

УДК 532.516

Численное исследование течения несжимаемой жидкости и теплообмена вокруг вращающегося кругового цилиндра

Р. Буакказ¹, К. Талби¹, И. Хелил¹, Ф. Салхи², М. Уазизи¹

¹Университет Константин 1, Константин, Алжир

²Университет Мулу Маммери Тизи-Узу, Тизи-Узу, Алжир

E-mail: r.bouakkaz@gmail.com, kam.talbi@gmail.com;

Yacine_khelil@yahoo.fr, Belghar1@yahoo.fr, sf8476@yahoo.fr

Численно исследуется теплообмен при обтекании воздухом неограниченного нагретого вращающегося кругового цилиндра при различных скоростях вращения ($\alpha = 0-6$) в диапазоне чисел Рейнольдса 20–200. Численные расчеты выполнены методом конечного объема с использованием коммерческого пакета программ FLUENT. Последовательные изменения картины течения изучаются как функция скорости вращения. Подавление вихревой пелены происходит, когда увеличивается скорость вращения ($\alpha > 2$). Второй вид неустойчивости появляется при более высокой скорости вращения, где ряд вихрей, вращающихся против часовой стрелки, погружается в верхний сдвиговый слой. Вращение ослабляет вторичную неустойчивость и увеличивает критическое число Рейнольдса, соответствующее появлению этой неустойчивости. Полученные в расчетах осредненные по времени значения коэффициентов подъемной силы и сопротивления и число Нуссельта сравниваются с данными, имеющимися в литературе. Получено хорошее согласование по локальным и по осредненным значениям этих параметров.

Ключевые слова: нестационарный режим, вращающийся круговой цилиндр, скорость вращения, число Нуссельта, вынужденная конвекция.

Введение

Течение и теплообмен при обтекании вращающегося цилиндра представляют большой интерес для исследователей вследствие широкой сферы приложений в различных промышленных процессах. Приложения включают цилиндрические устройства охлаждения в производстве пластмасс и стекла, продуктов питания и в процессах химической технологии. В этих течениях результаты зависят не только от числа Рейнольдса Re , но и от скорости вращения α , определяемой как отношение скорости вращения стенки цилиндра к скорости набегающего свободного потока:

$$Re = U_{\infty} D/\nu \text{ и } \alpha = \Omega D/2U_{\infty}. \quad (1)$$

Обтекание цилиндра, вращающегося с постоянной угловой скоростью и помещенного в равномерный поток, исследовалось в работе [1] при $Re = 60, 100, 200$. В работе [2] были найдены две смены режима течения при $Re = 200$: второй переход от стационарного

к нестационарному течению при α_{L2} и третий переход при $\alpha > \alpha_{L3}$, где нестационарное течение снова подавляется; второй нестационарный режим течения определялся в очень узком диапазоне $\alpha_{L2} \leq \alpha \leq \alpha_{L3}$. В работе [3] показано, что коэффициенты сопротивления и подъемной силы убывают с ростом скорости вращения. Убывание теплообмена при ламинарной вынужденной конвекции с увеличением скорости вращения изотермического цилиндра для $Re = 5, 10, 20, 40$ и 100 при $\alpha \leq 4$ было установлено в работе [4]. В работе [5] численно исследовалось несимметричное течение в равномерной вязкой жидкости при числах $Re = 5$ и 20 , $\alpha = 0-0,5$.

Численное моделирование при $Re = 200, 500$ и 1000 , $0 \leq \alpha \leq 1$ и $0,1 \leq Pr \leq 1$ было выполнено в [6]. В работе [7] с использованием мульти-релаксационной модели метода решеточных уравнений Больцмана исследовались ламинарное течение и теплопередача от вращающегося круглого цилиндра в потоке с равномерным сдвигом, где скорость набегающего потока менялась линейно поперек цилиндра. В работе [8] изучался конвективный теплоперенос от вращающегося цилиндра с линейным колебанием при числах $Re = 100, 200, 300$. Рассматривались различные скорости ($0-2,5$) вращения цилиндра при различных амплитудах колебаний и частотах с тремя разными числами $Pr: 0,7, 6, 20$.

В работе [9] численно исследовался вынужденный конвективный теплоперенос на вращающемся круговом цилиндре в двумерном ламинарном режиме. Был сделан вывод, что вращение может быть использовано для снижения сопротивления и теплообмена. Авторами работы [10] рассматривалась теплопередача при вынужденной конвекции в случае цилиндра, вращающегося в набегающем потоке и рассеивающем тепловой поток при числах Рейнольдса от 20 до 160 и числе Прандтля $0,7$. Результаты показали, что при более высокой скорости вращения число Нуссельта практически не зависит от числа Рейнольдса и тепловых граничных условий. Подавление дорожки Кармана исследовалось также численно в работе [11] и экспериментально в [12, 13] для изотермического течения.

Целью настоящей работы является численное исследование характеристик течения и теплообмена при обтекании вращающегося круглого цилиндра для широкого диапазона числа Рейнольдса ($20 \leq Re \leq 200$) и числа Прандтля, равного $0,7$, для значений параметра вращения $0 \leq \alpha \leq 6$ в ламинарном режиме двумерного течения.

