

ОБ ИССЛЕДОВАНИИ ДИНАМИКИ ТЕЧЕНИЙ
ОПТИЧЕСКИМ КОРРЕЛЯЦИОННЫМ МЕТОДОМ

Н. Ф. Дервянко, А. М. Трохан

(Москва)

Рассматривается возможность исследования турбулентных пульсаций скорости течения корреляционным и спектральным анализом оптических сигналов от двух или более точек потока.

1. Измерения скорости конвекции. Корреляционный анализ нашел широкое применение при измерении скорости течений различными зондами: термоанемометрами [1-3], индукционными датчиками [4], датчиками давления [3] и т. д. С помощью корреляционного анализа сигналов, получаемых такими зондами, находят конвективную скорость течений.

Под конвективной скоростью обычно понимают скорость переноса компонента какого-либо поля: поля давления, температуры, проводимости или самого поля скоростей. Можно говорить также о конвективной скорости поля оптических флуктуаций.

Если производить запись флуктуаций той или иной физической величины в двух точках, расположенных вдоль по потоку, то временной сдвиг максимума соответствующей взаимокорреляционной функции принято отождествлять с некоторым характерным временем переноса этой величины от одной точки измерений к другой. В случае стационарного характера пульсаций сдвиг будет соответствовать среднему времени пролета неоднородностей, т. е. локально-средней скорости их переноса. При нестационарном характере флуктуаций флуктуации большей амплитуды дадут больший вклад в сдвиг взаимокорреляционной кривой и тем самым определят величину измеряемой конвективной скорости.

Впервые подобный способ определения скорости был применен для измерения скорости конвекции самого поля скоростей, исходя из гипотезы Тейлора о «замороженной» турбулентности. Согласно этой гипотезе, если интенсивность турбулентности невелика, то пульсации скорости в некоторой точке потока будут результатом переноса через данную точку со скоростью конвекции пространственной раскраски потока (при этом под раскраской понимается само поле скоростей), т. е.

$$v(x, t) = v(x - Vt, 0) \quad (1.1)$$

где x — координата точки, V — скорость конвекции. В этом случае взаимокорреляционная функция пульсаций скорости в двух точках, расположенных на некотором расстоянии L друг от друга вдоль по потоку, будет

$$R(\tau) = \langle v(x, t) v(x + L, t + \tau) \rangle = \langle v(x, t) v(x, t - L V_L^{-1} + \tau) \rangle \quad (1.2)$$

Очевидно, что при $\tau = L / V_L$ пульсации скоростей в обеих точках будут приведены к одной фазе и взаимокорреляционная функция достигает своего максимума. Отсюда непосредственно следует способ определения скорости конвекции по временному сдвигу максимума взаимокорреляционной функции пульсаций скорости в двух точках.

Однако, как показал Лин на основании уравнений Навье — Стокса, гипотеза Тейлора справедлива только, если интенсивность турбулентности, вязкие силы и касательные напряжения малы. В противном случае необходимо учитывать влияние средних и флуктуирующих касательных напряжений, которые непрерывно меняют структуру турбулентности. В этих условиях уже нельзя говорить о некоторой постоянной скорости конвекции. Как было показано рядом авторов [1-4], можно говорить лишь о скорости конвекции некоторого определенного волнового числа $V(k)$. Так, если скоростное поле рассматривать как некоторую конечную сумму некоррелированных

между собой плоских волн различной ориентации и длины со случайными амплитудами и фазами, то скорость конвекции определенного волнового числа V_c можно определить как его наиболее вероятную скорость переноса, т. е. при $V = V_c$ функция спектральной плотности $W(k, V)$ достигает своего максимума

$$\left\{ \frac{\partial W(k, V)}{\partial V} \right\}_{V=V_c} = 0 \quad (1.3)$$

Очевидно, что при термоанемометрических измерениях этой скорости в некоторой степени будет соответствовать временной сдвиг максимума взаимнокорреляционной функции отфильтрованных сигналов определенной частоты (точнее, некоторой конечной узкой полосы частот).

