$

осевая и радиальная компоненты скорости). Энергия жидкости вне атмосферы вихря оценивается по коэффициенту присоединенной массы μ_z атмосферы вихря: $E_f = \mu_z \rho u_0^2 V / 2 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$. Итак, полная энергия вихревого кольца $E = E_a + E_f = 5,84 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$. Следует отметить, что $E_f / E_a \approx 0,22$, т. е. кинетическая энергия течения вне атмосферы вихревого кольца составляет лишь 1/5 кинетической энергии жидкости в атмосфере вихря. Из результатов сравнения энергии атмосферы вихревого кольца E_a с энергией $E_t = \rho u_0^2 V / 2 = 1,55 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$ твердого тела той же массы, движущегося в пустоте со скоростью u_0 , следует, что $E_a / E_t \approx 2,93$, т. е. энергия жидкости в атмосфере вихря примерно в три раза больше энергии соответствующего твердого тела.

По распределениям скорости \mathbf{u} и завихренности ω можно найти диссипацию энергии $F = \partial E / \partial t$ вихревого кольца. Как известно, вязкая диссипация энергии в единице объема жидкости осесимметричного течения определяется выражением

$$\Phi = 2\mu \left[\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right],$$

где μ — динамическая вязкость [4, 7]. Распределение диссипации энергии Φ в вихревом

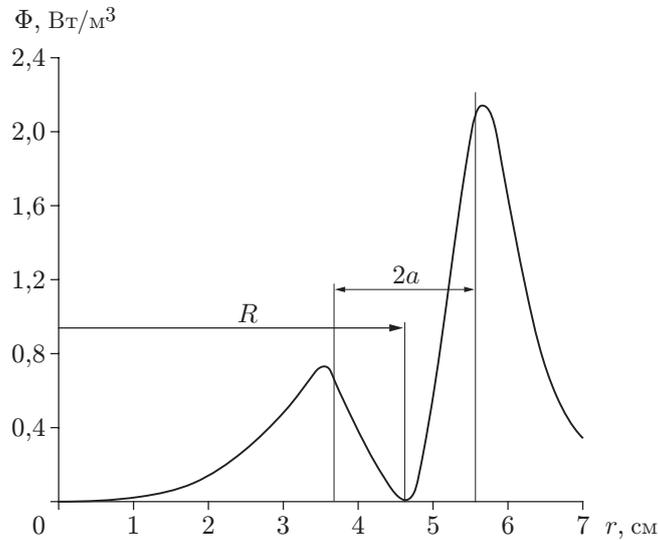


Рис. 5. Распределение диссипации энергии вдоль оси r в плоскости $z = 0$

кольце вдоль оси r в плоскости $z = 0$ показано на рис. 5. Как и следовало ожидать, диссипация энергии максимальна в зоне больших градиентов скорости вблизи границы ядра вихря и минимальна внутри ядра, где движение жидкости близко к вращению твердого тела. Диссипация энергии в объеме жидкости V определяется по формуле [4, 7]

$$F = \frac{\partial E}{\partial t} = \mu \left[\iiint_V \omega^2 dV + \iint_{\Sigma} \frac{\partial |\mathbf{u}|^2}{\partial n} d\Sigma - 2 \iint_{\Sigma} [\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}] \cdot \mathbf{n} d\Sigma \right],$$

где V — рассматриваемый объем жидкости; Σ — площадь поверхности, ограничивающая объем V ; \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности Σ . Диссипация вычисляется отдельно внутри атмосферы вихря и в окружающей атмосферу жидкости. Из расчетов по приведенной выше формуле при $\mu = 17,9 \cdot 10^{-6}$ кг/(м·с) следует, что диссипация энергии в атмосфере вихря $F_a = 0,82 \cdot 10^{-3}$ Вт. Аналогично определяется диссипация энергии F_f вне атмосферы вихря с учетом того, что объемный интеграл по V при этом исчезает, так как вне атмосферы вихря $\omega \approx 0$. В расчетах получено значение $F_f = 0,204 \cdot 10^{-3}$ Вт. Итак, полная диссипация энергии вихревого кольца равна $F = F_a + F_f = 1,02 \cdot 10^{-3}$ Вт. По найденному значению F можно оценить потери энергии δE за время $\delta t = 2R/u_0$ перемещения вихревого кольца на расстояние, равное его диаметру. Так как $\delta t = 0,054$ с и $F = \partial E/\partial t$, то $\delta E = F \delta t \approx 0,055 \cdot 10^{-3}$ Дж, следовательно, $\delta E/E \approx 0,01$, т. е. за время δt вихревое кольцо теряет приблизительно 1 % своей энергии.

