

**АППРОКСИМАЦИЯ СУБВЕРТИКАЛЬНОЙ ГРАНИЦЫ В ЗАДАЧАХ ИМПУЛЬСНЫХ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ЗОНДИРОВАНИЙ\***

**Н.В. Штабель<sup>1</sup>, М.И. Эпов<sup>1,2</sup>, Е.Ю. Антонов<sup>1</sup>, М.А. Корсаков<sup>1</sup>**

<sup>1</sup> *Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А. Трофимука СО РАН,  
630090, Новосибирск, просп. Академика Коптюга, 3, Россия*

<sup>2</sup> *Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, ул. Пирогова, 2, Россия*

Анализируются результаты математического моделирования импульсных электромагнитных полей в геологических средах, содержащих наклонные субвертикальные границы, а также интерпретации в рамках аппроксимирующих блочных моделей и слоисто-однородной проводящей модели. Исследуются возможности и ограничения этих подходов к инверсии данных импульсных зондирований реальных геологических сред.

*Векторный метод конечных элементов, трехмерное моделирование, импульсные электромагнитные зондирования.*

**APPROXIMATION OF A NEAR-VERTICAL BOUNDARY IN THE PROBLEMS  
OF PULSED ELECTROMAGNETIC SOUNDINGS**

**N.V. Shtabel<sup>1</sup>, M.I. Epov, E.Yu. Antonov, and M.A. Korsakov**

We analyze the results of a mathematical simulation of pulsed electromagnetic fields in geologic media with dipping near-vertical boundaries as well as interpretations within approximating block models and a layered-homogeneous conducting model. We consider the possibilities and limitations of these approaches to the inversion of data from pulsed soundings of actual geologic media.

*Vector finite-elements method, 3D modeling, pulsed electromagnetic soundings*

**ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Основы теории нестационарных зондирований базируются на анализе пространственного распределения электромагнитного поля в горизонтально-слоистых моделях электропроводящих немагнитных изотропных геологических сред. При этом наиболее распространенная наземная установка состоит из нескольких замкнутых контуров (петель) — одного генераторного и приемных.

При выключении тока в контуре под поверхностью проводящего полупространства, согласно закону индукции Фарадея, формируется кольцевой вихревой ток. Электромагнитное поле формируется вторичными вихревыми токами, наведенными в проводящих частях среды.

Вихревые токи образуют движущиеся в пространстве тороидальные структуры (их часто называют «кольцами дыма»). С течением времени после выключения вихревой токовый тороид погружается в среду, при этом его радиус и площадь сечения увеличиваются. В проводящем полупространстве центр тороида движется по прямой траектории, наклоненной к его поверхности под углом примерно  $28^\circ$  [Nabighian, 1979; Эпов и др., 1994]. Если же в основании горизонтально-слоистой модели лежит изолятор, то его траектория выполаживается и с течением времени он начинает двигаться горизонтально (т.н. зона S). В этом случае электрическое поле не пересекает внутренних границ, на которых удельная электрическая проводимость изменяется скачком.

\* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, Соглашение № 14.В37.21.0615 «Разработка и практическое применение эффективных программно-алгоритмических средств для моделирования нестационарных электромагнитных полей в трехмерных проводящих и поляризующихся геологических средах».

Описанный процесс в смысле генерации вторичного электромагнитного поля является вырожденным, поскольку в его формировании не участвует второй тип источников — заряды. Они появляются в среде, если есть негоризонтальные границы. Вихревое электрическое поле пересекает внутренние границы и на их поверхности возникают заряды, плотность которых пропорциональна среднему значению нормальной компоненты электрического поля на границе. Коэффициент пропорциональности называется коэффициентом контрастности и описывается простым выражением

$$k_{12} = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-},$$

где  $\sigma_+$ ,  $\sigma_-$  — значения электропроводности среды по разные стороны от границы.

Отметим их важную особенность: поверхностные заряды привязаны к границам и могут перемещаться только по ним. В то время как вихревой ток в тороиде со временем перемещается во всем полупространстве. В этом случае, особенно если наклонных границ в среде несколько, вихревые токи и поверхностные заряды взаимодействуют между собой. При этом традиционно принятое разделение поля на две моды — индукционную (вихревые токи) и гальваническую (заряды) — теряет физический смысл и не может в полной мере использоваться при анализе поведения нестационарного электромагнитного поля.

Современные системы трехмерной инверсии базируются, как правило, на классе моделей, состоящих из набора проводящих областей, разделенных между собой системой горизонтальных и вертикальных границ. Такое описание среды оставляет открытым вопрос об инверсии измеренных сигналов в весьма распространенных случаях, когда есть наклонные границы. Остается неясным, насколько адекватной является аппроксимация наклонной границы набором горизонтальных и вертикальных плоскостей. Из физических соображений ясно, что при их большом числе значения нестационарных электромагнитных полей в этих двух моделях будут сближаться между собой. При небольшом числе аппроксимирующих горизонтальных и вертикальных плоских границ и на наклонной границе распределение поверхностных зарядов будут существенно различаться между собой. На наклонной границе оно непрерывно, а на горизонтальных границах их плотность будет меняться скачком.

В работе с помощью прямого математического моделирования оценена допустимость описания наклонных границ более простыми моделями с горизонтальными и вертикальными границами.

Для простоты рассмотрим модель с одной наклонной (под углом  $40^\circ$ ) плоскостью, разделяющей две области разной электропроводности. Будем аппроксимировать ее совокупностью вертикальных и горизонтальных поверхностей, образующих ступени. Определим число и размеры ступеней, необходимых для аппроксимации наклонной границы, так чтобы нестационарные поля на поверхности полупространства отличались между собой не более чем на 1—3 %. Выполним анализ поведения нестационарного электромагнитного поля в более сложных моделях, содержащих несколько наклонных границ. В заключение рассмотрим последствия модельного несоответствия при инверсии таких сигналов в рамках горизонтально-слоистых моделей.