При этом общую скорость конвекции V_* можно определить как значение, при котором

$$\left\{ \frac{\partial W(V)}{\partial V} \right\}_{V=V_*} = 0, \quad W(V) = \int_{-\infty}^{\infty} W(k, V) dk$$

Этой скорости не обязательно будет соответствовать сдвиг максимума общей (неотфильтрованной) взаимнокорреляционной кривой, поскольку, как уже упоминалось выше, этот сдвиг может определяться не скоростью переноса наиболее вероятных волновых чисел, а преимущественно скоростью переноса волновых чисел соответственно колебаниям с максимальной амплитудой.

Впоследствии корреляционный метод был применен для измерения скорости переноса иных физических полей, например полей давлений [3].

В работе [4] подобный метод был применен для измерения скорости конвекции величины σV в плазменной струе (σ — электропроводность плазмы, V — скорость). Флуктуации σV детектировались с помощью токов, индуцируемых ими в измерительных катушках при движении плазмы во внешнем магнитном поле.

Стремление к дистанционным методам измерения, не вносящим возмущений в поток, а также к повышению пространственного разрешения привело к применению корреляционного метода при оптических измерениях. В этом случае источниками сигнала могут служить флуктуации коэффициента преломления, яркости, плотности, концентрации примеси и т. д. При этом перенос оптических неоднородностей отождествляется с переносом самого потока газа.

Так, например, в работах [5, 6] регистрировались естественные флуктуации светимости плазменной струи в двух осевых точках и по сдвигу максимума взаимнокорреляционной функции вычислялась скорость распространения этих флуктуаций.

В работе [7] скорость конвекции поля оптических флуктуаций определялась по сдвигу максимума взаимнокорреляционной функции сигналов от двух проходящих лучей, поглощаемых средой.

Для того чтобы поглощение имело место, в поток воздуха впрыскивались жидкий азот или вода с целью образования мелкодисперсного тумана. Лучи направлялись перпендикулярно друг другу к оси течения, а расстояние между ними в направлении по потоку могло изменяться. При этом находилась взаимнокорреляционная функция сигналов, снимаемых с двух фотодетекторов при различных расстояниях между лучами.

Таким образом, корреляционный метод нашел применение при разнообразных измерениях как способ нахождения конвективной скорости измеряемых величин. При этом основной характеристикой служит временной сдвиг максимума взаимнокорреляционной функции. Получаемая величина представляет собой математическое ожидание некоторых скоростей и не дает представления о разбросе скоростей вокруг этого значения.

Вместе с тем спектр взаимнокорреляционной функции содержит более полную информацию о скорости течения, чем это может быть получено только по сдвигу ее максимума.

Рассмотрению этого вопроса посвящен следующий пункт.

2. Влияние пульсаций скорости на частотный спектр оптических флуктуаций. Рассмотрим случайное однородное изотропное поле оптических неоднородностей $N(x, t)$ исследуемой среды, перенос которого будем отождествлять с движением самой жидкости в предположении ее несжимаемости.

Как известно [8], такое поле можно представить в виде суперпозиции волн различной ориентации со случайной амплитудой и фазой

$$N(x) = \int e^{ikx} dZ(k) \quad (2.1)$$

Здесь \mathbf{k} — волновой вектор, Z — комплексная амплитуда, причем интеграл распространен по всему пространству волновых векторов. Временные же изменения поля можно описать на основе соответствующей модели переноса.

В случае модели замороженной турбулентности, применяемой теперь к полю оптических неоднородностей, все временные изменения $N(\mathbf{x}, t)$ в некоторой точке потока вызываются переносом пространственного распределения поля с постоянной скоростью. Однако такая модель не позволяет найти пульсации скорости в потоке.

По-видимому, более общей будет модель, согласно которой перенос замороженного поля происходит с переменной во времени скоростью. В этом случае вместо (1.1) получим

$$N(\mathbf{x}, t) = N\left(\mathbf{x} - \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau, 0\right) \quad (2.2)$$

С учетом данных условий переноса соотношение (2.1) приобретает вид

$$N(\mathbf{x}, t) = \int \exp\left[i\mathbf{k} \int_0^t \mathbf{v}(\tau) d\tau\right] dZ(\mathbf{k}) \quad (2.3)$$

Если при этом $\mathbf{v}(\tau) = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}'(\tau)$, где $\langle \mathbf{v} \rangle$ — средняя скорость, а $\mathbf{v}'(\tau)$ — пульсационная составляющая, то

$$N(\mathbf{x}, t) = \int \exp\left\{i\mathbf{k} \left[\langle \mathbf{v} \rangle t + \int_0^t \mathbf{v}'(\tau) d\tau\right]\right\} dZ(\mathbf{k}) \quad (2.4)$$

