

ДИСТАНЦИОННОЕ ЗОНДИРОВАНИЕ АТМОСФЕРЫ, ГИДРОСФЕРЫ  
И ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

УДК 535.42

**Моделирование статистических характеристик  
поверхности океана при дистанционном зондировании  
в оптическом диапазоне**

**А.С. Запевалов, Н.Е. Лебедев\***

*Морской гидрофизический институт НАН Украины  
99011, г. Севастополь, ул. Капитанская, 2*

Поступила в редакцию 12.08.2013 г.

В настоящее время наиболее широко применяемым распределением уклонов морской поверхности является распределение Грама–Шарлье. Проанализированы ограничения его использования при моделировании отражения света от морской поверхности. Показано, что распределение Грама–Шарлье не позволяет строить оптические изображения во всем диапазоне углов зондирования, в котором работают оптические сканеры, установленные на низкоорбитальных космических аппаратах. Получены эмпирические соотношения, связывающие статистические моменты уклонов морской поверхности и их углов.

*Ключевые слова:* уклоны морской поверхности, распределение уклонов, распределение углов уклонов, оптическое изображение, распределение Грама–Шарлье; slopes of the sea surface, slope distribution, angles of slope distribution, optical image, Gram–Charlier distribution.

### Введение

Анализ и интерпретация оптических изображений океана требуют детального представления о тонкой топографической структуре его поверхности [1, 2]. Традиционно при анализе топографии морской поверхности используются уклоны, являющиеся пространственными производными ее возвышений  $\xi_x = d\eta/dx$  и  $\xi_y = d\eta/dy$  [3–5]. В то же время в ряде задач, связанных с построением оптических изображений, необходимо знать статистические характеристики не самих уклонов, а углов уклонов морской поверхности  $\alpha_x$  и  $\alpha_y$  [6, 7]. Между собой эти параметры связаны нелинейным соотношением

$$\xi = \operatorname{tg} \alpha. \quad (1)$$

Задача расчета статистических характеристик углов является тривиальной, если известно распределение уклонов. Проблема заключается в том, что существующие в настоящее время модели плотности вероятностей уклонов позволяют описать их только в ограниченном диапазоне масштабов [3, 8, 9].

Морские волны относятся к классу слабо нелинейных процессов, статистические распределения которых описываются с помощью рядов Грама–Шарлье (G–C) [10]. Недостатком распределений G–C при моделировании морской поверхности является то, что в натуральных экспериментах, как пра-

вило, определяются статистические моменты исследуемой характеристики (возвышения поверхности, уклона) не старше четвертого порядка [11, 12]. Поэтому в аппроксимациях рядами G–C присутствует небольшое число членов, коэффициенты которых рассчитываются по статистическим моментам. В результате возникают искажения на «крыльях» распределения вплоть до появления отрицательных значений плотности вероятностей [13]. В связи с этим широко используемая модель двумерного распределения уклонов Cox и Munk [3], основанная на рядах G–C, справедлива только в ограниченном диапазоне изменения каждой компоненты уклонов:

$$|\xi/\sigma_\xi| < 2,5, \quad (2)$$

где  $\sigma_\xi^2$  – дисперсия компоненты уклонов.

В настоящей статье дается анализ возможностей и ограничений использования существующих моделей тонкой топографической структуры морской поверхности в задачах построения оптических изображений морской поверхности.

### Статистические моменты

Уклоны морской поверхности малы, поэтому обычно принимается предположение, что  $\xi = \alpha$ . Оценим ошибки, создаваемые этим предположением. Воспользуемся данными натурных измерений уклонов морской поверхности, полученными с помощью лазерного уклономера. Измерительная аппаратура и условия проведения экспериментальных исследований описаны в работах [8, 14]. В настоя-

\* Александр Сергеевич Запевалов (sevzepter@mail.ru);  
Николай Евгеньевич Лебедев (nik\_leb@mail.ru).

шей статье используется больший по объему (по сравнению с [8, 14]) массив данных, включающий результаты 283 серий измерений.

Определенная по экспериментальным данным взаимосвязь статистических моментов уклонов и их углов показана на рис. 1. Введем обозначения  $\sigma^2$  – дисперсия;  $A$  – асимметрия;  $E$  – эксцесс. Индексы

$\alpha$  и  $\xi$  означают, что данная характеристика получена для углов или уклонов соответственно, а индексы  $u$  и  $c$  – что данная характеристика получена для направления вдоль или поперек направления ветра соответственно. В случае, когда математическое выражение справедливо для обеих компонент, нижний индекс отсутствует.