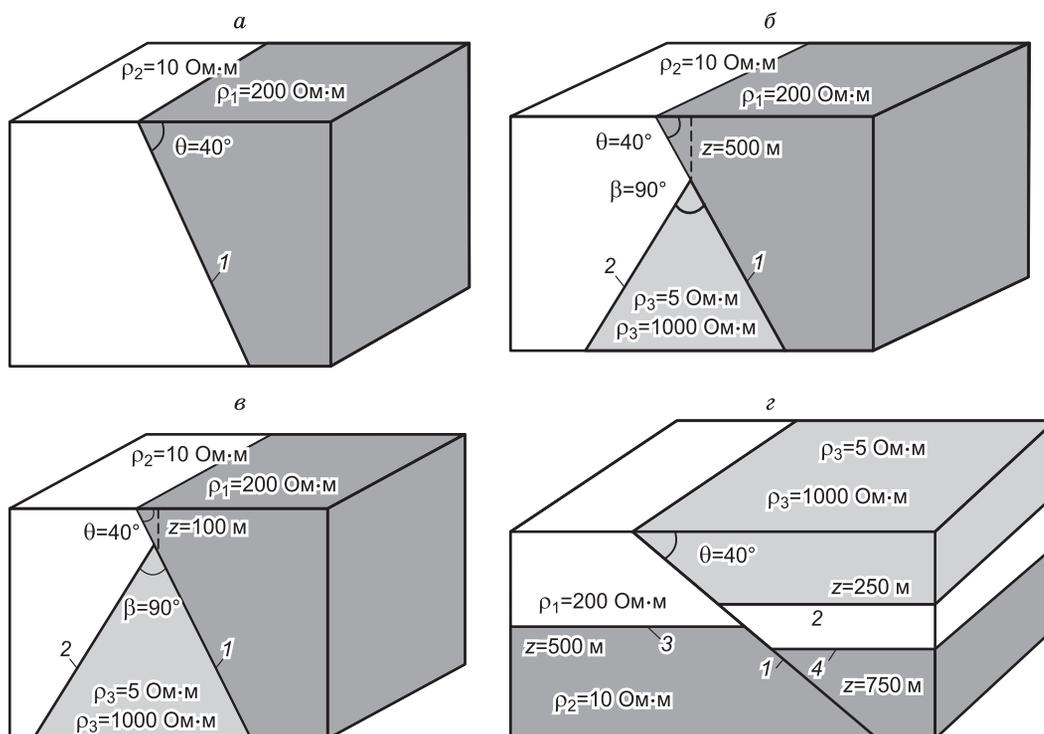
## МОДЕЛИ СРЕДЫ И УСТАНОВКИ

Модель представляет собой параллелепипед со сторонами  $3 \times 3 \times 4$  км, который разделен на две подобласти: почти непроводящую (воздух) и проводящую (земля). Высота каждой из них 2 км. Будем предполагать, что среда является немагнитной и неполяризуемой ( $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м,  $\epsilon = \epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  Ф/м). Удельное электрическое сопротивление (УЭС) воздуха полагалось равным  $10^6$  Ом·м. На поверхности проводящей среды расположена зондирующая установка — соосные квадратные петли (генераторная —  $100 \times 100$  м, приемная —  $25 \times 25$  м).

Введем прямоугольную декартову систему координат  $x, y, z$ . Ее начало совместим с центром генераторной петли. Дневная поверхность описывается уравнением  $z = 0$ . Внутренние границы наклонены к дневной поверхности. Углы наклона границ в вертикальной плоскости  $xOz$  будем обозначать через  $\theta$ .

Модель 1 (рис. 1, а). Проводящая область разделена наклонной плоскостью, пересекающей дневную поверхность на расстоянии 500 м от центра установки под углом  $\theta = 40^\circ$ . Подобласть справа от наклонной границы характеризуется значением УЭС 200 Ом·м, а слева — 10 Ом·м.

Модели 2 и 3 (см. рис. 1, б, в) одинаковы по строению, но различаются значениями УЭС. В модели 2 есть две наклонных границы: основная граница 1 наклонена под углом  $\theta = 40^\circ$  (как в модели 1), а дополнительная граница 2 перпендикулярна к основной. В модели 3 линия пересечения наклонных границ находится на расстоянии 500 м в глубину от центра установки. В модели 4 глубина линии пересечения наклонных плоскостей равна 100 м. УЭС подобластей справа и слева от границы 1 — 200 и 10 Ом·м. Область, ограниченная наклонными плоскостями в моделях 2 и 3, может быть либо проводящей (УЭС 5 Ом·м), либо непроводящей (УЭС 1000 Ом·м).



**Рис. 1. Геометрия расчетных областей.**

*a—z* — описание см. в тексте. *1—4* — границы.

Модель 4 (см. рис. 1, *z*). Проводящая область разделена на слои тремя горизонтальными границами ( $z = 250, 500$  и  $750$  м). Наклонная граница пересекает их под углом  $\theta = 40^\circ$ . Верхний слой (мощность 250 м), находящийся справа от наклонной границы, характеризуется двумя значениями УЭС — 5 и 1000 Ом·м. Второй слой характеризуется значением УЭС 200 Ом·м, а подстилающий слой — УЭС 10 Ом·м.

Моделируемый сигнал — нестационарная ЭДС, регистрируемая в приемной петле после выключения тока в генераторе. Время регистрации — до 10 мс.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Поскольку исследуемая модель является существенно трехмерной по своей геометрии, при выборе метода моделирования следует учитывать размеры и конфигурацию зондирующей установки, а также строение области. Метод должен адекватно учитывать влияние границ с большим контрастом значений электропроводности. Перечисленным требованиям отвечает векторный метод конечных элементов (ВМКЭ). В сеточном разбиении использованы тетраэдральные элементы, поскольку они позволяют «сгущать» сетку вблизи установки («петля-петля») и/или в других малых по размерам элементах среды. Результатом решения прямой задачи является ЭДС, наведенная в приемном контуре, в зависимости от времени после выключения токового импульса в генераторной петле.

Электрическое поле в квазистационарном приближении, возникающее в среде после выключения тока в источнике, описывается уравнением, являющимся следствием системы уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mu^{-1} \operatorname{rot} \mathbf{E} + \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = - \frac{\partial \mathbf{J}^0}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mathbf{E} \times \mathbf{n} \Big|_{\partial \Omega} = 0, \quad \mathbf{E} \Big|_{t=0} = 0,$$

где  $\mathbf{E}$  — вектор напряженности электрического поля,  $\mathbf{J}^0$  — вектор плотности стороннего тока в источнике в зависимости от времени,  $\mu$  — магнитная проницаемость,  $\sigma$  — удельная электропроводность среды, а  $\partial \Omega$  — внешние границы.