Из соотношения (2.4) следует, что $N(\mathbf{x}, t)$ представляет собой результат частотной модуляции случайным процессом $\mathbf{v}'(t)$ некоторой случайной функции $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$, равной

$$\varepsilon(\mathbf{x}, t) = \int e^{i\mathbf{k} \langle \mathbf{v} \rangle t} dZ(\mathbf{k}) \quad (2.5)$$

Данная функция соответствует сигналу при отсутствии пульсаций скорости (модель замороженного поля, переносимого с постоянной скоростью). Наличие пульсаций скорости приводит к появлению частотной модуляции. При этом девиация частоты каждой элементарной гармоник процесса $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$ пропорциональна среднеквадратичной пульсации скорости $\sqrt{\langle v_x^2 \rangle}$ в направлении x , а рабочая частота модуляции определяется интервалом корреляции пульсаций скорости, т. е. эйлеровым интегральным масштабом времени [9].

Действительно, для дисперсии координаты в выражении (2.4) справедливо соотношение Кампа де Ферье

$$\langle \xi^2 \rangle = \left\langle \left[\langle v_x \rangle t + \int_0^t v_x'(\tau) d\tau \right]^2 \right\rangle = 2 \langle v_x^2 \rangle \int_0^t (t - \tau) R_{v_x}(\tau) d\tau \quad (2.6)$$

где $R_{v_x}(\tau)$ — коэффициент корреляции между пульсациями скорости в различные моменты времени, $\langle v_x^2 \rangle$ — дисперсия скорости.

Следовательно, амплитудой модулирующей функции будет величина среднеквадратичной пульсации скорости, и девиация частоты каждой i -й элементарной гармоник процесса $\varepsilon(\mathbf{x}, t)$ может быть определена по формуле

$$\Delta \omega_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} \sqrt{\langle v_x^2 \rangle} = \frac{\omega_i}{\langle v_x \rangle} \sqrt{\langle v_x^2 \rangle} \quad (2.7)$$

Вместе с тем эффективный период модуляции в принятой модели будет определяться, очевидно, отношением некоторого пространственного масштаба Λ , при котором движение частиц происходит существенно только в одном направлении, к величине среднеквадратичной пульсации скорости

$$T_m = \Lambda / \langle v_x^2 \rangle^{1/2} = \Lambda \langle v_x^2 \rangle^{1/2} / \langle v_x^2 \rangle \quad (2.8)$$

Но числитель в правой части (2.8) представляет собой не что иное, как коэффициент вихревой диффузии D , который может быть найден из соотношения (2.6) путем предельного перехода при $t \rightarrow \infty$ [10]. При этом

$$D = \langle \xi^2(t) \rangle / 2t = \langle v_x^2 \rangle \mathcal{T}_\alpha \quad (2.9)$$

где \mathcal{T}_α — эйлеров интегральный масштаб времени.

Подставляя (2.9) вместо числителя в правой части (2.8), получаем

$$T_m = \mathcal{T}_\alpha, \quad \text{или} \quad \Omega_m = 1 / \mathcal{T}_\alpha \quad (2.10)$$

Таким образом, рабочая частота модуляции непосредственно определяется эйлеровым интегральным масштабом времени.

Это имеет определенный физический смысл, так как величина интегрального масштаба времени может служить мерой наиболее длительного интервала времени, в течение которого перенос пространственного распределения поля происходит в среднем в данном направлении, т. е. будет максимальным периодом модуляции.

Из соотношения (2.10) следует, что чем больше интегральный масштаб времени, тем ниже рабочая частота модуляции. В предельном случае, когда $\mathcal{T}_\alpha = \infty$, $\Omega_m = 0$, т. е. модуляция отсутствует (перенос замороженного поля с постоянной скоростью). С другой стороны, когда $\mathcal{T}_\alpha \rightarrow 0$, $\Omega_m \rightarrow \infty$, т. е. при приближении характера пульсаций скорости к белому шуму, частота модуляции становится бесконечно большой.

Таким образом, исходя из модели замороженного поля, переносимого с переменной скоростью, можно прийти к выводу, что запись оптических флуктуаций несет в себе информацию о турбулентности в форме модулирующей функции.