1. Постановка задачи, основные уравнения и граничные условия

Система состоит из двумерного бесконечно длинного кругового цилиндра (рис. 1) диаметром D , который поддерживается при постоянной температуре T_w и вращается против часовой стрелки с постоянной угловой скоростью Ω . На него набегают поток с постоянной скоростью U_∞ и равномерной температурой T_∞ на входе. Разность температур

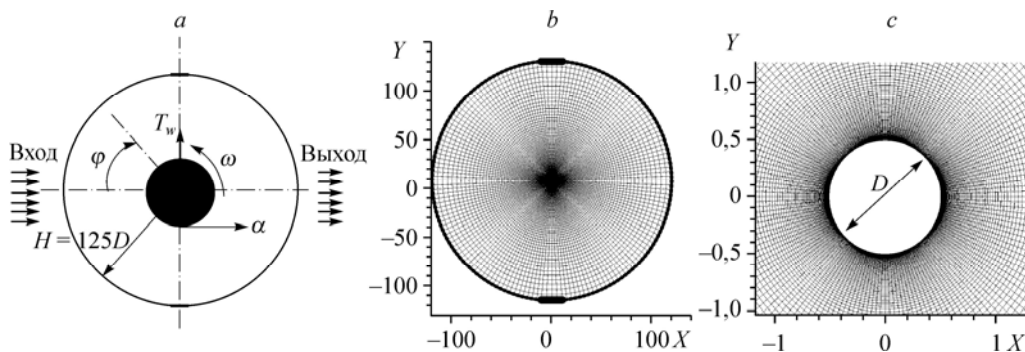


Рис. 1. Схема обтекания вращающегося цилиндра неограниченным потоком (а), структура сетки (б), детали сетки вблизи цилиндра (с).

между набегающей жидкостью и поверхностью цилиндра мала ($\approx 2 \text{ К}$), поэтому можно пренебречь зависимостью физических свойств, в частности плотности и вязкости, от температуры.

Для решения задачи использовались двумерные уравнения Навье–Стокса и уравнение энергии:

– уравнение неразрывности

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0, \quad (2)$$

– уравнение количества движения вдоль оси X

$$\frac{\partial(U)}{\partial \tau} + \frac{\partial(UU)}{\partial X} + \frac{\partial(VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2(U)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2(U)}{\partial Y^2} \right), \quad (3)$$

– уравнение количества движения вдоль оси Y

$$\frac{\partial(V)}{\partial \tau} + \frac{\partial(UV)}{\partial X} + \frac{\partial(VV)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2(V)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2(V)}{\partial Y^2} \right), \quad (4)$$

– уравнение энергии

$$\frac{\partial(\theta)}{\partial \tau} + \frac{\partial(U\theta)}{\partial X} + \frac{\partial(V\theta)}{\partial Y} = \frac{1}{\text{RePr}} \left(\frac{\partial^2(\theta)}{\partial X^2} + \frac{\partial^2(\theta)}{\partial Y^2} \right), \quad (5)$$

где

$$U = \frac{u}{U_\infty}, \quad V = \frac{v}{U_\infty}, \quad \tau = \frac{tU_\infty}{D}, \quad X = \frac{x}{D}, \quad Y = \frac{y}{D}, \quad P = \frac{p}{\rho U_\infty^2}, \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_w - T_\infty}.$$

1.1. Граничные условия

Краевые условия записываются в следующем виде: для левой полуокружности (рис. 1, a) задается граничное условие типа Дирихле для декартовых составляющих скорости:

$$U = 1, \quad V = 1, \quad \theta = 0, \quad (6)$$

правая полуокружность представляет собой границу оттока, где считается, что поток диффузии в направлении по нормали к выходной поверхности равен нулю для всех переменных:

$$\partial U / \partial X = 0, \quad \partial V / \partial X = 0, \quad \partial \theta / \partial X = 0, \quad (7)$$

на прямых горизонтальных сегментах задаются нулевая нормальная составляющая скорости и нулевой градиент всех переменных вдоль нормали

$$\partial U / \partial Y = 0, \quad \partial \theta / \partial Y = 0, \quad V = 0. \quad (8)$$

Как следствие, накладывается условие нулевого касательного напряжения на этих двух границах. Секторы круга, которые содержат эти сегменты, каждый имеют размах 10° . Включение этих сегментов определяет переходную область между входным и выходным сечениями. Наконец, задается безразмерная периферийная или касательная скорость на поверхности вращающегося цилиндра наряду с граничным условием прилипания:

$$U = -a \sin(\varphi), \quad V = -a \cos(\varphi), \quad \theta = 1. \quad (9)$$

2. Детали вычислительного алгоритма

Расчетная сетка для рассматриваемой задачи генерируется с помощью коммерческого генератора сетки GAMBIT. В частности, была создана модифицированная сетка типа O, состоящая из неравномерных четырехсторонних ячеек, имеющих в общей сложности 26720 узлов в полной расчетной области, что давало наилучшие результаты. Точка сетки, ближайшая к цилиндру, бралась на расстоянии $0,0025D$, где D — диаметр цилиндра. Внешняя граница располагалась на расстоянии $125D$. Применялся нестационарный решатель для расчета течения несжимаемой жидкости на совмещенной сетке. Применялась неявная схема для получения дискретной системы уравнений. Поле скоростей последовательно обновлялось путем решения уравнений количества движения с использованием известных значений давления и скорости. Затем решалось уравнение типа Пуассона для поправки давления, получаемое комбинированием уравнений неразрывности и количества движения. Использовалась схема QUICK (quadratic upwind interpolation for convective kinematics) для дискретизации конвективного члена в уравнениях количества движения, а диффузионный член дискретизировался схемой центральных разностей. Для связи давления и скорости был выбран PISO (pressure implicit with splitting of operator) алгоритм. Наконец, нестационарные уравнения количества движения интегрировались по времени с использованием второго порядка аппроксимации.

