

**С. А. Попов**

*(Великий Новгород Новгородской обл.)*

**СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД КАЛИБРОВКИ  
ЦИФРОВЫХ ФОТОКАМЕР  
ДЛЯ УЛУЧШЕНИЯ ЦВЕТОВОСПРОИЗВЕДЕНИЯ**

Рассматривается метод построения моделей калибровки цифровых фотокамер для улучшения цветовоспроизведения в виде многооткликовых регрессионных моделей. В основе модели лежит процесс построения в цветовом пространстве Lab корректирующей функции в форме неполного полинома третьей степени с линеаризацией цветовых параметров. Даны рекомендации по расчету оценок коэффициентов моделей методом максимального правдоподобия. Приведены сравнительные результаты анализа точности цветовой коррекции.

**Введение.** Фотографические изображения, полученные цифровыми камерами, требуют коррекции цвета. Обычно процедура коррекции цвета выполняется вручную с помощью графических программ. Как правило, сначала выполняется тоновая коррекция, целью которой является настройка тоновых диапазонов: средних тонов, полутонов, теней и светов, а также установка белой и черной точек изображения. Процесс тоновой и цветовой коррекции представляет преобразование цветовых координат и пикселей наблюдаемого изображения в соответствии с корректирующей функцией. В программах обработки изображений эта корректирующая функция известна как тоновая кривая, которая используется для коррекции тона и цвета компьютерных изображений вручную [1]. При коррекции тонов тоновая кривая применяется к композиционному каналу, что должно обеспечивать неизменность цветов. Однако на практике в процессе тоновой коррекции несколько изменяется и цвет, что вносит дополнительные искажения. Коррекция цвета традиционно выполняется вручную с помощью тоновых кривых, которые применяются к каждому цветовому каналу в отдельности. Математическая модель коррекции в этом случае носит детерминистский характер, поскольку корректирующая кривая проходит точно через заданные в изображении цвета. Ручной метод коррекции не учитывает вероятностный характер ошибок наблюдения цвета и не может обеспечить высокую точность и воспроизводимость коррекции цвета всего изображения.

**Анализ ковариационных матриц цветовых координат.** Цвет пикселя компьютерного изображения в цветовых моделях Lab или RGB представляется цветовыми координатами в виде вектора  $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, y_3\}^T$ . Исходные цифровые изображения получают в модели RGB, а анализ ошибок цвето-

воспроизведения изображений необходимо выполнять в однородном цветовом пространстве Lab, в котором ошибка наблюдения цвета с цветовыми координатами  $L, a, b$  в виде

$$\Delta E_{ab} = \sqrt{\Delta L^2 + \Delta a^2 + \Delta b^2}$$

практически слабо зависит от величин цветовых координат. Совокупная ошибка наблюдения цвета пиксела в компьютерном изображении может быть представлена тремя составляющими:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_C + \mathbf{E}_S + \mathbf{E}_I,$$

где  $\mathbf{E}_C$  – вектор случайных ошибок цветовых координат, определяемый разбросом наблюдаемых цветовых координат пикселов для однородного цвета («внутри цвета»), с ковариационной матрицей  $\mathbf{V}_C$ ;  $\mathbf{E}_S$  – систематическая составляющая ошибки наблюдения цветовых координат для различных цветов;  $\mathbf{E}_I$  – случайная ошибка наблюдения цвета, возникающая при различных съемках одного и того же цвета, с ковариационной матрицей  $\mathbf{V}_I$  («между съемками»).

Если ковариационная матрица  $\mathbf{V}_I$  является незначимой, то можно построить калибровочную функцию, компенсирующую систематическую погрешность  $\mathbf{E}_S$ , и эта функция применяется затем ко всем изображениям. При значительной ковариационной матрице  $\mathbf{V}_I$  приходится строить корректирующую функцию для каждого отдельного изображения.

