

УДК 537.876:536.2

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ВОЛН, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ПОГЛОЩЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛОИСТЫХ СРЕДАХ

И. Л. Хабибуллин, С. И. Коновалова*, Л. А. Садыкова

Башкирский государственный университет, 450074 Уфа, Россия

* Уфимский государственный авиационный технический университет, 450000 Уфа, Россия

E-mails: Habibi.bsu@mail.ru, Ksi@bk.ru, Galiakberova-LA@yandex.ru

Исследован процесс распространения электромагнитного излучения в трехслойной движущейся среде. Показано, что за счет интерференции падающей и отраженной от границы слоев волн при диссипации энергии излучения образуются бегущие температурные волны. Установлено, что частота, длина и скорость этих волн зависят от частоты электромагнитного излучения, электрофизических и теплофизических параметров среды и скорости ее движения.

Ключевые слова: электромагнитное излучение, трехслойная среда, интерференция, температурные волны.

Введение. Исследование распространения электромагнитного излучения в поглощающих средах представляет интерес при разработке технологий, основанных на тепловом воздействии электромагнитных волн высокочастотного (ВЧ) и сверхвысокочастотного (СВЧ) диапазонов (нагрев, сушка, инициирование фазовых превращений, термическая деформация, термомеханическое разрушение и т. д.) [1–4]. При этом в слоисто-неоднородных средах появляются особенности, обусловленные пространственно-временной модуляцией интенсивности тепловыделения за счет интерференции падающей и отраженной от границ слоев волн. Модуляция интенсивности энерговыделения тепловых источников электромагнитного происхождения приводит к модуляции других физических величин (плотности, давления, электрофизических характеристик сред и т. д.). Использование этих процессов позволяет разрабатывать новые методы измерения теплофизических и электрофизических параметров сред, такие как метод температурных волн, широко используемый при проведении теплофизических исследований [5]. Интерес к изучению распределения тепловыделения в слоистых средах существенно возрос после открытия явления туннельной электромагнитной интерференции. Особенность этого явления заключается в наличии незагасающего интерференционного потока энергии, амплитуда которого пропорциональна мнимой части волнового вектора и является осциллирующей функцией пространственной координаты [6–8].

В работах [1–8] рассматривалась неподвижная среда. В настоящей работе исследуются поглощение электромагнитного излучения и интерференция в движущейся слоистой среде, а также возникающее при этом физическое явление — бегущие температурные волны.

Электромагнитное поле в трехслойной среде. Рассмотрим процесс прохождения плоской электромагнитной волны через трехслойную среду, при этом нулевой слой будем

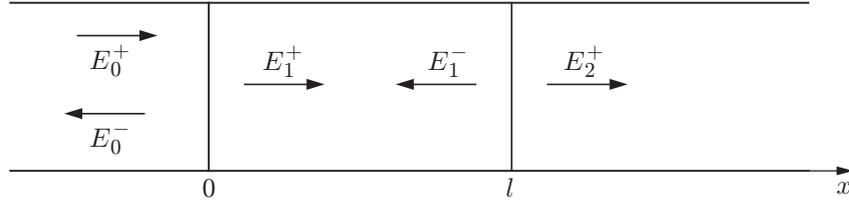


Рис. 1. Схема процесса прохождения плоской электромагнитной волны через трехслойную среду

считать прозрачным для электромагнитного излучения, а слои 1 и 2 — поглощающими (рис. 1). Таким образом, для диэлектрических проницаемостей слоев имеем

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_0, \quad \varepsilon_i = \varepsilon'_i + j\varepsilon''_i \quad (i = 1, 2),$$

где j — мнимая единица; ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума.

Далее приводится решение задачи об определении векторов Пойнтинга и интенсивности энерговыведения тепловых источников в трехслойной среде в полной постановке.

Выражения для электрической и магнитной составляющих электромагнитного поля можно представить в виде

$$\begin{aligned} E_0 &= (E_0^+ e^{jk_0x} + E_0^- e^{-jk_0x}) e^{-j\omega t}, & H_0 &= \frac{1}{Z_0} (E_0^+ e^{jk_0x} - E_0^- e^{-jk_0x}) e^{-j\omega t}, \\ E_1 &= (E_1^+ e^{jk_1x} + E_1^- e^{-jk_1x}) e^{-j\omega t}, & H_1 &= \frac{1}{Z_1} (E_1^+ e^{jk_1x} - E_1^- e^{-jk_1x}) e^{-j\omega t}, \\ E_2 &= E_2^+ e^{jk_2x-j\omega t}, & H_2 &= \frac{1}{Z_2} E_2^+ e^{jk_2x-j\omega t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E_0^+ — амплитуда падающей волны; k_i , Z_i — комплексные волновые числа и волновые сопротивления сред соответственно; ω — частота волны.