Введем функциональные пространства, в которых будем искать решение уравнения (1):

$$H(\text{rot}, \Omega) = \{\mathbf{u} \in L^2(\Omega) \mid \nabla \times \mathbf{u} \in L^2(\Omega)\},$$

$$H_0(\text{rot}, \Omega) = \{\mathbf{u} \in H(\text{rot}, \Omega) \mid \mathbf{u} \times \mathbf{n}|_{\partial\Omega} = 0\}.$$

С соответствующим скалярным произведением и нормами

$$(\mathbf{u}, \mathbf{v})_\Omega = \int_\Omega \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} dx, \quad \|\mathbf{u}\| = \sqrt{(\mathbf{u}, \mathbf{u})_\Omega},$$

$$\|\mathbf{u}\|_{H(\text{rot}, \Omega)}^2 = \|\mathbf{u}\|_\Omega^2 + \|\nabla \times \mathbf{u}\|_\Omega^2.$$

Сформулируем вариационную постановку задачи: для заданного  $\mathbf{J} \in L^2(\Omega) \times (0, T)$  найти  $\mathbf{E} \in H_0(\text{rot}, \Omega) \times (0, T)$  такое, что  $\forall \mathbf{W} \in H_0(\text{rot}, \Omega) \times (0, T)$  выполняется

$$(\mu^{-1} \text{rot} \mathbf{E}, \text{rot} \mathbf{W})_\Omega + \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \mathbf{W} \right)_\Omega = - \left( \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \mathbf{W} \right)_\Omega - \int_\Omega \mu^{-1} (\mathbf{W} \times \mathbf{n}) \text{rot} \mathbf{E} dS. \quad (2)$$

Конечномерное решение  $E^h$ , удовлетворяющее (2), есть разложение по базисным функциям, ассоциированным с элементами сеточного разбиения:

$$\mathbf{E}^h(x, t) = \sum_{i=1}^N e_i(t) \mathbf{W}_i(x), \quad \mathbf{W}_i \in H^h(\text{rot}, \Omega),$$

где  $\mathbf{W}_i$  — элементы дискретного подпространства  $H^h(\text{rot}, \Omega)$ , определенного как

$$H^h(\text{rot}, \Omega) = \text{span}\{\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \dots, \mathbf{W}_n\} \subset H_0(\text{rot}, \Omega).$$

Поскольку в качестве метода моделирования используется ВМКЭ, то базисными функциями  $\mathbf{W}_i$  выбраны векторные edge-функции Неделека первого порядка [Nedelec, 1980], ассоциированные с ребрами тетраэдрального разбиения. Использование edge-базиса позволяет автоматически учитывать условия непрерывности тангенциальных компонент электрического поля на границах непосредственно в вариационной постановке [Nedelec, 1986].

На внешних границах области моделирования заданы условия равенства нулю тангенциальной компоненты электрического поля:  $\mathbf{E} \times \mathbf{n}|_{\partial\Omega} = 0$  [Тамм, 1976]. Ее размеры определяются, исходя из соотношений удаленности внешней границы от установки. Оно должно быть не менее 15 размеров генераторной петли в горизонтальной плоскости. При этом затухание ЭДС должно быть не менее 200 дБ.

С учетом разложения и краевых условий дискретный аналог вариационной постановки имеет вид:

для  $\mathbf{J} \in L^2(\Omega) \times (0, T)$  найти  $\mathbf{E}^h \in H^h(\text{rot}, \Omega) \times (0, T)$  такое, что для  $\forall \mathbf{W}^h \in H^h(\text{rot}, \Omega) \times (0, T)$  выполняется равенство

$$(\mu^{-1} \text{rot} \mathbf{E}^h, \text{rot} \mathbf{W}^h)_\Omega + \sigma \left( \frac{\partial \mathbf{E}^h}{\partial t}, \mathbf{W}^h \right)_\Omega = - \left( \frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t}, \mathbf{W}^h \right)_\Omega$$

или в матричном виде

$$A\mathbf{e} + \sigma C \frac{d\mathbf{e}}{dt} = - \frac{d\mathbf{F}}{dt},$$

где

$$[A]_{ij} = \int_\Omega \mu^{-1} \text{rot} \mathbf{W}_i \cdot \text{rot} \mathbf{W}_j d\Omega, \quad i, j = 1, N_e,$$

$$[C]_{ij} = \int_\Omega \mathbf{W}_i \cdot \mathbf{W}_j d\Omega, \quad i, j = 1, N_e,$$

$$[F]_i = \int_\Omega \mathbf{J}^0 \cdot \mathbf{W}_i d\Omega, \quad i = 1, N_e.$$

По приведенным выше алгоритмам на языке C++ была создана программа моделирования нестационарного электромагнитного поля в пространственно неоднородной проводящей среде [Еров et al., 2012].

Таблица 1. Параметризация ступенчатой модели

Число разбиений	Вертикальный отрезок, м	Горизонтальный отрезок, м
2	840	100
4	420	500
8	210	250
16	105	125
32	52.5	62.5
64	26.25	31.25

Таблица 2. Максимальное относительное расхождение ЭДС (%) для аппроксимированных моделей

Максимальное относительное расхождение ЭДС	4	8	16	32	64
$\max(\ E - E_N\ /\ E\ )$	34	30	11	4	1.4

### РАВНОМЕРНАЯ КУСОЧНО-ПОСТОЯННАЯ АППРОКСИМАЦИЯ ПЛОСКОЙ НАКЛОННОЙ ГРАНИЦЫ

Уравнение линии пересечения наклонной границы с любой вертикальной плоскостью  $x = \text{const}$  можно записать в виде

$$z = -x \operatorname{tg}\theta + H \text{ или } x = (H - z) \operatorname{ctg}\theta,$$

где  $H$  — глубина наклонной границы под центром генераторной петли.

Наклонная граница выходит на поверхность ( $z = 0$ ) и основание ( $z = z_m$ ) на линиях (при любом  $y$ )

$$x_L = H \operatorname{ctg}\theta, \quad x_m = x_L + z_m \operatorname{ctg}\theta.$$

На рис. 2 показана аппроксимация наклонной границы в вертикальной плоскости набором вертикальных и горизонтальных отрезков. Интервал  $\{x = x_1 = x_L, x = x_{2N+1} = x_m\}$  разбивается на четное число  $2N$  отрезков. Глубина горизонтального отрезка на интервале  $(x_{2k-1}, x_{2k+1})$  равна глубине наклонной границы в точке с четным номером  $x_{2k}$ :  $z_{2k} = x_{2k} \operatorname{ctg}\theta$ .