Анализ ковариационных матриц ошибок наблюдений цветовых координат  $\mathbf{V}_C$  и  $\mathbf{V}_I$  основывался на эксперименте, который заключался в получении цифровых фотографий цветовой мишени IT8.7/2, содержащей  $n = 288$  калиброванных цветовых образцов однородного цвета. Анализ выполнялся в следующем порядке.

1. Расчет средних значений цветовых координат  $\bar{Y}_j$  образцов цвета и оценок элементов ковариационной матрицы  $\mathbf{V}_{Cj}$  для каждого образца цвета  $j = 1, \dots, n$ .
2. Проверка однородности ковариационных матриц  $\mathbf{V}_{Cj}$ .
3. Расчет средних значений цветовых координат для всей цветовой мишени  $\bar{\bar{Y}}_i, i = 1, \dots, N$ , где  $N$  – число фотографий цветовой мишени, и расчет ковариационных матриц «внутри мишени»  $\mathbf{V}_{Ti}$ .
4. Расчет оценок элементов ковариационной матрицы  $\mathbf{V}_I$  относительно общего среднего  $\bar{\bar{\bar{Y}}}$  для всех фотографий каждой фотокамеры.

Матрица межгрупповых сумм квадратов отклонений относительно общей средней по всем сканированиям цветовой мишени определяется в виде

$$\mathbf{A}_I = \sum_{i=1}^N w_i (\bar{\bar{Y}}_i - \bar{\bar{\bar{Y}}}) (\bar{\bar{Y}}_i - \bar{\bar{\bar{Y}}})^T$$

с числом степеней свободы  $f_I = N - 1$ , где  $\bar{\bar{Y}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \sum_{i=1}^N w_i \bar{Y}_i$  – общее среднее

для данного сканера по всем сканированиям;  $\bar{Y} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n a_j} \sum_{j=1}^n a_j \bar{Y}_j$  – общее

среднее для цветовой мишени;  $a_j$  – количество пикселей в выделенном изображении образца цвета.

Ковариационная матрица «между съемками» имеет вид

$$S_I = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})(\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^T \quad (1)$$

Ковариационная матрица ошибок наблюдений «между цветами» внутри  $i$ -й цветовой мишени рассчитывается по формуле

$$S_{T_i} = \frac{1}{w_i - 1} \sum_{j=1}^{w_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_i)(Y_{ij} - \bar{Y}_i)^T$$

Средневзвешенная ковариационная матрица «между цветами» внутри цветовой мишени имеет вид

$$\bar{S}_T = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i - N} \sum_{i=1}^N (w_i - 1) S_{T_i}, \quad (2)$$

где  $w_i$  – количество пикселей в сканированном изображении цветовой мишени с числом степеней свободы  $f_T = \sum_{i=1}^N w_i - N$ .

Значимость эффекта съемки проверялась сравнением ковариационных матриц  $S_I$  «между съемками» и  $S_T$  «между цветами» с помощью статистики [2]:

$$T_1^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N w_i (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}})^T \bar{S}_T^{-1} (\bar{Y}_i - \bar{\bar{Y}}), \quad (3)$$

которая приблизительно подчиняется распределению Фишера с числом степеней свободы  $f_I$  и  $f_T$ .

Если статистика (3) признается значимой, то эффект съемки следует признать значимым, и в этом случае коррекцию цвета необходимо выполнять для каждого отдельно взятого изображения. Если же эффект съемки признается незначимым, то в этом случае вместо коррекции цвета каждого изображения нужно выполнить калибровку фотокамеры. Полученные с помощью калиброванной фотокамеры изображения не требуют цветовой коррекции (хотя бы в течение некоторого периода времени, поскольку процедуру калибровки следует периодически повторять).