3. Методы выделения характеристик турбулентности из записей оптических флуктуаций. Согласно принятой модели переноса изменение частоты каждой элементарной гармоникой модулируемого процесса $\varepsilon(x, t)$ будет определяться одной и той же модулирующей функцией $v_x'(t)$, т. е.

$$\omega_j(t) = \omega_j + \frac{2\pi}{\lambda_j} v_x'(t) \quad (3.1)$$

При этом элементарная функция имеет вид

$$y_j = V(\omega_j) \cos \left[\omega_j t + \int_0^t \frac{2\pi}{\lambda_j} v_x'(t) dt \right] + iV(\omega_j) \sin \left[\omega_j t + \int_0^t \frac{2\pi}{\lambda_j} v_x'(t) dt \right] \quad (3.2)$$

Пусть

$$v_x'(t) = \sum_{\nu=-N}^N V_\nu e^{i\Omega_\nu t}, \quad V_\nu = \int_{\Omega_\nu - \alpha}^{\Omega_\nu + \alpha} V(\Omega) d\Omega \quad (\nu = 0, \pm 1, \dots, \pm N)$$

Здесь $V(\Omega)$ — белый шум. Тогда

$$y_j = V(\omega_j) \left[\cos \omega_j t - \sum_{\nu=-N}^N \beta_\nu e^{i\Omega_\nu t} \sin \omega_j t \right] + iV(\omega_j) \times \\ \times \left[\sin \omega_j t + \sum_{\nu=-N}^N \beta_\nu e^{i\Omega_\nu t} \cos \omega_j t \right], \quad \beta_\nu = \frac{2\pi V_\nu}{\lambda_j \Omega_\nu} \quad (3.3)$$

в предположении малости β , равного сумме β_ν .

Производя суммирование по всем элементарным гармоникам, найдем выражение для ЧМ-сигнала при модуляции одного случайного процесса другим случайным процессом с малым β

$$\begin{aligned} X(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega_j) e^{i\omega_j t} d\omega_j - \frac{1}{i} \int_{-\infty}^{\infty} V(\omega_j) \sum_{\Omega} \beta e^{i\Omega t} e^{i\omega_j t} d\omega_j = \\ &= \varepsilon(t) \left[1 + \sum_{\Omega} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{V(\Omega)}{\Omega} e^{i\Omega t} \right] = \varepsilon(t) [1 + v_x^*(t)] \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$v_x^*(t) = 2\pi v_x(t) / \lambda \Omega$$

Таким образом, частотная модуляция случайного процесса $\varepsilon(t)$ случайным процессом $v_x(t)$ в случае малого β сводится к произведению $\varepsilon(t)$ на $v_x^*(t)$. Последняя представляет собой некую безразмерную скорость, статистические характеристики которой, однако, будут полностью идентичны статистическим характеристикам $v_x(t)$. Таким образом, можно говорить о том, что модуляция в данном случае сводится к произведению самих случайных процессов, т. е. происходит по типу амплитудной модуляции.

Рассмотрим, что означает условие малости β . Поскольку $2\pi / \lambda = \omega_j / \langle v_x \rangle$, получаем

$$\sum \frac{\omega_j}{\Omega} \frac{V(\Omega)}{\langle v_x \rangle} \ll 1 \quad (3.5)$$

Первая дробь под знаком суммы представляет собой отношение частоты модулируемой гармоники к модулирующей частоте, вторая — отношение амплитуды соответствующей гармоники пульсаций скорости к средней скорости потока. Первая дробь характеризует соотношение средних размеров оптических неоднородностей и вихрей, вторая — интенсивность турбулентных пульсаций скорости. Таким образом, указанное выше допущение налагает соответствующее ограничение на отношение размеров оптических неоднородностей к размеру вихрей в зависимости от интенсивности турбулентности. При малой интенсивности турбулентности отношение средних размеров неоднородностей к размерам вихрей может быть большим, и наоборот при наличии высокой интенсивности турбулентности размеры оптических неоднородностей должны быть меньше размеров вихрей.

Выражение (3.4) позволяет найти спектр оптических флуктуаций в фиксированной точке потока через спектры модулируемого и модулирующего процессов.