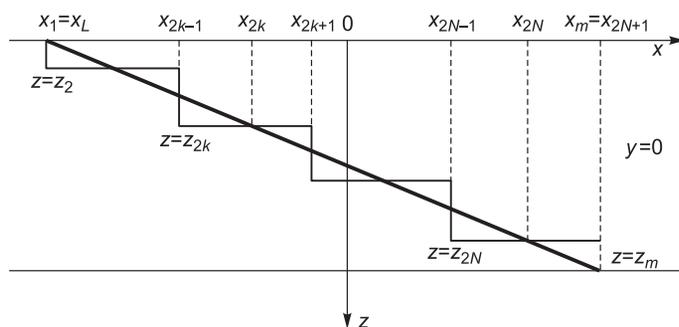
Для сравнения будет использоваться набор моделей, где число пар вертикальных и горизонтальных отрезков пропорционально степени 2 ( $M = 2N = 4, 8, 16, 32, 64$ ). В качестве референтного выбран переходный процесс  $\varepsilon(t)$  в модели с наклонной границей.

В табл. 1 приведены длины аппроксимационных отрезков.

Все расчеты ЭДС  $\tilde{\varepsilon}(t)$  для моделей с аппроксимированной границей сравниваются с ЭДС  $\varepsilon(t)$  в референтной модели.

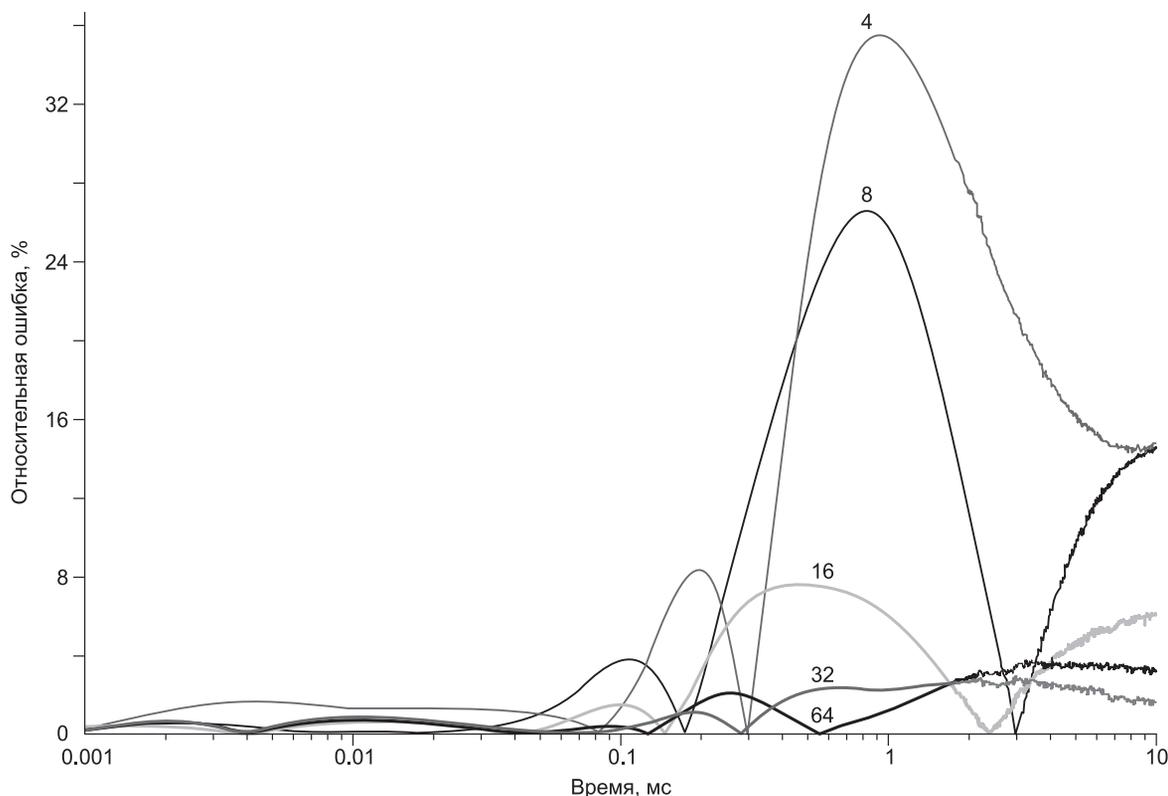
В табл. 2 представлены максимальные значения  $\delta\varepsilon_N$  отклонений ЭДС  $\tilde{\varepsilon}(t)$  в аппроксимированных моделях при различном числе разбиений  $M$  относительно сигналов  $\varepsilon(t)$  в референтной модели. На рис. 3 показаны изменения относительных расхождений во времени после выключения тока в источнике.

Аппроксимация границы с минимальным числом разбиений ( $M = 2, 4$ ) приводит к значительным отклонениям ЭДС от референтной модели. При увеличении числа разбиений относительные расхождения составляют 11 % ( $M = 8$ ) и 4 % ( $M = 16$ ). При  $M = 32$  расхождение не превышает 1.4 %. В этом случае можно считать, что референтная кривая  $\varepsilon(t)$  аппроксимирована с достаточной точностью. Таким



образом, аппроксимация наклонной границы набором ступенчатых границ требует подробного разбиения, так чтобы толщина скин-слоя была сравнима с длиной аппроксимирующих отрезков.

Рис. 2. Ступенчатая аппроксимация наклонной границы.



**Рис. 3. Относительная ошибка ЭДС (В) вида  $|E(t) - \tilde{E}(t)| / |E(t)|$  от времени.**

$E(t)$  — ЭДС для модели с наклонной границей,  $\tilde{E}(t)$  — кривые ЭДС для моделей с аппроксимированной границей  $2N$  отрезками. Шифр кривых —  $2N$ .

### ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ

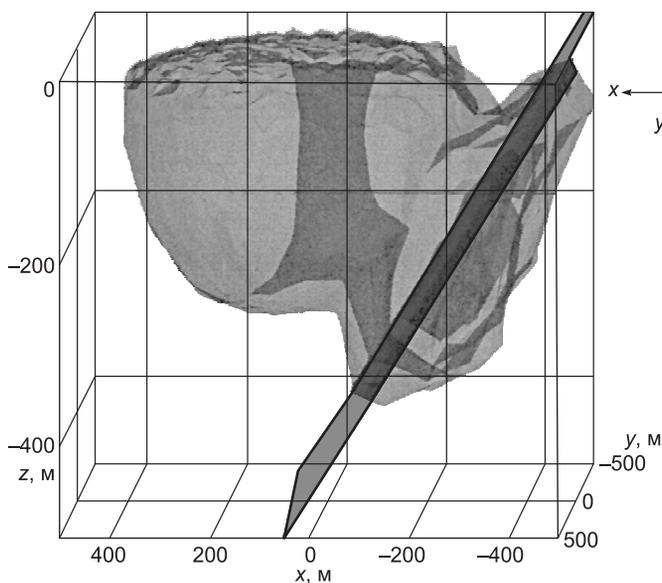
Трехмерное численное моделирование электромагнитных полей методом ВМКЭ позволяет получить решение прямой задачи во всей расчетной области. Это дает возможность изучить поведение во времени напряженности электрического поля, плотности вихревых токов, а также зарядов на поверхностях контактов областей с разной электропроводностью.