Оценка ковариационной матрицы ошибок наблюдений по одному цветовому образцу принимает вид

$$\mathbf{S}_{C_j} = \frac{1}{a_j - 1} \sum_{i=1}^{a_j} (\mathbf{Y}_{ij} - \bar{\mathbf{Y}}_j)(\mathbf{Y}_{ij} - \bar{\mathbf{Y}}_j)^\top$$

Средневзвешенная по всем цветам ковариационная матрица «внутри цвета»

$$\bar{\mathbf{S}}_C = \frac{1}{\sum_{j=1}^n a_j - 1} \sum_{j=1}^n (a_j - 1) \mathbf{S}_{C_j} \quad (4)$$

с числом степеней свободы  $f_C = \sum_{j=1}^n a_j - n$ .

Значимость эффекта цвета проверяется сравнением ковариационных матриц «внутри цвета», полученных относительно среднего  $\bar{\mathbf{S}}_C$  (4) и относительно известного значения цвета образца, с помощью статистики

$$T_2^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n a_j (\bar{\mathbf{Y}}_j - \mathbf{Y}_{j0})^\top \bar{\mathbf{S}}_C^{-1} (\bar{\mathbf{Y}}_j - \mathbf{Y}_{j0}), \quad (5)$$

где  $\mathbf{Y}_{j0}$  – вектор известных цветовых координат  $j$ -го калиброванного цвета.

Статистика (5) при выполнении нулевой гипотезы приблизительно подчиняется распределению Фишера с числом степеней свободы  $f_n = n - 1$  и  $f_C$ .

Если эффект цвета признается значимым, то это свидетельствует о наличии заметной систематической погрешности воспроизведения цвета, которую нужно компенсировать введением специально подобранной корректирующей функции. Если эффект цвета признается незначимым, то это говорит об отсутствии заметной систематической погрешности воспроизведения цвета, и, следовательно, нет необходимости в цветовой коррекции. Следует, однако, отметить, что ковариационная матрица  $\bar{\mathbf{S}}_C$  характеризует разброс цвета пикселей при формировании в соответствии с принципом метамерности однородного цвета. При отсутствии систематической погрешности средние значения цветовых координат равны истинным. И хотя в целом однородный цвет при этом выглядит правильно, с увеличением разброса цвета пикселей увеличиваются искажения в воспроизведении цвета мелких деталей изображения. Поэтому величина матрицы  $\bar{\mathbf{S}}_C$  определяет предельную четкость изображения по воспроизведению цвета.

Для оценивания однородности ковариационных матриц  $\mathbf{S}_{C_j}$  «внутри цвета» сравнивались эти ковариационные матрицы со средневзвешенной с помощью статистики в виде

$$T_3^2 = \max_j \frac{1}{a_j - 1} \sum_{i=1}^{a_j} (\mathbf{Y}_{ij} - \bar{\mathbf{Y}}_j) \bar{\mathbf{S}}_C^{-1} (\mathbf{Y}_{ij} - \bar{\mathbf{Y}}_j)^\top, \quad j=1,2,\dots,n, \quad (6)$$

со степенями свободы  $f_a = a_j - 1$  и  $f_c$ .

Поскольку точное распределение случайной величины типа (6) неизвестно, критические точки для проверки нулевой гипотезы об однородности ковариационных матриц определялись методом стохастического моделирования [2].

Для исследования процессов воспроизведения цвета использовались две цифровые фотокамеры: Kodak DC50 и Olympus C-1400L. Проверка однородности ковариационных матриц  $S_C$  с помощью статистики (6) показала, что в большинстве случаев ковариационные матрицы являются неоднородными, и в этом случае для построения модели коррекции цвета необходимо аппроксимировать их зависимость от величины цвета. Проверка значимости эффекта съемки выполнялась с помощью статистики (3) и показала, что для данных фотокамер этим эффектом можно пренебречь.