3. Результаты и их обсуждение

В настоящем исследовании определяющие параметры имеют следующие значения: $Re = 20-200$, скорость вращения $\alpha = 0-6$, число Прандтля фиксировано и равно 0,7.

3.1. Сравнение с результатами других авторов

Проведено сравнение с данными, имеющимися в литературе. Параметры, включенные для сравнения, — это коэффициенты подъемной силы и сопротивления, а также безразмерная завихренность и коэффициент давления на поверхности вращающегося круглого цилиндра. В табл. 1 сравниваются коэффициенты подъемной силы и сопротивления, вычисленные в настоящей работе, с данными из литературы. Уже отмечалось, что для коэффициента подъемной силы согласование хорошее, но в значениях коэффициента сопротивления расхождение ощутимы: коэффициенты сопротивления настолько малы, что относительные ошибки увеличиваются.

Таблица 1

Сравнение коэффициентов подъемной силы и сопротивления, вычисленных в настоящей работе, с данными, имеющимися в литературе

		Настоящая работа		Работа [10]	
Re	α	C_L	C_D	C_L	C_D
40	1	-2,589	1,315	-2,6013	1,315
40	5	-24,277	-0,321	-24,568	0,065
		Настоящая работа		Работа [9]	
Re	α	C_L	C_D	C_L	C_D
100	1	-2,494	1,043	-2,492	0,954
100	5	-26,632	-0,464	-25,902	-1,105
		Настоящая работа		Работа [2]	
Re	α	C_L	C_D	C_L	C_D
200	1	-2,3618	1,2276	-2,368	1,072
200	5	-27,029	0,011	-27,055	0,1680

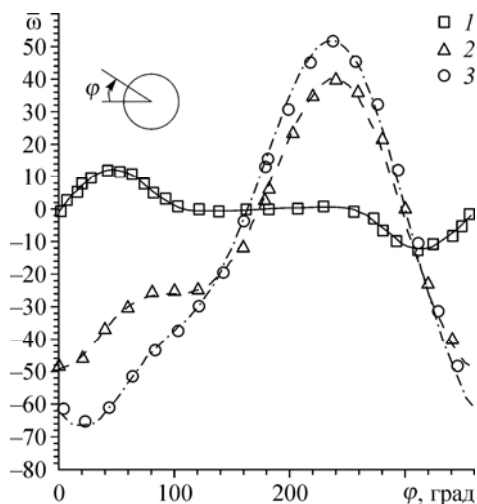


Рис. 2. Профили безразмерной завихренности на поверхности вращающегося цилиндра при $Re = 200$.

Настоящие расчеты: $\alpha = 0$ — сплошная линия, $\alpha = 3$ — штриховая линия, $\alpha = 4$ — штрихпунктирная линия; результаты работы [2]: $\alpha = 0$ (1), 3 (2), 4 (3).

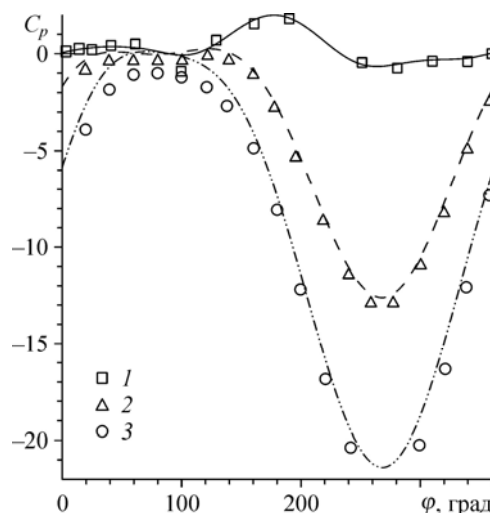


Рис. 3. Профили коэффициента давления на поверхности вращающегося цилиндра при $Re = 200$.

Настоящие расчеты: $\alpha = 0$ — сплошная линия, $\alpha = 3$ — штрихпунктирная линия, $\alpha = 4$ — штриховая линия; результаты работы [2]: $\alpha = 0$ (1), 3 (2), 4 (3).

На рис. 2 и 3 видно, что безразмерная завихренность и коэффициент давления для $Re = 200$ при $\alpha = 3$ и 4 хорошо согласуются с несколько меньшей точностью для $Re = 200$ и $\alpha = 4$, где коэффициент давления на верхней поверхности цилиндра несколько возмущен. Это поведение, возможно, связано с различиями между результатами настоящей работы и результатами работы [2] по коэффициенту сопротивления. Распределение давления вокруг поверхности цилиндра вносит вклад в сопротивление, и расхождения очевидны при больших α . Для самого большого значения $\alpha (= 4)$ различия в вычислительных стратегиях, использованных здесь и в работе [2], касающиеся формы сетки и численных схем, наиболее очевидны в значениях сопротивления.