Для немагнитных сред величины k_i и Z_i определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} k_i &= k_{i0} \sqrt{1 + j \operatorname{tg} \delta_i} = \beta_i + i\alpha_i, & \operatorname{tg} \delta_i &= \frac{\varepsilon''_i}{\varepsilon'_i}, & k_{i0} &= \frac{\omega}{c_0} \sqrt{\varepsilon'_i}, \\ c_0 &= \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}, & \beta_i &= \frac{k_{i0}}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{\cos \delta_i}}, & \alpha_i &= \frac{k_{i0}}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{\cos \delta_i} - 1}, \\ Z_i &= Z_0 \sqrt{\frac{1}{\varepsilon_i}} = |Z_i| e^{-j\delta_i/2}, & Z_0 &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, & |Z_i| &= Z_0 \sqrt{\frac{\cos \delta_i}{\varepsilon'_i}}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь β — волновое число, определяющее фазовую скорость электромагнитного поля $v_e = \omega/\beta$; α — постоянная затухания, определяющая уменьшение амплитуды поля; ε_0 , μ_0 , c_0 , Z_0 — электродинамические постоянные.

Четыре неизвестные величины E_0^- , E_1^+ , E_1^- , E_2^+ , входящие в (1), определяются из условий непрерывности напряженностей поля \vec{E} и \vec{H} на границах раздела сред $x = 0$ и $x = l$:

$$\begin{aligned} E_0^- &= \frac{E_0^+}{B} [(1 - Z_{01})(1 + Z_{12}) + (1 + Z_{01})(1 - Z_{12}) e^{2jk_1l}], \\ E_1^+ &= \frac{2E_0^+}{B} (1 + Z_{12}), & E_1^- &= \frac{2E_0^+}{B} (1 - Z_{12}) e^{2jk_1l}, & E_2^+ &= \frac{4E_0^+}{B} e^{-jk_2l + jk_1l}, \\ B &= (1 + Z_{01})(1 + Z_{12}) + (1 - Z_{01})(1 - Z_{12}) e^{2jk_1l}, & Z_{ik} &= Z_i/Z_k, & i, k &= 0, 1, 2. \end{aligned} \quad (3)$$

Заметим, что с использованием соотношения

$$r_{ik} = -r_{ki} = \frac{1 - Z_{ik}}{1 + Z_{ik}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_i} - \sqrt{\varepsilon_k}}{\sqrt{\varepsilon_i} + \sqrt{\varepsilon_k}}$$

комплексные коэффициенты отражения и пропускания (прозрачности) слоя можно представить в виде [9]

$$\rho = \frac{E_0^-}{E_0^+} = \frac{r_{01} + r_{12} e^{2jk_1 l}}{1 + r_{01} r_{12} e^{2jk_1 l}}, \quad \tau = \frac{E_2^+}{E_0^+} = \frac{1}{(1 + Z_{01})(1 + Z_{12})} \frac{4 e^{j(k_1 - k_2)l}}{1 + r_{01} r_{12} e^{2jk_1 l}}. \quad (4)$$

В этом представлении величина $|r_{ik}|^2 = R_{ik}$ представляет собой коэффициент отражения от плоской поверхности, разделяющей две полубесконечные среды при нормальном падении электромагнитных волн.

Подставляя (3) в (1) с учетом (4), для напряженностей полей в областях 0–2 получаем выражения

$$\begin{aligned} E_0 &= E_0^+ (e^{jk_0 x} + \rho e^{-jk_0 x}) e^{-j\omega t}, & H_0 &= \frac{E_0^+}{Z_0} (e^{jk_0 x} - \rho e^{-jk_0 x}) e^{-j\omega t}, \\ E_1 &= (B_1 e^{jk_1 x} + B_2 e^{-jk_1 x}) e^{-j\omega t}, & H_1 &= \frac{1}{Z_1} (B_1 e^{jk_1 x} - B_2 e^{-jk_1 x}) e^{-j\omega t}, \\ E_2 &= E_0^+ \tau e^{jk_2 x} e^{-j\omega t}, & H_2 &= \frac{E_0^+}{Z_2} \tau e^{jk_2 x - j\omega t}, \\ B_1 &= \frac{2E_0^+}{B} (1 + Z_{12}), & B_2 &= \frac{2E_0^+}{B} (1 - Z_{12}) e^{2jk_1 l}. \end{aligned} \quad (5)$$