**Процедура построения калибровочной модели.** Соотношение между вектором  $\mathbf{X}$  известных значений Lab цветовых координат и вектором  $\mathbf{Y}$  наблюдаемых значений RGB цветовых координат пикселей изображения представляется многооткликковой регрессионной моделью [3] в виде

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}(\mathbf{B}, \mathbf{X}) + \mathbf{E}, \quad (7)$$

где  $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_3\}^T$  – вектор цветовых координат пикселя в цветовой модели Lab;  $\mathbf{Y} = \{y_1, y_2, y_3\}^T$  – вектор цветовых координат в модели RGB;  $\mathbf{E} = \{e_1, e_2, e_3\}^T$  – нормально распределенная ошибка наблюдения цветовых параметров с нулевым вектором математических ожиданий и ковариационной матрицей  $\mathbf{V}_E$ ;  $\mathbf{F}(\mathbf{B}, \mathbf{X}) = \{f_1(\mathbf{B}, \mathbf{X}), f_2(\mathbf{B}, \mathbf{X}), f_3(\mathbf{B}, \mathbf{X})\}^T$  – вектор функций, известных с точностью до коэффициентов;  $\mathbf{B} = \{b_1, b_2, \dots, b_l\}^T$  – вектор неизвестных коэффициентов модели.

В данном случае предполагается, что ошибка  $\mathbf{E}$  в модели (7) совпадает с ошибкой воспроизведения цвета  $\mathbf{E}_C$ . С учетом дублирования экспериментов, когда для изображения одного цветового образца с заданными цветовыми координатами  $\mathbf{X}$  имеется  $a_j$  наблюдений (пикселей), по которым рассчитывается среднее значение наблюдаемых цветовых координат, выражение для расчета оценок коэффициентов может быть представлено в виде итерационной процедуры [4]:

$$\hat{\mathbf{B}}^{s+1} = \hat{\mathbf{B}}^s + \mathbf{V}_B^{-1} \sum_{j=1}^n a_j \mathbf{P}(\mathbf{X}_j) \mathbf{V}_E^{-1} (\bar{\mathbf{Y}}_j - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{B}}^s, \mathbf{X}_j)), \quad (8)$$

где  $s$  – номер итерации;  $a_j$  – число пикселей  $j$ -го цветового образца, по которым определяется среднее значение  $\bar{\mathbf{Y}}_j$  цветовых координат;  $\mathbf{V}_B$  – ковариационная матрица оценок коэффициентов;

$$\mathbf{P}(\mathbf{X}) = \left\{ \left. \frac{\partial f_1(\mathbf{B}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{B}} \right|_{\hat{\mathbf{B}}}, \left. \frac{\partial f_2(\mathbf{B}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{B}} \right|_{\hat{\mathbf{B}}}, \left. \frac{\partial f_3(\mathbf{B}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{B}} \right|_{\hat{\mathbf{B}}} \right\}.$$



Ковариационная матрица оценок коэффициентов для случая дублирования и неравноточных наблюдений принимает вид

$$\mathbf{V}_B \approx \left\{ \sum_{j=1}^n a_j \mathbf{P}^T(\mathbf{X}_j) [\mathbf{S}_E(\mathbf{X}_j)]^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{X}_j) \right\}^{-1}.$$

Ковариационная матрица оценок RGB цветовых координат для заданных Lab-координат следующая:

$$\mathbf{V}_Y \approx \mathbf{P}^T(\mathbf{X}) \mathbf{V}_B \mathbf{P}(\mathbf{X}).$$

Окончательно для выполнения процедуры коррекции цвета на основании модели (7) для наблюдаемого цвета  $\mathbf{Y}$  необходимо определить оценку истинного цвета  $\mathbf{X}$ . Максимально правдоподобные оценки  $\hat{\mathbf{X}}$  вектора  $\mathbf{X}$  определяются с помощью следующей итерационной процедуры:

$$\hat{\mathbf{X}}^{s+1} = \hat{\mathbf{X}}^s + \mathbf{V}_X^s [\boldsymbol{\Omega}^s (\mathbf{V}_Y^{-1})^s \Delta^s], \quad (11)$$