3.2. Переходы от стационарного к нестационарному режиму течения

На рис. 4 показаны кривые коэффициента подъемной силы как функции времени для течения около вращающегося цилиндра при различных значениях α при $Re = 200$. Фазовые диаграммы C_L и C_D представлены на рис. 5. Нестационарность аэродинамических коэффициентов вызвана сходом вихревой пелены. Течение нестационарно при низких значениях α . При $\alpha = 1,91$ сход вихревой пелены прекращается и течение выходит на стационарный режим. Увеличение скорости вращения приводит к ослаблению

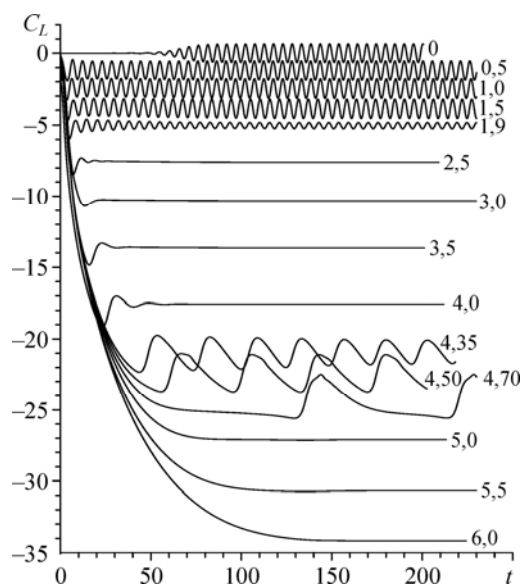


Рис. 4. Коэффициент подъемной силы как функция времени при различных значениях α для $Re = 200$.

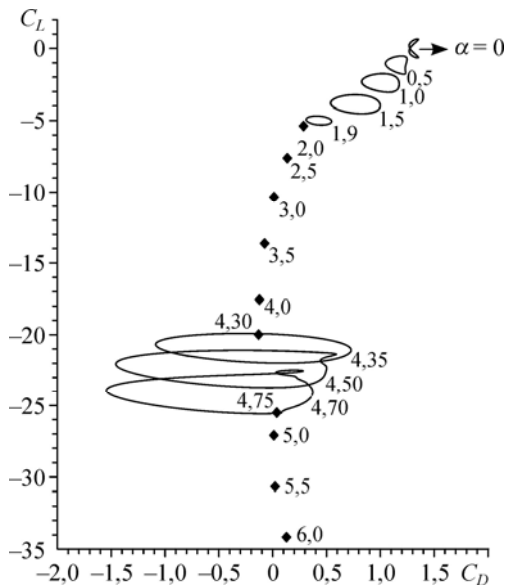


Рис. 5. Фазовые диаграммы коэффициентов подъемной силы и сопротивления при различных значениях α для $Re = 200$.

вращающихся в противоположную сторону вихрей с нижней стороны цилиндра; неустойчивая мода исчезает и течение стационарно при $1,91 < \alpha \leq 4,3$. Благодаря увеличению скорости вращения в сочетании с сильным влиянием вязкости вблизи стенки возрастает роль сдвигового механизма и появляется вторая неустойчивость в диапазоне $4,35 \leq \alpha \leq 4,7$. В этом интервале с верхней части цилиндра сходят только вихри, вращающиеся против часовой стрелки (рис. 6). При $\alpha \geq 4,75$ скорость сдвига становится очень большой

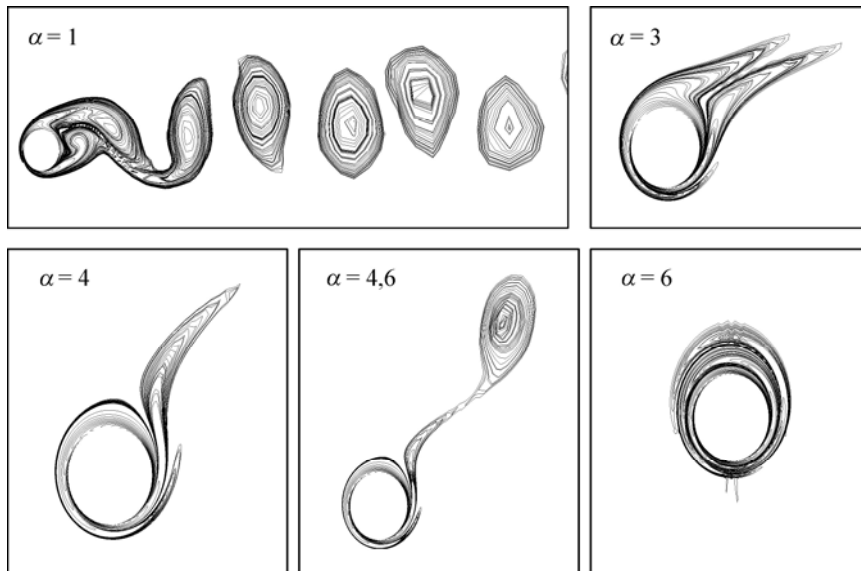


Рис. 6. Линии постоянной завихренности.

Последовательные шаги в двумерном переходе при увеличении α ; $Re = 200$.

и усиливает влияние вязкости вблизи стенки. При $\alpha < 1,91$ число Струхала ($St = fD/U_\infty$) схода вихрей практически постоянно и убывает как функция α перед первой бифуркацией, в интервале второй моды оно очень низкое (см. рис. 7).