Как известно, осредненная за период плотность потока энергии электромагнитного поля (интенсивность электромагнитных волн) определяется действительной частью комплексного вектора Пойнтинга [9], выражение для которой в рассматриваемом случае плоских волн имеет вид

$$S_i = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (E_i \bar{H}_i). \quad (6)$$

Подставляя в (6) значения напряженностей полей из (5), после ряда преобразований находим

$$\begin{aligned} S_0 &= \frac{(E_0^+)^2}{2Z_0} (1 - |\rho|^2), \\ S_1 &= \frac{(E_0^+)^2}{|Z_1|} \frac{2|1 + Z_{12}|^2}{|B|^2} \cos \varphi_1 \{ e^{-2\alpha_1 x} - 2 \operatorname{tg} \varphi_1 e^{-2\alpha_1 l} F \sin [2\beta_1(x - l) - \psi_1] + H e^{2\alpha_1 x - 4\alpha_1 l} \}, \\ S_2 &= \frac{(E_0^+)^2}{2|Z_2|} |\tau|^2 \cos \varphi_2 e^{-2\alpha_2 x}, \\ \varphi_i &= \frac{\delta_i}{2}, \quad \operatorname{tg} \psi_1 = \frac{2|Z_{12}|}{|Z_{12}|^2 - 1} \sin \varphi_{12}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$F = \frac{1}{|1 + Z_{12}|^2} [(|Z_{12}| - 1)^2 + 4|Z_{12}| \sin^2 \varphi_{12}]^{1/2}, \quad H = \left| \frac{1 - Z_{12}}{1 + Z_{12}} \right|^2.$$

Здесь H — коэффициент отражения от поверхности, расположенной в точке $x = l$ (отношение среднего по времени отраженного от поверхности потока энергии к среднему по времени потоку энергии, падающему на поверхность); $|1 \pm Z_{12}|^2 = 1 + |Z_{12}|^2 \pm 2|Z_{12}| \cos \varphi_{21}$.

Второе слагаемое в формуле для S_1 в (7) определяет поток энергии, появляющийся за счет интерференции падающей и отраженной от поверхности $x = l$ волн. Следует отметить, что этот поток представляет собой осциллирующую функцию координаты x , т. е. является незатухающим. Первый и последний члены в формуле для S_1 , определяющие перенос энергии от одной границы слоя к другой по направлению оси x и против него соответственно, являются затухающими. Заметим, что в прозрачной среде 1 интерференционные потоки энергии отсутствуют, т. е. при $\delta_1 = 0$ в выражении для S_1 интерференционное слагаемое равно нулю. Если среда 2 прозрачная ($\delta_2 = 0$), то из (7) следуют выражения, полученные в [10].

Интенсивность энерговыделения тепловых источников, зависящая от степени поглощения электромагнитных волн, определяется выражением

$$Q_i = -\frac{\partial S_i}{\partial x}. \quad (8)$$

Подставляя (7) в (8), получаем

$$\begin{aligned} Q_0 = 0, \quad Q_1 = q_{01} A \{ e^{-2\alpha_1 x} + F e^{-2\alpha_1 l} \cos [2\beta_1(x-l) - \psi_1] + H e^{2\alpha_1 x - 4\alpha_1 l} \}, \\ Q_2 = q_{02} |\tau|^2 e^{-2\alpha_2 x}, \quad q_{0i} = \frac{\alpha_i (E_0^+)^2}{|Z_i|} \cos \varphi_i, \quad A = \frac{4|1 + Z_{12}|^2}{|B|^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Следует отметить, что на границах раздела сред плотность потока энергии является непрерывной, в то время как плотности тепловых источников имеют разрыв, величина которого пропорциональна разности мнимых частей диэлектрических проницаемостей контактирующих сред.

Задача о температурных волнах. Рассматривается плоскоодномерное движение флюида в слоистой среде $0 < x < l$, $x > l$ в поле плоской электромагнитной волны, падающей на линию $x = 0$ (см. рис. 1).

Движущаяся среда считается несжимаемой, скорость движения — постоянной. Примерами таких движений являются фильтрация жидкости в слоистой пористой среде с разрывом пористости при $x = l$, истечение жидкости из пористой среды в свободное пространство и, наоборот, втекание жидкости из свободного пространства в пористую среду (например, капиллярная пропитка), движение жидкости в свободном пространстве через проницаемую перегородку, частично отражающую электромагнитные волны.