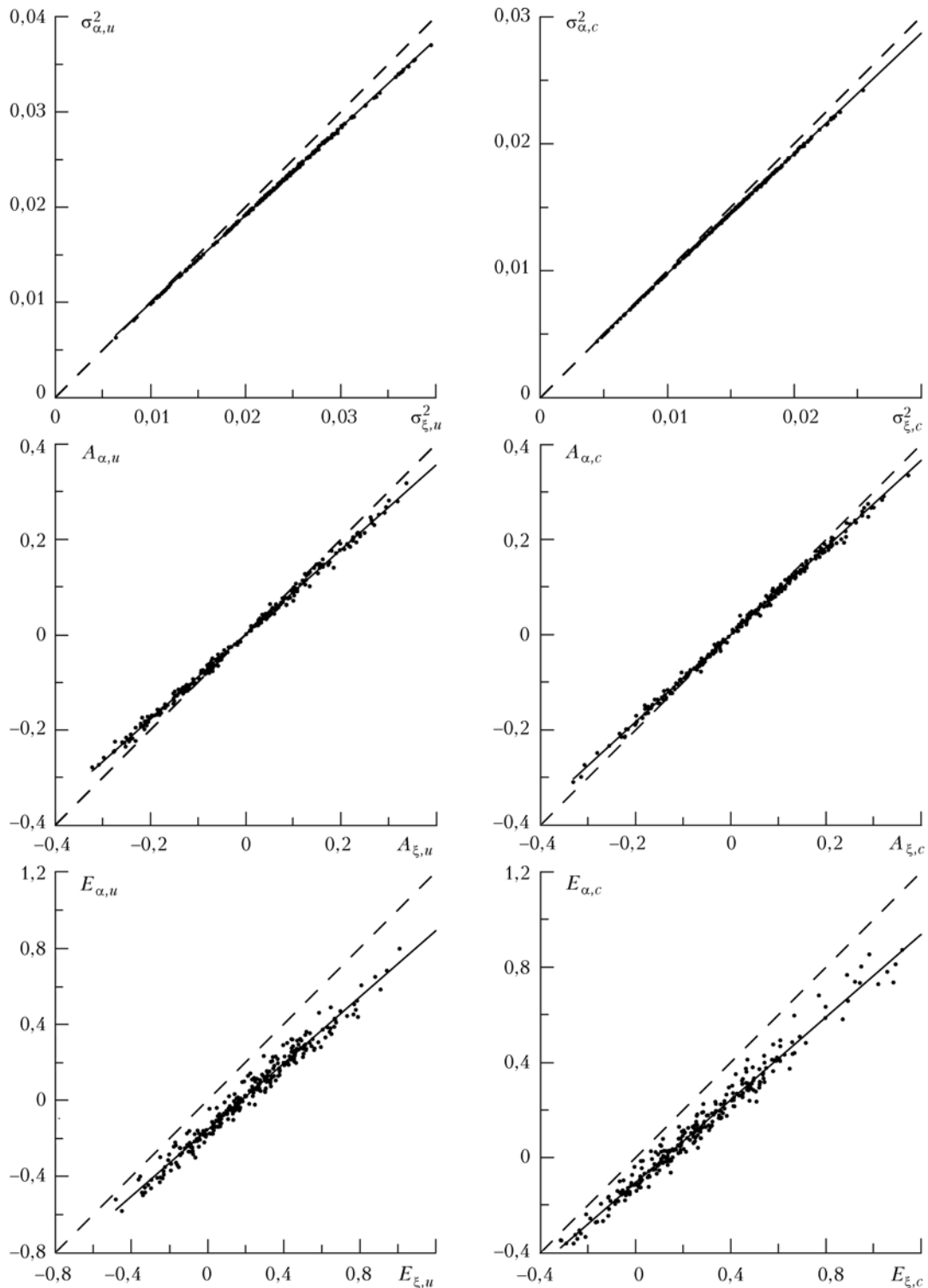


Рис. 1. Статистические моменты компонент уклонов  $\xi$  и их углов  $\alpha$ . Сплошная линия – регрессия, рассчитанная по коэффициентам таблицы. Штриховая линия соответствует равенству статистических моментов параметров  $\xi$  и  $\alpha$

Связь статистических моментов одного порядка углов уклонов и уклонов для одного и того же направления хорошо описывается уравнениями линейной регрессии  $Y = ax + b$ . Численные значения коэффициентов этого уравнения, а также значения среднеквадратического отклонения  $\delta$ , приведены в таблице.

**Коэффициенты уравнений линейной регрессии, связывающие статистические моменты углов уклонов и уклонов морской поверхности**

Параметр	Продольная компонента			Поперечная компонента		
	$a$	$b$	$\delta$	$a$	$b$	$\delta$
$\sigma^2$	0,924	0	0,0001	0,946	0	0,0001
$A$	0,889	0	0,0077	0,916	0	0,007
$E$	0,872	-0,155	0,040	0,869	-0,105	0,038

Из таблицы и рис. 1 следует, что абсолютная величина параметра  $A$  для углов уклонов меньше, чем для уклонов, т.е. их распределение более симметрично, чем распределение уклонов. Поскольку для всех ситуаций, в которых проводились измерения, выполняется неравенство  $E_\alpha < E_\xi$ , можно также констатировать, что пики функций  $P_\xi(\xi)$  более острые, чем пики функций  $P_\alpha(\alpha)$ .