На рис. 8 представлены критические значения α для различных чисел Рейнольдса в сравнении с результатами работ [1] и [2]. На рисунке изображена карта устойчивости с тремя кривыми, представляющими собой скорости вращения (α_{L1} , α_{L2} , α_{L3}), при которых обнаружены три перехода от стационарных к нестационарным течениям с четырьмя режимами течения: режим вихреобразования I при $\alpha \leq \alpha_{L1}$, стационарный режим I при $\alpha_{L1} < \alpha < \alpha_{L2}$, режим вихреобразования II при $\alpha_{L2} \leq \alpha \leq \alpha_{L3}$ и стационарный режим II

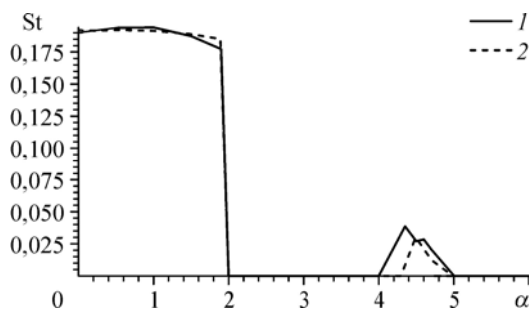


Рис. 7. Изменение числа Струаля при увеличении скорости вращения α при $Re = 200$.

1 — настоящее исследование, 2 — результаты работы [2].

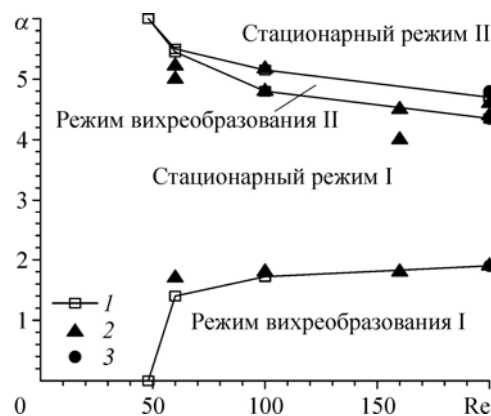


Рис. 8. Карта устойчивости для различных Re и скоростей вращения α .

1 — настоящее исследование, 2 — результаты работы [1], 3 — результаты работы [2].

при $\alpha > \alpha_{L3}$. Таким образом, для Re в режиме схода вихрей за стационарным цилиндром происходит подавление вихревой пелены при некоторой скорости вращения цилиндра и течение остается стационарным при более высоких скоростях вращения за исключением узкого диапазона α , в котором вновь появляется вихревая пелена. С ростом скорости вращения такие переходы не найдены, и течение остается стационарным при $Re = 20$ и 40 .

3.3. Картины изотерм

На рис. 9 показаны изотермы вокруг вращающегося цилиндра для различных значений скоростей вращения при $Re = 20$ и 100 . Для неподвижного цилиндра большие градиенты температуры наблюдаются вблизи передней поверхности и точки торможения потока. При $Re = 20$ с увеличением скорости вращения максимальная плотность изотерм сдвигается от передней поверхности по направлению к нижней поверхности вращающегося (против часовой стрелки) цилиндра. При $Re = 100$ и неподвижном цилиндре наблюдается вихреобразование, аналогичное вихрю в жидкости (режим вихреобразования I). При более высоких скоростях вращения профили изотерм опять устойчивы.

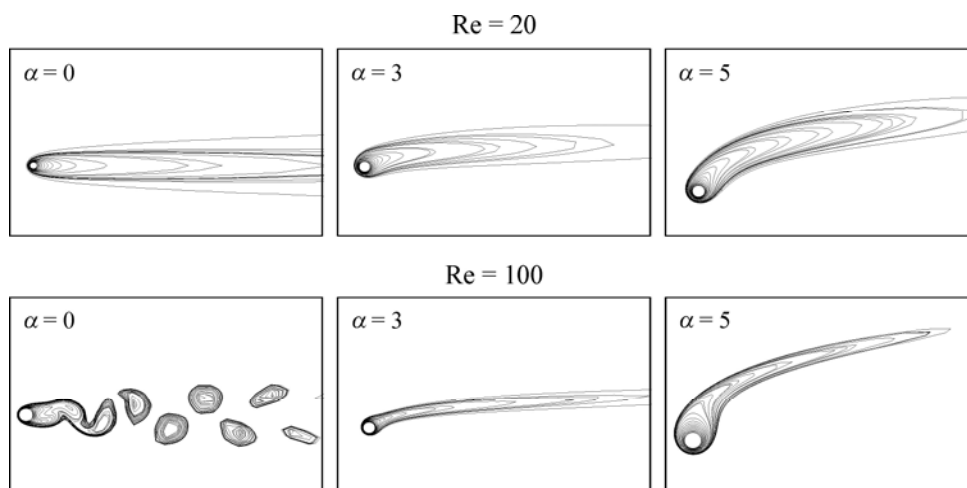


Рис. 9. Изотермы около вращающегося цилиндра для различных значений скорости вращения при $Re = 20$ и $Re = 100$.