На границе раздела сред l за счет различия электрофизических свойств слоев имеет место частичное отражение электромагнитных волн, а интенсивность электромагнитного излучения в области $0 < x < l$ определяется энергией падающей и отраженной волн с учетом их интерференции.

Температурное поле описывается следующей краевой задачей для случая фильтрации жидкости в пористой среде:

$$\lambda_I \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} - c_1 \vartheta \frac{\partial T_1}{\partial x} + Q_1 = c_1 \frac{\partial T_1}{\partial t}, \quad 0 < x < l; \quad (10)$$

$$\lambda_{II} \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} - c_1 \vartheta \frac{\partial T_2}{\partial x} + Q_2 = c_{II} \frac{\partial T_2}{\partial t}, \quad l < x < L; \quad (11)$$

$$T_1(0, t) = T_\Gamma, \quad T_2(L, t) = T_2(x, 0) = T_0; \quad (12)$$

$$\lambda_I \frac{\partial T_I(l, t)}{\partial x} = \lambda_{II} \frac{\partial T_{II}(l, t)}{\partial x}, \quad T_I(l, t) = T_{II}(l, t). \quad (13)$$

Здесь λ_I , λ_{II} , c_I , c_{II} — осредненные по объему теплопроводности и теплоемкости насыщенной пористой среды (индексы I и II соответствуют областям $0 < x < l$ и $x > l$); c_1 — объемная теплоемкость жидкости.

Задача (10)–(13) описывает распределение температуры в двухслойной среде при наличии электромагнитного воздействия. Распределения тепловых источников определяются согласно выражению (9). Заметим, что полученные выше выражения для распределения электромагнитного поля и плотности тепловых источников остаются справедливыми и для движущихся сред, так как фазовая скорость распространения электромагнитных волн на 8–10 порядков больше скорости движения среды [2].

Аналитические решения. Задача (10)–(13) допускает аналитическое решение, но оно является очень громоздким. Для исследования особенностей данного процесса рассмотрим аналитические решения в адиабатическом приближении ($\lambda_I = \lambda_{II} = 0$). Область применимости этого приближения при электромагнитном нагреве сред (в пренебрежении молекулярным потоком тепла) определена в [11, 12].

В адиабатическом приближении в слое $0 < x < l$ решение задачи Коши для уравнения (10) имеет вид

$$T = T_0 + \frac{q_{01}A}{2\alpha_1 c_1 \vartheta} e^{-2\alpha_1 x} (e^{2\alpha_1 c_1 \vartheta t} - 1) + \frac{q_{01}AF}{\beta_1 c_1 \vartheta} e^{-2\alpha_1 l} \sin(\beta_1 c \vartheta t) \times \\ \times \cos[2\beta_1(x-l) - \beta_1 c \vartheta t - \psi_1] - \frac{q_{01}AH}{2\alpha_1 c_1 \vartheta} e^{2\alpha_1 x - 4\alpha_1 l} (e^{-2\alpha_1 c \vartheta t} - 1), \quad c = \frac{c_1}{c_1}. \quad (14)$$

Из (14) следует, что за счет интерференции падающей и отраженной волн формируется осциллирующее по координате и времени температурное поле в виде бегущих волн. Температура в целом с увеличением x уменьшается, но осциллирующая составляющая температурной волны имеет постоянную амплитуду. Пространственное периодическое изменение температуры определяется волновым числом β_1 , временная зависимость температурного поля оказывается частотно-модулированной. Частота температурных волн определяется выражением

$$\omega_T = \frac{c_1}{c_1} \beta_1 \vartheta = \frac{c_1}{c_1} \sqrt{\varepsilon'_1} \omega \frac{\vartheta}{c_0} \sqrt{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{\cos \delta_1}\right),$$

где $c_0 = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Таким образом, частота температурных волн зависит от диэлектрических ε'_1 , δ_1 и теплофизических c_1 , c_1 параметров среды, скорости движения жидкости ϑ и частоты электромагнитной волны ω .