В модели 1 наклонная граница разделяет две контрастные (в 20 раз) по УЭС области. Токовый тороид начинает распространяться в правой подобласти с сопротивлением 200 Ом·м. Характер распространения вихревых токов до 70 мкс такой же, как в однородном полупространстве. К моменту 70 мкс токовый тороид, состоящий из вихревых токов, параллельных дневной поверхности, подходит к наклонной границе и начинается процесс перераспределения токов в среде.

Наклонная плоскость является межфрагментарной границей, разделяющей две контрастные по своим свойствам среды, на которой должны выполняться условия непрерывности тангенциальных компонент полей и нормальных компонент токов. Токовый тороид содержит в себе две ненулевые компоненты:  $J_x$  и  $J_y$ , ориентированные параллельно координатным осям  $Ox$  и  $Oy$ . Напряженность электрического поля также имеет две компоненты, поскольку связана с током через закон Ома  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ .

На межфрагментарных границах должны выполняться условия непрерывности нормальной компоненты плотности тока, соответственно, нормальная компонента напряженности электрического поля претерпевает скачок, пропорциональный отношению электропроводностей сред. Непрерывность нормальной компоненты тока на наклонной поверхности обеспечивается формирующимися на границе поверхностными зарядами, под влиянием которых изменяется напряженность электрического поля и конфигурация токов в среде. Вблизи наклонной границы под действием наведенных поверхностных зарядов возникает третья компонента электрического поля  $E_z$ , которая совместно с  $E_x$  образует нормальную компоненту поля  $\mathbf{E}'' = \mathbf{E} \times \mathbf{n}$ .

По мере приближения токового тороида к границе изменяется конфигурация его изоповерхностей. В однородной среде все изоповерхности плотности тока имеют вид тороидов различной толщины



**Рис. 4.** Форма максимальной изоповерхности тока для модели 1 вблизи наклонной границы в момент времени 0.1 мс.

с единым центром. При взаимодействии электрического поля с наклонной плоскостью изоповерхности тока видоизменяются в структуру, объединяющую в себе тороид и некоторую изоповерхность, расположенную в плоскости наклонной границы (рис. 4). В диапазоне времен 0.1—0.2 мс, происходит перераспределение значений тока между тороидом и изоповерхностями в плоскости границы, как показано на рис. 5.

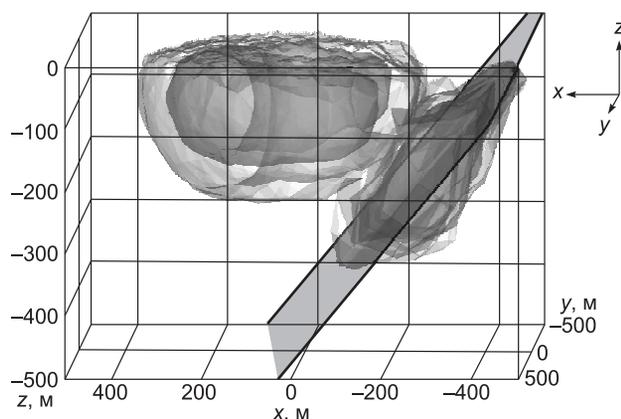
К моменту времени 0.70 мс токи в правой подобласти (сопротивление 200 Ом·м) полностью переходят через границу в подобласть с сопротивлением 10 Ом·м, сформированную вблизи межфрагментарной границы новую систему токов. Последняя асимметрична и вытянута вдоль наклонной плоскости. Максимальные токи сосредоточены в верхней части токового жгута и их изоповерхности приобретают серповидную форму с концами вниз. Изоповерхности с меньшими значениями, но большой площадью поверхности замкнуты и их центр находится на глубине ~ 350—400 м. Сформировавшись, токовый жгут новой конфигурации распространяется в левой подобласти параллельно наклонной плоскости (рис. 6).

В модели 2 (см. рис. 1, б) две наклонные границы (граница 1 — такая же, как в модели 1). Плоская граница 2 перпендикулярна границе 1. Подобласть, лежащую справа от границы 1, будем называть правой. Часть области, ограниченную границами 1 и 2, — средней областью, а оставшуюся часть среды, лежащую левее границ 1 и 2, соответственно левой. Контраст сопротивлений на границе 2 равен либо 2 (УЭС средней области 5 Ом·м) или 100 (УЭС средней области 100 Ом·м). Контраст УЭС на границе 1 составляет 20 до глубины 500 м и 2 или 100 на глубинах больших 500 м, в зависимости от УЭС средней области.

Токовый вихрь начинает свое распространение в модели 2 аналогично модели 1, т.е. приближается к границе 1, взаимодействует с ней и изменяет свою конфигурацию, переходя в левую подобласть. Дальнейшее поведение токов зависит от УЭС средней области. При высокой проводимости средней области токи, сформированные вблизи верхней части границы 1, частично стекают в среднюю область и распространяются в ней преимущественно вытягиваясь вдоль границы 1. В областях с низким сопротивлением (УЭС 5 Ом·м) скорость распространения тока небольшая, также наблюдается высокая скорость затухания токов.