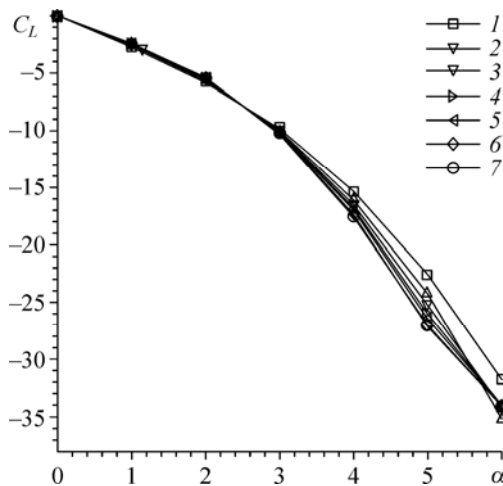


Рис. 10. Средний коэффициент подъемной силы как функция скорости вращения α для различных Re.
 Re = 20 (1), 40 (2), 60 (3), 80 (4), 100 (5), 160 (6), 200 (7).

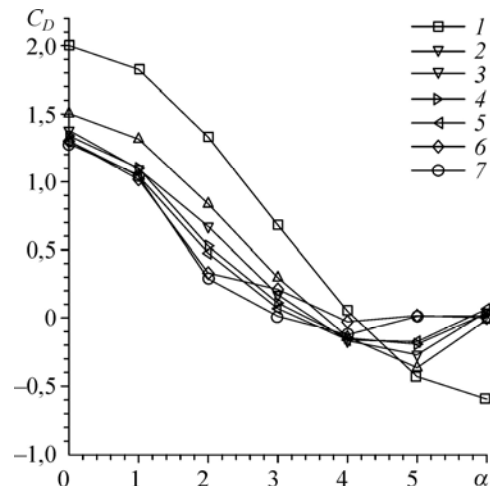


Рис. 11. Средний коэффициент сопротивления как функция скорости вращения α для различных Re.
 Обозначения см. на рис. 10.

3.4. Средние коэффициенты подъемной силы и сопротивления

На рис. 10 показано, что отрицательный коэффициент подъемной силы C_L монотонно растет при увеличении α и Re. Однако его рост незначителен при увеличении числа Рейнольдса. Таким образом, коэффициент подъемной силы сильно зависит от скорости вращения и слабо зависит от Re. Наблюдаются очень большие коэффициенты подъемной силы при больших скоростях вращения цилиндра.

На рис. 11 показано изменение коэффициента сопротивления C_D в зависимости от скорости вращения α при Re = 20, 40, 60, 80, 100, 160, 200 и $0 \leq \alpha \leq 6$. Мы уже отмечали, что имеется хорошая согласованность для коэффициента подъемной силы, но расхождения в значениях коэффициента сопротивления больше, чем упоминалось в разделе 3.1.

3.5. Локальное число Нуссельта

Изменение локального числа Нуссельта на поверхности цилиндра при увеличении Re показано на рис. 12 для различных скоростей вращения α . Найдено, что для неподвижного цилиндра Nu_L изменяется симметрично относительно $\varphi = 180$; локальное число Нуссельта достигает максимума в передней точке торможения ($\varphi = 0$) для всех Re. При увеличении скорости вращения Nu_L почти не зависит от Re ($\alpha = 6$).

3.6. Осредненное число Нуссельта

На рис. 13, а видно, что осредненное число Нуссельта монотонно растет с увеличением Re при постоянном α . Однако при самой большой скорости вращения $\alpha = 6$ оно принимает почти постоянное значение $\approx 2,3$ для всех Re, то есть становится не зависящим от Re. Настоящие результаты по среднему числу Nu хорошо согласуются с данными, имеющимися в литературе (см. табл. 2).

На рис. 13, б показано нормированное число Нуссельта, полученное как отношение среднего числа Нуссельта вращающегося цилиндра (Nu) к числу Нуссельта для стационарного цилиндра (Nu_0) при различных скоростях вращения α с целью изучения эффекта