Действительно, при статистической независимости процессов $\varepsilon(t)$ и $v_x(t)$ корреляционная функция частотно-модулированного процесса $X(t)$ будет равна

$$K_{xx}(\tau) = K_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) + K_{v^*v^*}(\tau) K_{\varepsilon\varepsilon}(\tau) \quad (3.6)$$

Отсюда

$$S_x(\omega) = S_{\varepsilon}(\omega) + \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{v^*}(\Omega) S_{\varepsilon}(\omega - \Omega) d\Omega \quad (3.7)$$

Поскольку $S_{v^*}(\Omega)$ и $S_v(\Omega)$ будучи отнормированы, тождественны, то пользуясь выражением (3.7), можно выделить спектр пульсаций скорости, если известен $S_{\varepsilon}(\omega)$, который, как будет показано ниже, можно найти, используя структурную функцию.

Таким образом, при идеальном выполнении принятой модели замороженного поля для выделения характеристик турбулентности можно было бы пользоваться уже одноточечной корреляцией и соответственно ее спектром. Однако пульсации скорости, имеющие разное направление по отношению к вектору средней скорости, по-разному модулируют исходный

процесс. Выделить влияние пульсаций, имеющих заданное направление (например, продольные пульсации), можно путем обработки сигналов от двух точек. В этом случае взаимокорреляционная функция выделит частотно-модулированный сигнал в данном направлении и, соответственно, спектр взаимокорреляционной функции будет нести информацию как о величине среднеквадратичной пульсации скорости в данном направлении, так и об одномерных спектрах модулируемого и модулирующего процессов [6]. Вместе с тем структурная функция сигналов из двух точек потока выделяет модулируемый сигнал в данном направлении и ее спектр будет соответствовать спектру $S_\varepsilon(\omega)$.

В самом деле, предположим, что в первой точке потока записан сигнал $X_1(t) = [1 + v_x^*(t)]\varepsilon(t)$, а во второй — тот же сигнал, сдвинутый по времени на величину η

$$X_2(t) = [1 + v_x^*(t + \eta)]\varepsilon(t + \eta)$$

Временной сдвиг η обусловлен тем, что одна и та же неоднородность, прошедшая мимо первой точки со скоростью, соответствующей скорости переноса поля в момент t , пройдет мимо второй точки со скоростью, соответствующей скорости переноса в момент $(t + \eta)$.

Тогда

$$D_{x_1x_2}(\eta) = \langle [X_1(t) - X_2(t + \eta)]^2 \rangle = \quad (3.8) \\ = 2 [K_{\varepsilon\varepsilon}(0) + K_{\varepsilon\varepsilon}(0) K_{v^*v^*}(0)] - 2K_{\varepsilon\varepsilon}(\eta) [1 + K_{v^*v^*}(\eta)]$$

Из выражения (3.8) видно, что на структурную функцию не оказывают влияния пульсации скорости, медленные по сравнению с η . В этом случае, если спектральная плотность пульсаций скорости с частотой выше $1/\eta$ пренебрежимо мала, спектр структурной функции будет соответствовать спектру пульсаций «раскраски» потока, т. е. он будет соответствовать спектру замороженного поля, переносимого с постоянной скоростью.

Вместе с тем из (3.8) следует, что при отсутствии пульсаций скорости взаимокорреляционная функция с точностью до постоянного множителя совпадает со структурной функцией. Таким образом, сравнение спектров структурной и взаимокорреляционной функций позволит установить наличие или отсутствие эффекта модуляции за счет пульсаций скорости.

4. Измеряемые параметры. В обсуждаемом методе измерения турбулентности были приняты следующие допущения:

1) поле оптических неоднородностей будет замороженным в пределах базы измерения;

2) регистрируемые оптические флуктуации будут стационарными функциями в течение времени реализации;

3) пульсации скорости представляют собой медленно меняющиеся функции времени по сравнению с модулируемым процессом (раскраской замороженного поля, переносимого с постоянной скоростью);

4) поле оптических неоднородностей и поле скоростей статистически независимы. При этих допущениях средняя скорость потока, как указывалось выше, определяется временем, соответствующим сдвигу максимума взаимокорреляционной функции оптических сигналов от двух точек потока.