Между длиной λ_T , частотой ω_T и скоростью ϑ_T температурных волн и длиной λ_e , частотой ω и фазовой скоростью ϑ_e электромагнитных волн имеют место соотношения

$$\omega_T = \omega \frac{\vartheta}{\vartheta_e}, \quad \lambda_T = \frac{\lambda_e}{2}, \quad \vartheta_T = \frac{\vartheta}{2}.$$

Так как $\vartheta \ll \vartheta_e$, то $\omega_T \ll \omega$, т. е. температурные волны, возникающие при нагреве сред электромагнитными волнами ВЧ- и СВЧ-диапазонов, являются низкочастотными. Например, при движении воды со скоростью 1 м/с в поле электромагнитных волн с частотой 81 МГц частота температурной волны равна $\omega_T = 2,43$ Гц, а в СВЧ-области ($\omega = 2\pi \cdot 2345 \approx 14\,726,6$ МГц) $\omega_T \approx 70$ Гц.

С увеличением скорости движения среды амплитуда осцилляций температуры уменьшается, а частота увеличивается. При этом температурное поле в основном определяется первым слагаемым в (14). Такая же зависимость имеет место при увеличении времени (отличие заключается в том, что частота температурных волн при этом не изменяется).

Рассмотрим решение смешанной задачи для уравнения (10) при заданных граничном и начальном условиях:

$$T(0, t) = T_\Gamma, \quad T(x, 0) = T_0.$$

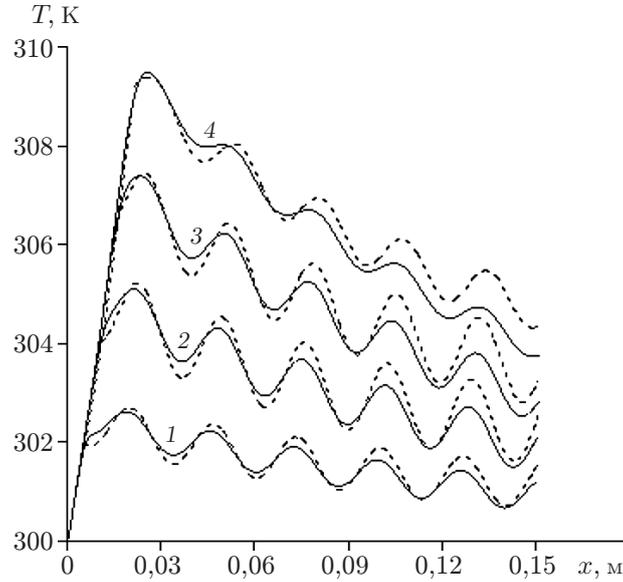


Рис. 2. Результаты численного (сплошные линии) и аналитического (штриховые линии) решений задачи:

1 — $t = 30$ с, 2 — $t = 60$ с, 3 — $t = 90$ с, 4 — $t = 120$ с

С учетом (9) решение этой задачи, построенное методом преобразований Лапласа, имеет вид

$$\begin{aligned}
 T = T_0 + (T_\Gamma - T_0)\sigma(c\vartheta t - x) + \theta_1 [e^{-2\alpha_1(x-c\vartheta t)} - e^{-2\alpha_1 x} - (e^{-2\alpha_1(x-c\vartheta t)} - 1)\sigma(c\vartheta t - x)] + \\
 + 2\theta_2 e^{-2\alpha_1 l} [\sin(\beta_1 c\vartheta t) \cos(\beta_1 c\vartheta t - 2\beta_1(x-l) + \psi_1) - \\
 - \sin(\beta_1 c\vartheta t - \beta_1 x) \cos(\beta_1 c\vartheta t - 2\beta_1(x-l) + \psi_1)\sigma(c\vartheta t - x)] + \\
 + \theta_1 H e^{-4\alpha_1 l} [e^{2\alpha_1 x} - e^{2\alpha_1(x-c\vartheta t)} - (1 - e^{2\alpha_1(x-c\vartheta t)})\sigma(c\vartheta t - x)], \quad (15)
 \end{aligned}$$

где $\theta_1 = q_{01}A/(2\alpha_1 c_1 \vartheta)$; $\theta_2 = q_{01}AF/(2\beta_1 c_1 \vartheta)$; $\sigma(c\vartheta t - x)$ — единичная функция Хевисайда.

Из (15) следует, что волновой характер распределения температуры сохраняется, на характеристической линии $x_c = c\vartheta t$ имеют место максимальная температура и скачок температуры $T_\Gamma - T_0$. В области $x_c < c\vartheta t$ температура не зависит явно от времени и увеличивается от значения $T = T_\Gamma$ при $x = 0$ до значения

$$T = T_\Gamma + \theta_1(1 - e^{-2\alpha_1 x_c}) + 2\theta_2 e^{-2\alpha_1 l} \sin(\beta_1 x_c) \cos(\beta_1 x_c - 2\beta_1 l - \psi_1) + \theta_1 H e^{-4\alpha_1 l} (e^{2\alpha_1 x_c} - 1)$$

при $x = x_c$. В области $x > x_c$ распределение температуры имеет вид осциллирующей функции, убывающей по координате x .