где

$$\Delta = \mathbf{Y} - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{B}}, \hat{\mathbf{X}});$$

$$\boldsymbol{\Omega} = \left\{ \left. \frac{\partial f_1(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\hat{\mathbf{X}}}, \left. \frac{\partial f_2(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\hat{\mathbf{X}}}, \left. \frac{\partial f_3(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\hat{\mathbf{X}}} \right\}.$$

Модель может считаться адекватной, если остатки модели  $\mathbf{R} = \bar{\mathbf{Y}} - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X})$  могут быть объяснены как ошибки наблюдения. Максимально правдоподобные оценки коэффициентов базируются на предположении, что ошибки наблюдения имеют нулевое математическое ожидание с ковариационной матрицей  $\mathbf{S}_E(\mathbf{X})$ . Для проверки гипотезы о нулевом математическом ожидании остатков используется статистика [2]:

$$T_4^2 = \frac{1}{\sum_{j=1}^n a_j} \sum_{j=1}^n a_j [\bar{\mathbf{Y}}_j - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X}_j)]^T [\mathbf{S}_E(\mathbf{X}_j)]^{-1} [\bar{\mathbf{Y}}_j - \mathbf{F}(\hat{\mathbf{B}}, \mathbf{X}_j)], \quad (12)$$

распределение которой при условии выполнения нулевой гипотезы можно получить методом стохастического моделирования.

Для исследуемых фотокамер применялась процедура линеаризации на основании экспоненциальной модели. С использованием калибровочной модели в форме полинома третьей степени выполнялась коррекция значений цветовых координат одной из цветовых ячеек мишени по результатам построения модели на основании остальных ячеек, и эта процедура повторялась для всех ячеек с расчетом средней и максимальной ошибок прогнозирования цвета. Полученные результаты расчетов приведены в таблице.

### Оценивание точности коррекции цветových координат

Вид модели коррекции	Kodak DC50		Olympus C-1400L	
	$\overline{\Delta E}$	$\overline{\Delta E}_{\max}$	$\overline{\Delta E}$	$\overline{\Delta E}_{\max}$
Без коррекции	4,98	8,72	4,13	7,18
Полином без линеаризации	2,21	4,12	2,04	3,82
Полином с линеаризацией	1,15	3,45	1,09	3,21

**Заключение.** Ошибка цветовоспроизведения исследованных типов фотокамер лежит в диапазоне 3–6  $\overline{\Delta E}_{ab}$ . Такая величина ошибки является, как известно, заметной, но приемлемой. Использование многооткликовых регрессионных моделей вида (7) дает возможность повысить качество цветовоспроизведения. Предложенная процедура построения калибровочной модели, основанная на многооткликовой регрессионной модели, позволяет, как показали расчеты, снизить для исследуемых типов фотокамер среднюю ошибку цветовоспроизведения  $\overline{\Delta E}_{ab}$  на 3–4 единицы до величин около 1,0 при максимальной ошибке около 3–4. Сравнивая эти значения с оценками значимости ощущаемого различия цветов (известно, что различие едва заметно, если  $1 < \Delta E_{ab} < 3$ ), приходим к выводу, что предлагаемая процедура обеспечивает высокую точность цветовоспроизведения.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Луций С. А., Петров М. Н., Попов С. А. Работа в Photoshop на примерах. М.: Изд-во Бином, 1996.
2. Мейндоналд Дж. Вычислительные алгоритмы в прикладной статистике. М.: Финансы и статистика, 1988.
3. Попов С. А. Многооткликовые модели для калибровки сканеров // Измер. техника. 2002. № 8. С. 28.
4. Popov S. A., Emelyanov G. M. Color correction of digital images by means of multiresponse regression models // Pattern Recogn. and Image Analysis. 2002. 12, N 2. P. 145.

Новгородский государственный университет  
им. Ярослава Мудрого,  
E-mail: [psa@novsu.ac.ru](mailto:psa@novsu.ac.ru)

Поступила в редакцию  
2 декабря 2002 г.