Девияция частоты в спектре взаимокорреляционной функции пропорциональна среднеквадратичной пульсации скорости. Если считать, что функция взаимной спектральной плотности $S_{xy}(\omega)$ повторяет закон распределения плотности вероятности по частотам для частотно-модулированного сигнала в заданном направлении, то величина эффективной девииции $\Delta\omega_{eff}$ может быть вычислена по формуле

$$\Delta\omega_{eff} = \left[\int_{-\infty}^{\infty} (\omega_i^* - \langle \omega \rangle)^2 S_{xy}(\omega) d\omega \right] \left[\int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(\omega) d\omega \right]^{-1} \quad (4.1)$$

Последняя в свою очередь связана с величиной среднеквадратичной пульсации скорости соотношением (2.7).

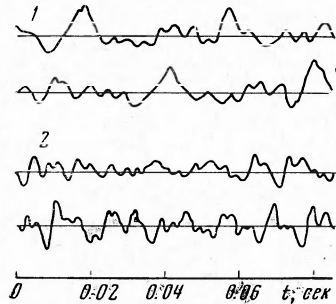
Поскольку наиболее вероятная (несущая) частота модулируемого процесса пропорциональна средней скорости потока, то отношение девиации частоты к несущей дает непосредственно относительную интенсивность турбулентности, т. е.

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{\langle v_x^2(t) \rangle^{1/2}}{\langle v_x \rangle} \quad (4.2)$$

Соотношение (3.7), рассматриваемое как выражение для спектра частотно-модулированного сигнала в данном направлении (чему соответствует взаимная спектральная плотность оптических сигналов из двух точек), позволяет выделить спектр пульсаций скорости в заданном направлении. При этом, как указывалось выше, для уточнения границ модулируемого процесса, в ряде случаев целесообразно сопоставление $S_{xy}(\omega)$ со спектром структурной функции $S_\epsilon(\omega)$.

Наряду с локальными характеристиками течения, выделяемыми для данного направления путем анализа сигналов из двух точек потока, при наличии большего числа точек измерения, по-видимому, возможно получение таких параметров, как турбулентные напряжения, характеристики изменения поля течения во времени, среднее время жизни вихрей и др.

5. Примеры экспериментальных результатов. На фиг. 1 приведены осциллограммы, представляющие собой запись интенсивности света, рассеиваемого на естественных микровзвесах, содержащихся в потоке воды. Поток освещается лучом света от гелий-неонового оптического квантового генератора, ориентированным по потоку. Регистрируется рассеянное излучение от двух областей потока с линейным размером порядка 0.3 мм, отстоящих на расстоянии 2.16 мм одна от другой в направлении по потоку, при двух скоростях течения: 9.4 и 35.2 см/сек. Точки расположены по оси прямоугольного канала сечением $12.5 \times 28.6 \text{ мм}^2$.

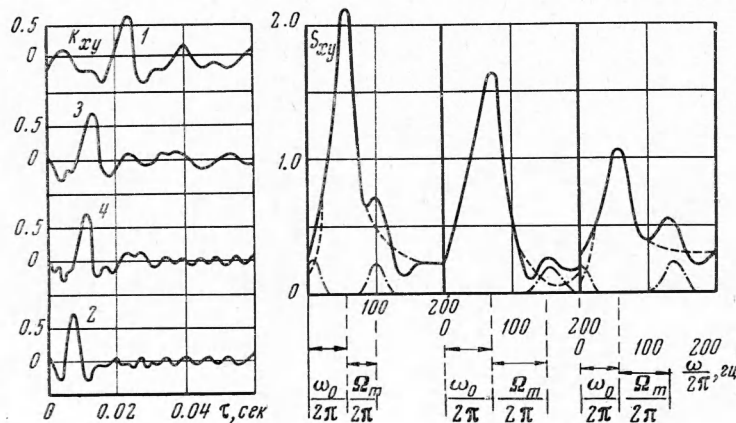


Фиг. 1

Из осциллограмм видно, что сигналы в обеих точках заметно коррелированы, причем сигнал от области, расположенной ниже по потоку, отстает на некоторое время по отношению к сигналу от первой области.

На фиг. 2, а приведены графики оценок взаимнокорреляционных функций для четырех режимов

течения в том же канале. Скорости равны соответственно 9.4, 17.6, 18.8 и 35.2 см/сек (на фиг. 1 даны сигналы для течений 1 и 2).