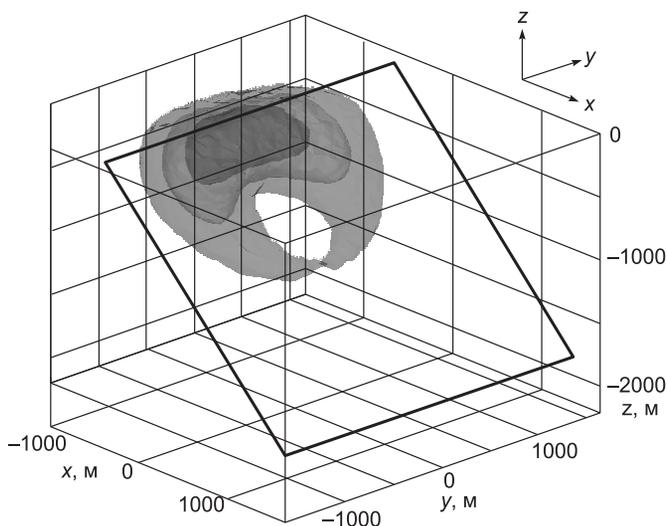
Распределение зарядов на границе 1 показывает максимальную концентрацию зарядов (~ 2 мкКл/м<sup>2</sup>) в момент прохождения токового жгута из правой подобласти в левую. По мере перемещения токов в левую подобласть заряды имеют тенденцию к затуханию и распространению в плоскости границы вниз. На границе 2 небольшое количество зарядов (~ 10 мкКл/м<sup>2</sup>) сосредоточено вблизи линии пересечения границ 1 и 2 в диапазоне времен 0.1—0.7 мс. В дальнейшем токи, находящиеся в средней области, затухают и отходят от границы 2, но со стороны левой области наблюдается приближение токового максимума к границе и распределение зарядов величиной ~ 3 мкКл/м<sup>2</sup> до глубин ~ 800—900 м.

В случае, когда средняя область имеет высокое сопротивление (1000 Ом·м), нижняя часть



**Рис. 5.** Форма нескольких вложенных изоповерхностей тока (30—50 мкА) для модели 1 вблизи наклонной границы в момент времени 0.2 мс.

**Рис. 6. Форма нескольких вложенных изоповерхностей тока (0,3—0,5 мкА) для модели 1 в момент времени 10 мс.**



тока, оказавшегося в левой области, не проникает в среднюю область, а изменяет направление своего распространения. Нижняя часть токового жгута движется вдоль границы 2 влево. Токковый максимум, сосредоточенный в верхней части токового кольца, расширяется в левой области в сторону внешней границы. Форма токовых изоповерхностей в середине расчетной области повторяет форму границ 1 и 2, ограничивающих ток.

Распределение наведенных зарядов на границе 2 характерно для картины взаимодействия тока с наклонной плоскостью: два разноименных полюса зарядов распространяются вдоль плоскости границы 2. На границе 1, начиная с времен 0,3 мс, можно выделить линию пересечения границ 1 и 2. Наведенные заряды в основном концентрируются выше линии пересечения, частично компенсируясь зарядами противоположного знака, возникающими в небольшой окрестности пересечения границ 1 и 2.

Модель 3 (см. рис. 1, в) отличается от модели 2 меньшим заглублением (погружением) линии пересечения границ 1 и 2 (заглубление составляет 100 м). Однако это существенно меняет поведение поля и токов. Расширяясь на ранних временах (до 0,1 мс) токовый жгут сразу попадает в область пересечения трех различных по сопротивлению сред: правая область, в которой находится максимум тока (УЭС 200 Ом·м), левая (УЭС 10 Ом·м) и средняя с сопротивлением 5 или 1000 Ом·м.

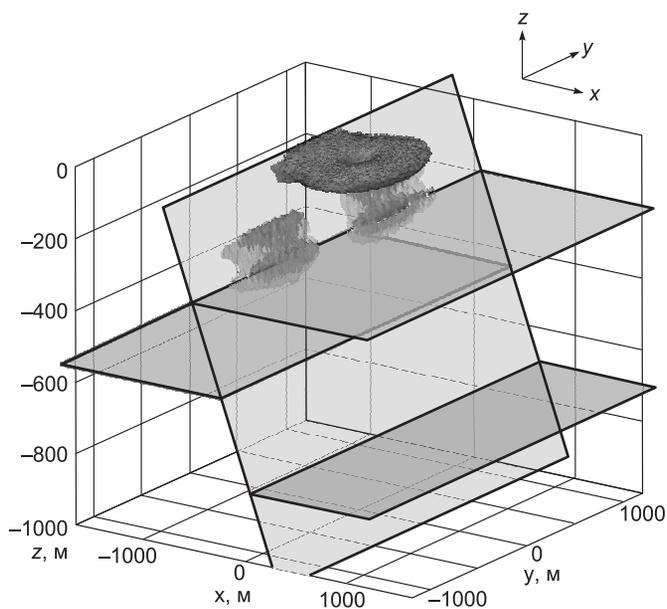
В случае низкоомной средней области токи выбирают область с наименьшим сопротивлением, т.е. токовый максимум полностью переходит в среднюю область. Форма токов аналогична токовому жгуту, сформировавшемуся в левой области в модели 1. В дальнейшем токовый жгут расширяется в средней области между границами 1 и 2. Ток преимущественно направлен параллельно границе 1 и расширяется вдоль границы и вниз. Токковый максимум искажается, прижимаясь к границе 2, и расширяется вдоль и вниз.

Для высокоомной средней области поведение токов противоположно. Токковый максимум полностью переходит в левую область и распространяется только в левой области. Токковый жгут принимает угловую форму левой подобласти, прижимаясь к внутренним границам 1 и 2 с левой стороны. В картине распределения наведенных зарядов на границе 1 видно, что формирование зарядов происходит только до глубины 100 м, т.е. в области меньшего контраста УЭС. На границе 2 распределение зарядов соответствует обычному распределению зарядов на наклонной плоскости.

В модели 4 наклонная плоскость пересекает слоистую среду сложной конфигурации (см. рис. 1, г). Контраст УЭС вдоль наклонной границы с глубиной распределен следующим образом: до 250 м контраст УЭС составляет 40 раз (5 и 200 Ом·м) или 5 раз (1000 и 200 Ом·м). В диапазоне 250—500 м справа и слева от наклонной плоскости УЭС 200 Ом·м, т.е. нет контраста сопротивлений. От 500 до 750 м ниже дневной поверхности контраст сопротивлений составляет 20 раз (УЭС 200 и 10 Ом·м). На больших глубинах контраста нет, так как наклонная плоскость проходит в однородном подстилающем слое.

В проводящем верхнем слое (УЭС 5 Ом·м) токовый тороид расширяется очень медленно, постепенно затухая, и взаимодействие с наклонной границей происходит только спустя 3 мс после выключения тока из источнике. Левая часть токового тороида упирается в наклонную границу, максимум тока перераспределяется ближе к границе. Правая часть тороида распространяется в проводящем слое, постепенно вытягиваясь к внешним границам области. Стоит отметить слабую тенденцию к опусканию токового тороида вниз. Токковый жгут, не имеющий вертикальной компоненты, не продуцирует заряды на горизонтальной границе между первым и вторым слоем среды и не стремится пересечь эту границу.