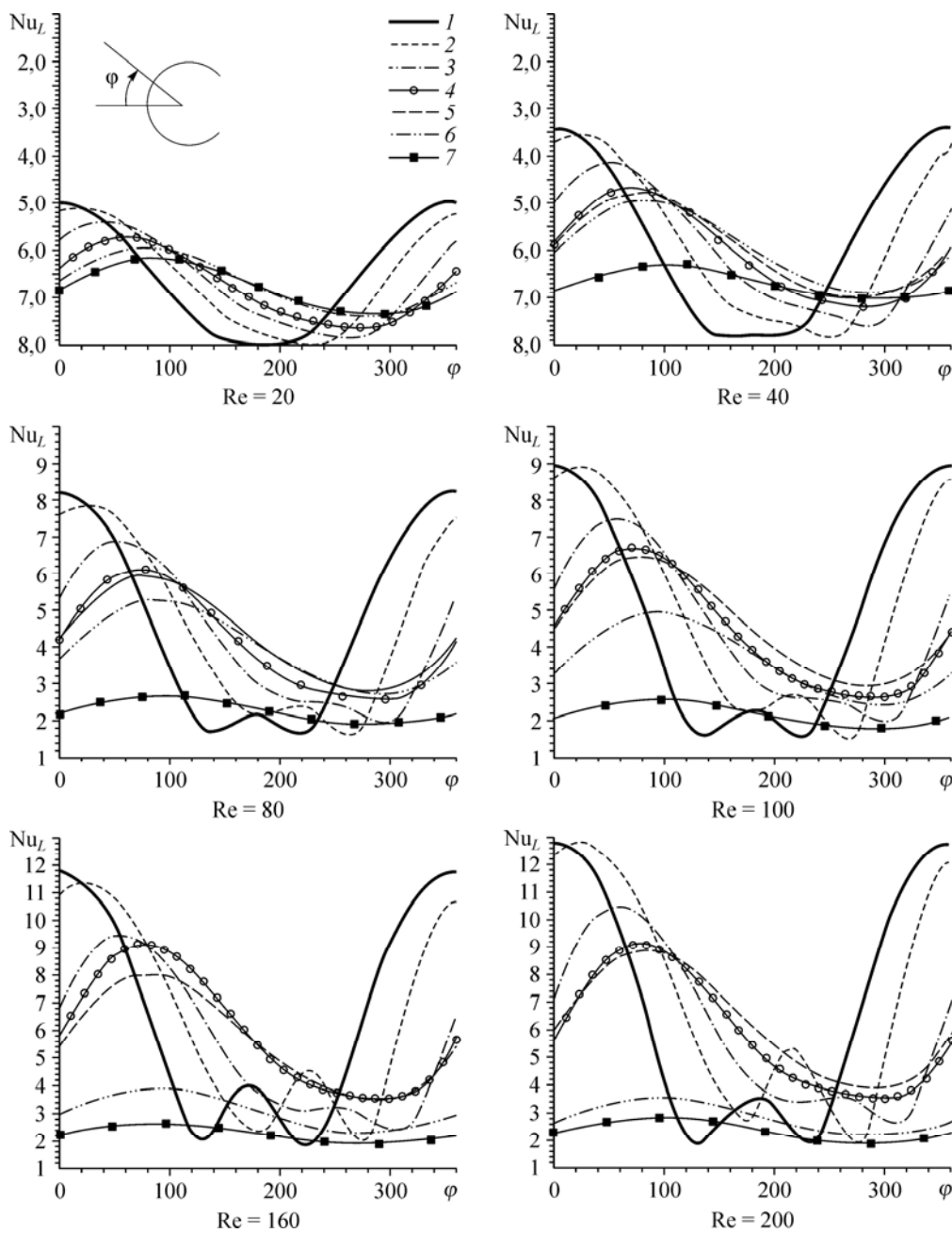


Рис. 12. Изменение локального числа Нуссельта для $Pr = 0,7$ при варьировании числа Рейнольдса и скорости вращения.

$$\alpha = 0 (1), 1 (2), 2 (3), 4 (5), 5 (6), 6 (7).$$

подавления теплопередачи. Из рис. 13, *b* видно, что подавление возрастает с увеличением Re и α , при этом минимум (9,12 %) достигается при $Re = 20$, а максимальное значение (65,18 %) — при $Re = 200$ и $\alpha = 6$. Таким образом, вращение цилиндра может быть использовано не только для управления течением, но и как эффективный способ подавления теплообмена.

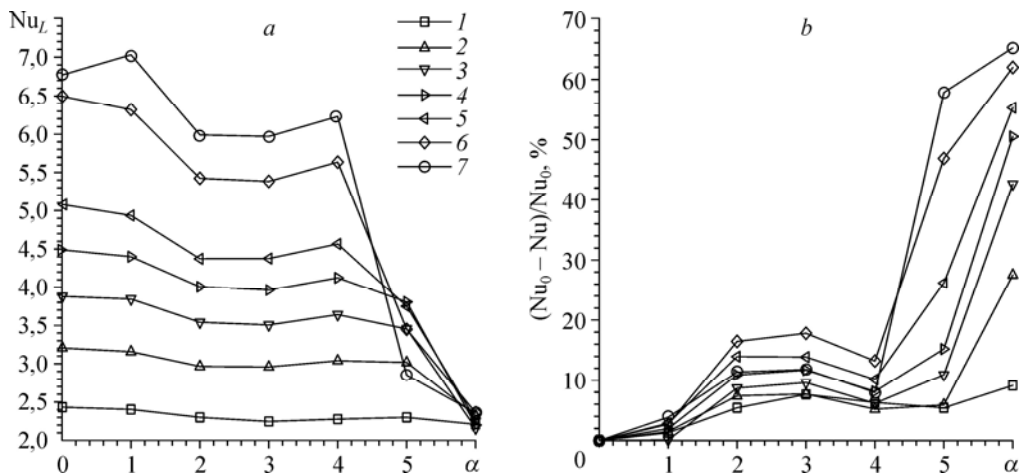


Рис. 13. Изменение среднего числа Нуссельта (а) и подавление теплообмена с ростом Re при различных скоростях вращения α (b).

Nu_0 — число Нуссельта неподвижного цилиндра; Re = 20 (1), 40 (2), 60 (3), 80 (4), 100 (5), 160 (6), 200 (7).

Таблица 2

Сравнение числа Nu, вычисленного в настоящей работе с данными из литературы

Re	α	Nu	
		Настоящее исследование	Работа [15]
40	0	3,207	2,237
	6	2,324	2,320
100	0	6,495	6,496
	6	2,365	2,471
200	0	6,773	7,707
	6	2,357	—

Заключение

В настоящем исследовании рассмотрены характеристики обтекания вращающегося цилиндра неограниченным потоком и теплопередачи в двумерном ламинарном режиме течения для различных скоростей вращения и при постоянной температуре стенки цилиндра. Карта режимов течения, найденная предыдущими исследователями, представлена здесь для более широкого диапазона чисел Рейнольдса и скоростей вращения. С увеличением скорости вращения при $Re \geq 48$ имеет место подавление вихреобразования при некотором α , после чего вихрь вновь появляется в узком диапазоне α . Найден коэффициент подъемной силы, возникающей из-за вращения, который монотонно растет с увеличением α и остается почти постоянным при увеличении Re.