Фиг. 2

Можно видеть, что увеличение скорости течения приводит к уменьшению временного сдвига, соответствующего максимуму взаимнокорреляционной функции. Положение этого максимума и служит для определения средней скорости течения.

Значения средней скорости, полученные корреляционным методом, согласуются с точностью $\pm 2.7\%$ со значениями, найденными частотным методом [11] и по расходу воды; последние значения находились с погрешностью $\pm 2\%$.

Кривая 3 на фиг. 2, а соответствует докритическому течению, кривая 4 — сверхкритическому. Как видно из этих кривых, малое изменение средней скорости при переходе через критическое значение заметно меняет частоту периодической составляющей взаимокорреляционной функции.

Спектры взаимокорреляционных функций $S_{xy}(\omega)$ для первого, третьего и четвертого режимов течения также приведены на фиг. 2, б (сплошные линии). На этих же графиках нанесены спектры структурных функций $S_\varepsilon(\omega)$ (пунктирные линии). Как показано выше, разность спектров $S_{xy}(\omega)$ и $S_\varepsilon(\omega)$ дает свертку

$$I(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_v(\Omega) S_\varepsilon(\omega - \Omega) d\Omega \quad (5.1)$$

Найденные значения $I(\omega)$ представлены штрихпунктирными линиями на той же фигуре.

Индекс модуляции вследствие малости может быть найден из соотношения максимальных амплитуд спектра несущих частот $S_\varepsilon(\omega)$ и спектра боковых составляющих $I(\omega)$. Отношение девиации частоты к несущей частоте дает степень турбулентности, составляющую для данных трех режимов 7.6 и 20%.

Решая (5.1) относительно $S_v(\Omega)$, находим спектр пульсаций скорости (фиг. 3). Как видно из фиг. 3, при течении с малой скоростью (режим 1) спектр пульсаций скорости узок, энергия колебаний мала. С увеличением средней скорости потока спектр расширяется, хотя энергия колебаний остается в докритическом течении малой (режим 3). При переходе от докритического течения к сверхкритическому энергия колебаний резко возрастает, спектр расширяется (режим 4).

Измеренные корреляционным методом спектры пульсаций скорости сверялись со спектрами, полученными индукционным датчиком [12] и волоконным анемометром [13]. Чувствительность последних оказалась значительно меньшей, чем при измерениях корреляционным методом, ввиду чего сравнение оказалось возможным лишь при течениях с большими скоростями. Результаты, полученные всеми этими методами, совпали с разбросом $\pm 15\%$.

Индукционный датчик представлял собой пару электродов диаметром 0.5 мм, разделенных промежутком 0.6 мм, расположенных в поле постоянного магнита (магнит находится вне потока). Чувствительный элемент волоконного анемометра выполнен в виде кварцевого волокна длиной 4 мм и толщиной около 0.02 мм.

Подобные же результаты получены и при исследовании газовых потоков. Так, в работе [14] для получения оптических сигналов от двух точек в дозвуковой струе холодного воздуха использовалась обычная шпирная система, причем для выделения сигналов от малой по отношению к диаметру струи области была применена оптическая подкраска потока в осевом сечении с помощью тонкой нагретой нити, расположенной на значительном расстоянии выше по потоку. Характер регистрируемых сигналов в этом случае близок к приведенным на фиг. 2, однако спектры сигналов и взаимокорреляционных функций сдвинуты в область высоких частот (порядка килогерц) вследствие более высокой скорости потока. Сравнение полученных результатов с термоанемометрическими измерениями дает близкие значения.

Интересно применение данного метода к исследованию сверхзвуковых потоков плазмы, где он позволяет найти вместе с пульсациями скорости и местное значение числа Маха.

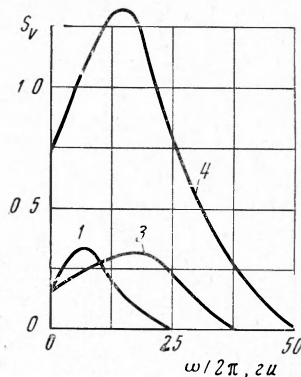
Действительно, путь, проходимый акустической волной, являющейся оптической неоднородностью, относительно регистрирующего устройства за время t можно определить

$$\xi(t) = \langle v \rangle t + \int_0^t v'(t) dt + \int_0^t c(t) dt \quad (5.2)$$

где $c(t)$ — скорость движения неоднородности относительно потока.