В результате взаимодействия тока с наклонной плоскостью формируются две группы разноименных зарядов выше линии пересечения (250 м) наклонной плоскости и горизонтальной границы между первым и вторым слоем среды (рис. 7). На этом участке наклонной границы появляется вертикальная компонента тока  $J_z$ , повторяющая форму наведенных зарядов. В отличие от модели 1, где правая часть токового тороида разворачивалась в сторону наклонной границы и замыкала систему токов, в модели 4



**Рис. 7. Форма нескольких вложенных изоповерхностей тока (0.3—0.5 мкА) для модели 4 в момент времени 5 мс.**

правая часть токов полностью затухает, не покидая пределов первого слоя. Токи во втором слое не успевают сформировать замкнутую систему за время моделирования. Изоповерхности токов представляют собой стекающие с наклонной плоскости параболоиды, верхняя часть которых повторяет верхнюю границу второго слоя (совокупность горизонтальной границы и верхней части наклонной плоскости). Такая форма токов обусловлена преобладанием двух компонент токов  $J_x$  и  $J_z$ . Компонента тока  $J_y$ , тангенциальная к наклонной плоскости, проходит во второй слой и затухает там на глубине проникновения.

Картина наведенных зарядов соответствует распределению контрастов вдоль наклонной плоскости. Наведенные заряды скапливаются над линией пересечения первой горизонтальной границы с наклонной плоскостью на глубине 250 м. На поздних временах (больше 13 мс) линия пересечения наклонной плоскости со второй горизонтальной границей (500 м) слегка подсвечивается наведенными зарядами снизу. Величина зарядов  $\sim 0.3$  мк Кл/м<sup>2</sup>.

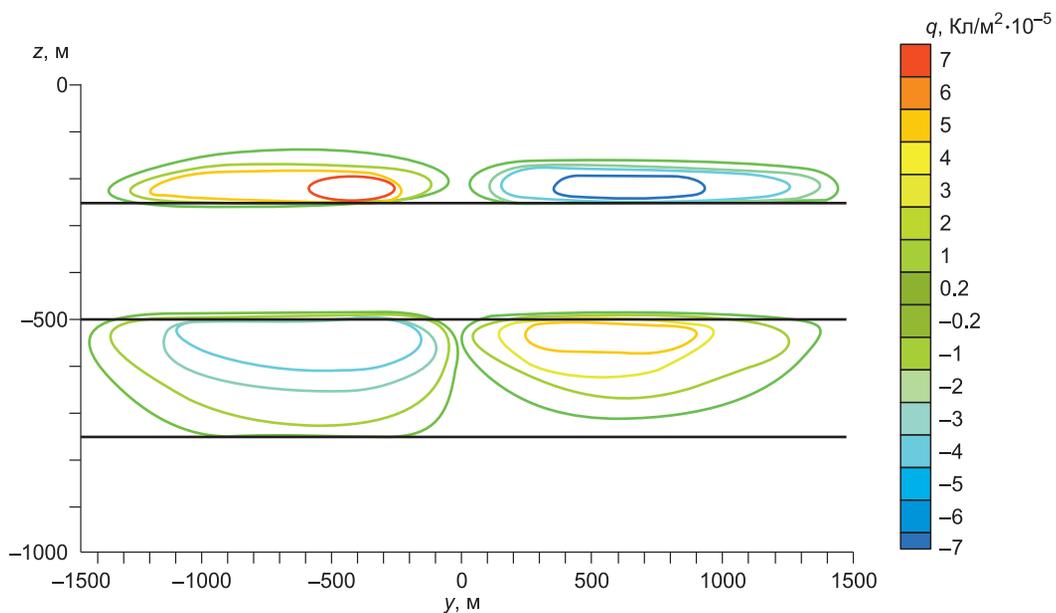
Для высокоомного первого слоя скорость распространения токового жгута достаточно высокая и касание левой части жгута с наклонной плоскостью происходит уже на очень ранних временах ( $\sim 20$ —30 мкс). Ток не успевает существенно затухнуть и проникает через наклонную границу достаточно далеко ( $\sim 100$  м). Форма тока при этом напоминает левую часть токового жгута, находящуюся слева от границы и упирающуюся в границу. В диапазоне времен 0.1—0.3 мс происходит постепенное смещение токов вниз по наклонной плоскости с одновременным затуханием горизонтальной части токов, повторяющих форму начального тороида. Дальнейшее поведение токов аналогично вышеизложенному, за тем исключением, что за счет быстрого проникновения тока в область с УЭС 200 Ом·м абсолютные значения тока больше и он дальше распространяется в области моделирования.

Это хорошо видно на распределении наведенных зарядов. Заряды наводятся на двух участках наклонной плоскости: на глубинах от 0 до 250 м и 500—750 м. Во времени происходит перераспределение зарядов сначала до глубины 250 м, а затем появление и распределение зарядов между горизонтами  $z = -500$  м и  $z = -750$  м (рис. 8).

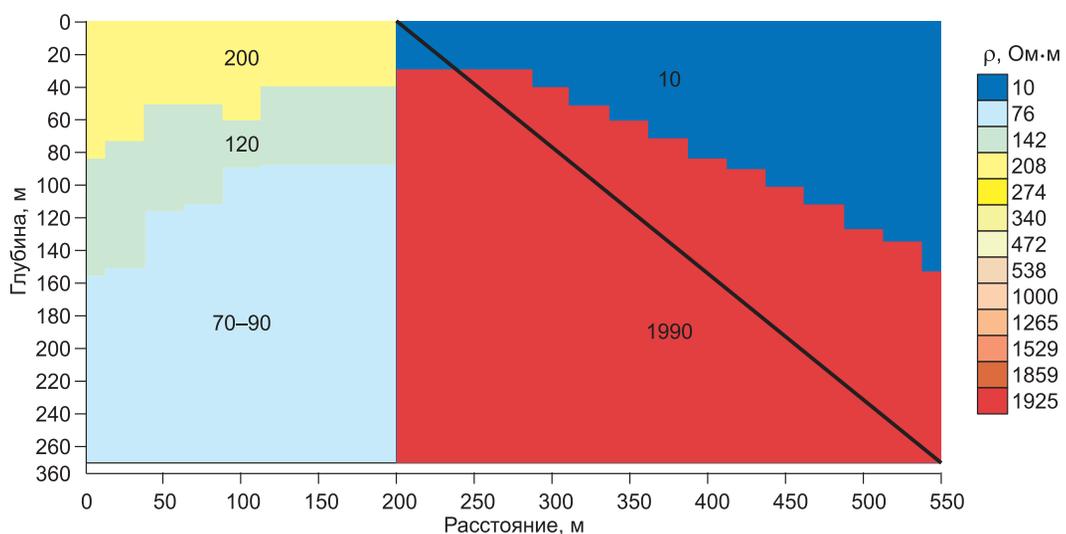
### **ИНВЕРСИЯ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ В МОДЕЛЯХ С НАКЛОННЫМИ ГРАНИЦАМИ**