Численное моделирование. С использованием неявной конечно-разностной схемы и процедуры прогонки выполнено численное моделирование задачи (10)–(13). В качестве движущегося флюида рассматривалась вода, которая имеет коэффициент поглощения, изменяющийся в широком диапазоне.

При расчетах использованы следующие значения параметров: $\varepsilon_1 = 39$, $\text{tg } \delta_1 = 0,06$, $\varepsilon_2 = 2$, $\text{tg } \delta_2 = 0,14$, $E_0^+ = 3 \cdot 10^3$ В/м, $f = 915$ МГц, $\lambda_I = \lambda_{II} = 1$ Вт/(м·К), $c_I = 4,2 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $c_{II} = 2 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $\vartheta = 10^{-4}$ м/с, $l = 0,15$ м, $T_\Gamma = T_0 = 300$ К.

На рис. 2 приведены результаты численного решения задачи в полной постановке (сплошные кривые) и по аналитической формуле (15) (штриховые кривые). Видно, что решение смешанной задачи, полученное без учета теплопроводности и влияния области

$x > l$, в целом удовлетворительно описывает распределение температуры в области интерференции $0 < x < l$. Влияние теплопроводности на динамику температурных волн (частоту и скорость) практически отсутствует, в то время как ее влияние на амплитуду осциллирующей температуры является существенным. Теплопроводность в целом не нарушает волновой характер температурного поля, но при ее учете максимумы температуры уменьшаются.

Заключение. В работе показано, что при интерференции электромагнитных волн в поглощающем подвижном слое образуются бегущие температурные волны, скорость и частота которых определяются скоростью движения среды и частотой электромагнитной волны. Данный метод генерации температурных волн может быть использован для интенсификации и оптимизации процессов тепломассопереноса, а также при экспериментальном определении физических параметров сред путем зондирования их электромагнитными волнами.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Окресс Э.** СВЧ-энергетика. М.: Мир, 1971. Т. 3.
2. **Хабибуллин И. Л.** Электромагнитная термогидромеханика поляризующихся сред. Уфа: Башкир. гос. ун-т, 2000.
3. **Диденко А. Н.** СВЧ-энергетика. Теория и практика. М.: Наука, 2003.
4. **Хабибуллин И. Л., Назмутдинов Ф. Ф., Габзалилов А. Ф.** Автоволновой режим нагрева диэлектрических сред электромагнитным излучением // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 2. С. 229–236.
5. **Ивлиев А. Д.** Метод температурных волн в теплофизических исследованиях // Теплофизика высоких температур. 2009. Т. 47, № 5. С. 771–778.
6. **Сидоренков В. В., Толмачев В. В.** Эффект туннельной электромагнитной интерференции в металлических пластинках // Письма в ЖТФ. 1989. Т. 15, вып. 21. С. 34–36.
7. **Сидоренков В. В., Толмачев В. В.** Просветление диссипирующей среды при интерференции встречных электромагнитных волн // Письма в ЖТФ. 1990. Т. 16, вып. 20. С. 5–8.
8. **Семенов Д. И., Ефимов В. В.** Диссипация энергии в условиях интерференции встречных волн в поглощающем слое // Журн. техн. физики. 1997. Т. 67, № 2. С. 118–120.
9. **Стреттон Дж. А.** Теория электромагнетизма. М.; Л.: ОГИЗ, 1948.
10. **Ефимов В. В., Семенов Д. И.** Особенности прохождения излучения через слой с комплексным показателем преломления // Оптика и спектроскопия. 1994. Т. 77, № 1. С. 72–76.
11. **Некрасов Л. Б., Рикенглаз Л. Е.** К теории адиабатического нагрева СВЧ-полем диэлектрика с коэффициентом затухания, зависящим от температуры // Журн. техн. физики. 1973. Т. 43, вып. 4. С. 694–697.
12. **Хабибуллин И. Л.** Нелинейные эффекты при нагреве сред электромагнитным излучением // Инж.-физ. журн. 2000. Т. 73, № 4. С. 832–838.

*Поступила в редакцию 6/X 2011 г.,
в окончательном варианте — 6/V 2014 г.*