Показано, что среднее число Нуссельта убывает с увеличением скорости вращения и увеличивается с ростом Re. Подавление теплопередачи, вызванное вращением, увеличивается с ростом Re и с увеличением скорости вращения для всех Re.

Обозначения

C_D — коэффициент сопротивления,	$St = fD/U_\infty$ — безразмерная частота вихреобразования,
C_L — коэффициент подъемной силы,	T_∞ — температура свободной поверхности, К,
C_p — коэффициент давления,	u — скорость вдоль потока, мс^{-1} ,
D — диаметр цилиндра, м,	U_∞ — скорость набегающего потока, мс^{-1} ,
f — частота вихреобразования, с^{-1} ,	$U = u/U_\infty$ — безразмерная скорость вдоль потока,
Nu — среднее число Нуссельта,	v — скорость поперек потока, мс^{-1} ,
Nu_0 — среднее число Нуссельта для стационарного цилиндра,	$V = v/U_\infty$ — безразмерная скорость поперек потока,
Nu_L — локальное число Нуссельта,	x — координата вдоль потока, м,
Pr — число Прандтля,	$X = x/D$ — безразмерная координата вдоль потока,
Re — число Рейнольдса,	y — координата поперек потока, м,
	$Y = y/D$ — безразмерная координата поперек потока.

Греческие символы

α — безразмерная скорость вращения ($= \Omega D/2U_\infty$),	ω — завихренность на поверхности цилиндра, с^{-1} ,
ϕ — угловой сдвиг от передней точки торможения,	$\varpi = 2\omega D/U_\infty$ — безразмерная завихренность на поверхности цилиндра, с^{-1} ,
τ — безразмерное время,	Ω — постоянная угловая скорость вращения цилиндра, рад с^{-1} .
θ — безразмерная температура,	

Список литературы

1. Stojkovic D., Schon P., Breuer M., Durst F. On the new vortex shedding mode past a rotating circular // Phys. Fluids. 2003. Vol. 15, No. 5. P. 1257–1260.
2. Mittal S., Kumar B. Flow past a rotating cylinder // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 476. P. 303–334.
3. Kang S., Choi H., Lee S. Laminar flow past a rotating circular cylinder // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11. P. 3312–3321.
4. Badr H.M., Dennis S.C.R., Young P.J.S. Steady and unsteady flow past a rotating circular cylinder at low Reynolds numbers // Comput. Fluids. 1989. Vol. 4, No. 4. P. 579–609.
5. Ingham D.B., Tang T. A numerical investigation into the steady flow past a rotating circular cylinder at low and intermediate Reynolds numbers // J. Comp. Phys. 1990. Vol. 87. P. 91–107.
6. Yan Y.Y., Zu Y.Q. Numerical simulation of heat transfer and fluid flow past a rotating isothermal cylinder — a LBM approach // Int. J. Heat Mass Transfer. 2008. Vol. 51, No. 9–10. P. 2519–2536.
7. Nemati H., Farhady M., Sedighi K., Fattahi E. Multi-relaxation-time lattice Boltzmann model for uniform-shear flow over a rotating circular cylinder // Thermal Sci. 2010. Vol. 3, No. 3. P. 859–878.
8. Nobari M.R.H., Ghazanfarian J. Convective heat transfer from a rotating cylinder with inline oscillation // Thermal Sci. 2010. Vol. 49, No. 10. P. 2026–2036.
9. Paramane S.B., Sharma A. Numerical investigation of heat and fluid flow across a rotating circular cylinder maintained at constant temperature in 2-D laminar flow regime // Int. J. Heat Mass Transfer. 2009. Vol. 52, No. 13–14. P. 3205–3216.
10. Paramane S.B., Sharma A. Heat and fluid flow across a rotating cylinder dissipating uniform heat flux in 2D laminar flow regime // Int. J. Heat Mass Transfer. 2010. Vol. 53, No. 21–22. P. 4672–4683.
11. Hu G., Sun D., Yin X., Tong B. Hopf bifurcation in wakes behind a rotating and translating circular cylinder // Phys. Fluids. 1996. Vol. 8. P. 1972–1974.
12. Dol S.S., Kopp G.A., Martinuzzi R.J. The suppression of periodic vortex shedding from a rotating circular cylinder // J. Wind Eng. Ind. Aerodynam. 2008. Vol. 96, No. 6–7. P. 1164–1184.
13. Lam K.M. Vortex shedding flow behind a slowly rotating circular cylinder // J. Fluid Struct. 2009. Vol. 25. P. 245–262.
14. Akoury R.El, Braza M., Perrin R., Harran G., Horau Y. The three-dimensional transition in the flow around a rotating cylinder // J. Fluid Mech. 2008. Vol. 607. P. 1–11.
15. Sharma V., Dhiman A.K. Heat transfer from a rotating circular cylinder in the steady regime: Effects of Prandtl number // Thermal Sci. 2012. Vol. 16, No. 1. P. 79–91.
16. Morgan V.T. The overall convective heat transfer from smooth circular cylinders // Advances in Heat Transfer. 1975. Vol. 11. P. 199–264.

Статья поступила в редакцию 28 января 2013 г.,
после доработки — 22 июля 2013 г.