Предполагая $v'(t)$ и $c(t)$ статистически независимыми, можно найти дисперсию

$$\langle \xi^2(t) \rangle = 2K_v(0) \int_0^t (t-\tau) R_v(\tau) d\tau + 2K_c(0) \int_0^t (t-\tau) R_c(\tau) d\tau \quad (5.3)$$



Фиг. 3

Следовательно, максимальное отклонение координаты от ее среднего значения в любой момент t будет определяться величиной

$$\sigma_{\max} = \pm \sqrt{K_v(0) + K_c(0)} t \quad (5.4)$$

а девиация

$$\Delta\omega_v = \frac{2\pi}{\lambda_v} \sigma_{\max} = \pm \frac{\omega_v}{\langle v \rangle} \sqrt{K_v(0) + K_c(0)} \quad (5.5)$$

Это выражение можно привести к виду

$$\frac{\Delta\omega_v}{\omega_v} = \pm \left[\frac{K_v(0)}{\langle v \rangle^2} + \frac{K_c(0)}{\langle v \rangle^2} \right]^{1/2} = \pm \left[\delta^2 + \frac{1}{M^2} \right]^{1/2} \quad (5.6)$$

где δ — степень турбулентности, M — число Маха.

Как показали измерения, проведенные в сверхзвуковом потоке аргоновой плазмы [6], применение корреляционного анализа позволяет найти как δ , так и M , поскольку пульсации скорости модулируют одинаково все частоты регистрируемых сигналов, в то время как модуляция за счет относительного движения акустических волв сказывается лишь на высоких частотах.

Авторы благодарны С. А. Христиановичу за внимание и интерес к работе.

Поступила 27 III 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Wills J. A. B. On convection velocities in turbulent shear flows. *J. Fluid Mech.*, 1964, vol. 20, No. 3, pp. 417—432.
2. Fischer M. J., Davies P. O. A. L. Correlation measurements in a non-frozen pattern of turbulence. *J. Fluid Mech.*, 1964, vol., 8, No. 1, pp. 97—116.
3. Sternberg J. On the interpretation of space-time correlation measurements in shear flow. *Phys. Fluids*, 1967, vol. 10, No. 9, pp. 146—152.
4. Fuhs A. E. Study of fluctuation in an arc plasmajet using electromagnetic induction. *AIAA Journal*, 1965 vol., 3, No. 3, pp. 127—132. (Рус. перев.: Изучение флуктуаций в плазменных, струях с дуговым подогревом с помощью электромагнитной индукции. *Ракетная техника и космонавтика*, 1965, № 3, стр. 127—132).
5. Merrifield S. E., Esker D. W. Propagation velocity of random light fluctuations in arc-jet exhausts. *J. Spac. and Rockets*, 1966, vol. 3, No. 10, pp. 1510—1514.
6. Деревянко Н. Ф., Трохан А. М. О применении корреляционного метода для измерения скорости плазменных потоков. *Измерит. техника*, 1966, № 10, стр. 24—28.
7. Krause F. R., Fisher M. J. Remote sensing of local flow instabilities and turbulence. *Flow measurement Symp. Amer. Soc. Mech. Engng, Pittsburgh, Pa.*, 1966.
8. Монин А. С., Яглом А. М. *Статистическая гидромеханика*, ч. 2. М. «Наука», 1967.
9. Деревянко Н. Ф. О возможности измерения турбулентности корреляционным методом. *ПМТФ*, 1968, № 2, стр. 80—86.
10. Хинце И. О. *Турбулентность*. М., Физматгиз, 1963.
11. Деревянко Н. Ф., Латышев В. М., Трохан А. М. О частотном методе измерения скорости течения жидкости. *ПМТФ*, 1968, № 5, стр. 106—109.
12. Шерклиф Д. *Теория электромагнитного измерения расхода*. М., «Мир», 1965.
13. Трохан А. М. Волоконный анемометр. *Измерит. техника*, 1968, № 6, стр. 42—44.
14. Деревянко Н. Ф., Кузнецов И. Л., Трохан А. М. Измерение турбулентности газовых потоков оптическим методом. *Докл. АН СССР*, 1968, т. 180, № 4, стр. 806—808.