Сопоставим диссипацию энергии вихревого кольца с потерями энергии при движении в вязкой среде хорошо обтекаемого твердого тела. В многочисленных экспериментах установлено, что минимальным сопротивлением обладают безотрывно обтекаемые осесимметричные тела веретенообразной формы с удлинением (отношением длины тела l к его поперечному размеру d) $k = l/d = 5 \div 6$ [8]. Поскольку при безотрывном обтекании сопротивление тела определяется только поверхностным трением, необходимо знать площадь поверхности тела. Площадь поверхности хорошо обтекаемого тела можно оценить приближенно как площадь поверхности удлиненного эллипсоида вращения с отношением полуосей $k = 6$ и с объемом, равным объему V атмосферы вихревого кольца. Можно показать, что длина такого эллипсоида $L = (6k^2/\pi)^{1/3} V^{1/3}$, а площадь поверхности $S = 9\pi V^{2/3}/(2k^2 A)$. Здесь $A = 1 + (k^2/\sqrt{k^2 - 1}) \arcsin(\sqrt{k^2 - 1}/k)$. Подставляя значения

$V = 0,846 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $k = 6$, получаем $L \approx 0,387 \text{ м}$, $S \approx 0,0625 \text{ м}^2$. Число Рейнольдса для этого тела, движущегося со скоростью вихревого кольца $u_0 \approx 1,75 \text{ м/с}$, равно $4,52 \cdot 10^4$. Гидродинамическое сопротивление Q тела можно определить как сопротивление плоской пластины с площадью смоченной поверхности S . Итак, $Q = c_f(\rho u_0^2/2)S$, где c_f — коэффициент поверхностного трения плоской пластины, смоченной с одной стороны. Так как при $Re < 5 \cdot 10^5 \div 10^6$ течение является ламинарным [8, 9], то величину c_f можно определить по формуле Блазиуса: $c_f = 1,328/\sqrt{Re} = 0,625 \cdot 10^{-2}$ (см. [9]). При этом сила сопротивления тела равна $Q \approx 0,723 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$, а мощность W , необходимая для движения этого тела, равна $W = Qu_0 \approx 1,265 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$. Из результатов сравнения мощности W и диссипации энергии вихревого кольца $F = 1,02 \cdot 10^{-3} \text{ Вт}$ следует, что затраты энергии при движении вихревого кольца ненамного меньше соответствующего значения для хорошо обтекаемого тела равного объема. Следует отметить, что в реальной ситуации потери энергии при движении твердого тела могут быть несколько больше найденного значения, так как движение любого твердого тела при данных числах Рейнольдса сопровождается отрывом потока с его поверхности и образованием спутного следа за ним, что приводит к увеличению сопротивления тела. Отношение W к диссипации энергии F_f вне атмосферы вихря $W/F_f \approx 6,2$, т. е. при движении тела, аналогичного по форме и объему атмосфере вихря с соответствующей подвижной границей, потери энергии оказываются существенно меньшими по сравнению с мощностью, необходимой для движения хорошо обтекаемого твердого тела. Ясно, что практическая реализация такого выигрыша в энергетических затратах возможна лишь для тела, аналогичного атмосфере вихревого кольца с соответствующей подвижной границей, создание которого является сложной технической задачей.

На основе полученных энергетических оценок можно попытаться качественно объяснить результаты указанных выше экспериментов. Очевидно, что бóльшая длина пути вихревого кольца по сравнению с длиной пути твердого тела обусловлена двумя факторами. Во-первых, атмосфера вихревого кольца представляет собой тело с подвижной границей, что обеспечивает безотрывное обтекание с меньшим сопротивлением; во-вторых, полная энергия вихревого кольца состоит не только из энергии поступательного движения, но и из энергии циркуляционного движения жидкости в атмосфере вихря. Как показано выше, энергия жидкости в атмосфере вихревого кольца примерно в три раза больше энергии твердого тела той же массы. Ясно, что подвижность поверхности атмосферы вихря обеспечивается за счет циркуляционного движения жидкости в атмосфере вихря. Эти два фактора (большее значение начальной энергии вихревого кольца и подвижность поверхности, ограничивающей атмосферу вихря) качественно объясняют прохождение вихревым кольцом большего расстояния по сравнению с твердым телом равной массы, особенно сферическим (детским воздушным шаром), обтекаемым с отрывом потока.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лаврентьев М. А. Проблемы гидродинамики и их математические модели / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. М.: Наука, 1973.
2. Луговцов А. А., Луговцов Б. А. Пример обтекания тела с движущейся границей вязкой несжимаемой жидкостью // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1971. Вып. 8. С. 49–55.
3. Сенницкий В. Л. О силе сопротивления, действующей на пару круговых цилиндров, обтекаемых потоком воды // Динамика сплошной среды / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1981. Вып. 52. С. 178–182.
4. Ламб Г. Гидродинамика. М.; Л.: ОГИЗ, 1947.

5. **Ахметов Д. Г., Кисаров О. П.** Гидродинамическая структура кольцевого вихря // ПМТФ. 1966. № 4. С. 120–123.
6. **Кочин Н. Е.** Теоретическая гидродинамика / Н. Е. Кочин, И. А. Кибель, Н. В. Розе. М.: Физматгиз, 1963. Ч. 1.
7. **Серрин Дж.** Математические основы классической механики жидкости. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
8. **Современное** состояние гидроаэромеханики вязкой жидкости / Под ред. С. Гольдштейна. М.: Изд-во иностр. лит., 1948. Т. 2.
9. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.

*Поступила в редакцию 12/III 2007 г.,
в окончательном варианте — 23/IV 2007 г.*