Интерпретация переходных кривых ЭДС наиболее часто проводится в рамках слоисто-однородных моделей с плоскопараллельными границами, так как именно эти модели имеют наиболее развитый программно-алгоритмический инструмент количественной инверсии данных. Как уже отмечалось, источниками сигналов в этом случае являются вихревые токи, а часть, связанная с зарядами, отсутствует. Поскольку в средах с наклонными границами эти источники играют важную роль, то можно ожидать, что инверсия в рамках горизонтально-слоистой модели не даст возможности получить пространственное распределение УЭС, близкое к истинному из-за существенного модельного несоответствия данных и способа интерпретации.

В качестве исходных данных использовались переходные кривые ЭДС, полученные на профиле, под прямым углом пересекающим наклонную границу (модель 1). Инверсия выполнена с помощью программы TEM-IP [Антонов, Орловская, 2010; Антонов и др., 2010, 2011; Штабель, Антонов, 2011]. На рис. 9 представлен геоэлектрический разрез, полученный в результате инверсии модельных данных, рассчитанных для профиля пересекающего области, разделенные наклонной границей. Из рисунка видно, что помимо существенных отличий в УЭС, установленных в результате одномерной инверсии, мы получаем также неверное представление о пространственном расположении наклонной границы.



**Рис. 8.** Распределение зарядов вдоль наклонной плоскости в момент времени 0.63 мс для модели 4.



**Рис. 9.** Геоэлектрический разрез по результатам инверсии в рамках модели горизонтально-слоистой среды.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные исследования показывают, что при аппроксимации субвертикальных границ наибольшим количеством прямоугольных блоков (менее 10) ошибка в кривых ЭДС, полученных при решении прямой задачи, слишком велика, чтобы использовать эти кривые для решения обратной задачи. В то же время модели, построенные с учетом минимального отклонения кривых ЭДС, не соответствуют первоначальной модели среды. Использование блочных структур в моделях, используемых при решении обратных задач, оправдано лишь в случае большого количества мелкомасштабных блоков. Подбор модели с использованием блоков, размеры которых сопоставимы с размерами петли и области, некор-

ректен и приводит к модели, не имеющей общих точек с реальным разрезом. При решении обратных задач следует опираться на решение прямой задачи в областях с криволинейными границами как трехмерной задачи с учетом всех факторов, влияющих на электромагнитное поле.

#### ЛИТЕРАТУРА

**Антонов Е.Ю., Орловская Н.В.** Численное моделирование импульсных зондирований проводящих субвертикальных неоднородностей [электронный ресурс] // Международная научно-практическая конференция «Электромагнитные методы исследований-2010» (Иркутск, 15—20 августа 2010 г.). 2010, 2 с. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM), ISBN 978-5-88942-096-5.

**Антонов Е.Ю., Кожевников Н.О., Корсаков М.А.** «ТЕМ-IP» — система интерпретации данных индукционных импульсных зондирований поляризующихся сред [электронный ресурс] // Международная научно-практическая конференция «Электромагнитные методы исследований-2010» (Иркутск, 15—20 августа 2010 г.). 2010, 2 с. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM), ISBN 978-5-88942-096-5.

**Антонов Е.Ю., Штабель Н.В., Корсаков М.А.** Численное моделирование и инверсия данных импульсных зондирований сложнопостроенных геологических сред // Геофизические методы при разведке недр / Под ред. Л.Я. Ерофеева, В.И. Исаева. Томск, Изд-во Том. политех. ун-та, 2011, с. 8—11.

**Тамм И.Е.** Основы теории электричества. М., Наука, 1976, 616 с.

**Штабель Н.В., Антонов Е.Ю.** Численное моделирование прямой задачи импульсного зондирования в областях с субвертикальными неоднородностями // Материалы Пятой Всероссийской школы-семинара им. М.Н. Бердичевского и Л.Л. Ваньяна по электромагнитным зондированиям Земли — ЭМЗ-2011. Кн. 2. СПб., СПбГУ, 2011, с. 142—145.

**Эпов М.И., Сухорукова К.В., Антонов Е.Ю.** Кинематика нестационарного электромагнитного поля в слоистых проводящих средах // Теория и практика магнитотеллурического зондирования (тезисы докладов конференции, Москва, 20—23 декабря 1994 г.). М., 1994, с. 11—12.

**Епов М.И., Shurina E.P., Shtabel N.V.** Features of 3D electromagnetic fields modeling for geoelectric problems // ACE2012 — 7th Workshop on Advanced Computational Electromagnetics 29.02.—02.03.2012, Karlsruhe, Institute of Technology (KIT) Karlsruhe, Germany, electronic resource, 2012, [http://ace2012.math.kit.edu/abstracts/shtabel\\_epov\\_shurina.pdf](http://ace2012.math.kit.edu/abstracts/shtabel_epov_shurina.pdf)

**Shein A.N., Antonov E.Yu., Kremer I.A., Ivanov M.I.** Interpretation of TEM-data by the program Modem3D for 3D modeling of transient electromagnetic field // The 6th International Siberian early career geoscientists conference. Proceedings of the conference (9—23 June 2012, Novosibirsk, Russia). IGM & IPPG SB RAS, NSU, Novosibirsk, 2012, p. 303—304, [http://sibconf.igm.nsc.ru/media/Sibconf2012\\_Geophysics.pdf](http://sibconf.igm.nsc.ru/media/Sibconf2012_Geophysics.pdf)

**Nabighian M.N.** Quasi-static transient response of a conducting half-space: an approximate representation // Geophysics, 1979, v. 44, p. 1700—1705.

**Nedelec J.C.** Mixed finite elements in  $R^3$  // Numerische Mathematik, 1980, v. 35, № 3, p. 315—341.

**Nedelec J.C.** A new family of mixed finite elements in  $R^3$  // Numer. Mathem., 1986, v. 50, p. 57—81.

*Рекомендована к печати 23 мая 2013 г.  
А.Д. Дучковым*

*Поступила в редакцию  
19 декабря 2012 г.*