## Распределения

Распределение углов уклонов можно построить на основе известных моделей распределений уклонов

морской поверхности путем замены переменной функции плотности вероятностей случайной величины  $\xi$ . Учитывая (1), несложно получить соотношения, связывающие одномерные и двумерные плотности вероятностей уклонов и их углов:

$$P_\alpha(\alpha) = \frac{d\xi}{d\alpha} P_\xi(\xi), \quad (3)$$

$$P_\alpha(\alpha_c, \alpha_u) = \frac{\partial(\xi_c, \xi_u)}{\partial(\alpha_c, \alpha_u)} P_\xi(\xi_c, \xi_u), \quad (4)$$

где

$$\frac{d\xi}{d\alpha} = \cos^{-2} \alpha;$$

якобиан

$$\frac{\partial(\xi_c, \xi_u)}{\partial(\alpha_c, \alpha_u)} = \cos^{-2} \alpha_c \cos^{-2} \alpha_u.$$

Если уклоны морской поверхности распределены по нормальному закону, то плотность вероятностей углов уклонов описывается выражением

$$P_\alpha(\alpha) = \cos^{-2} \alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \exp\left(-\frac{\text{tg}^2 \alpha}{2\sigma_\xi^2}\right). \quad (5)$$

Функции плотности вероятностей углов уклонов для случая, когда случайная величина  $\xi$  имеет гауссово распределение ( $P_G$ ), представлены на рис. 2,  $a$  и  $b$ .

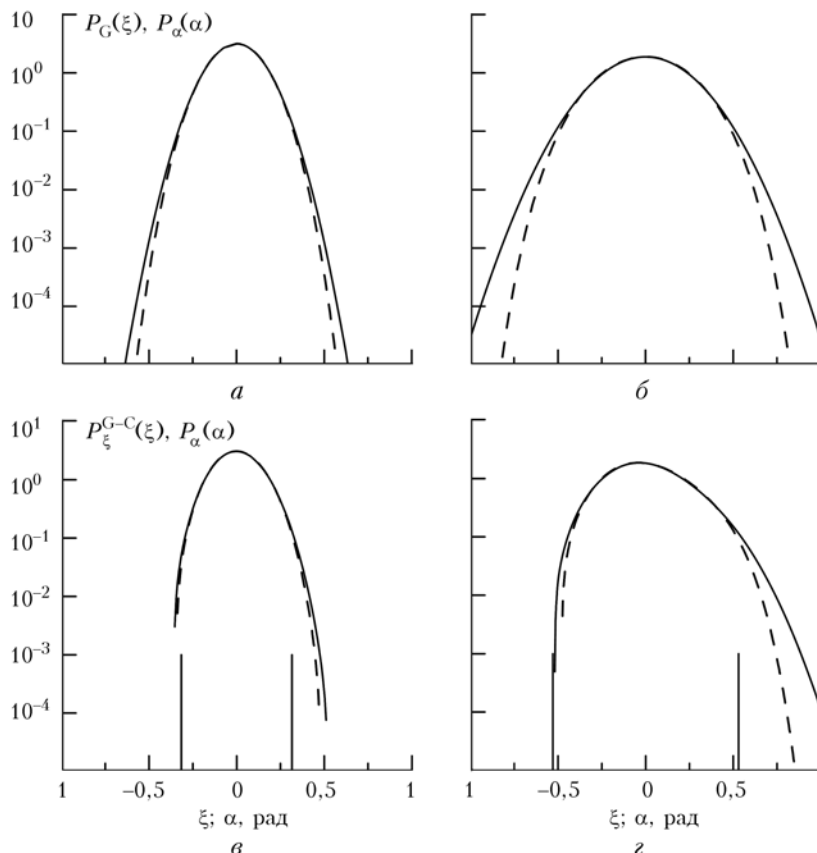


Рис. 2. Функции плотности вероятностей уклонов и их углов при скоростях ветра 5 ( $a, v$ ) и 15 м/с ( $b, z$ ):  $a, b$  – нормальное распределение уклонов: сплошная линия –  $P_G(\xi)$ ; штриховая линия –  $P_\alpha(\alpha)$ ;  $v, z$  – квазинормальное распределение уклонов: сплошная линия –  $P_\xi^{G-C}(\xi)$ ; штриховая линия –  $P_\alpha(\alpha)$ ; «недорисованные» прямые на каждом из указанных фрагментов соответствуют значениям  $-2,5\sigma_\xi$  ( $v$ ) и  $2,5\sigma_\xi$  ( $z$ )

Графики построены для скоростей ветра 5 и 15 м/с. При таких скоростях ветра дисперсии продольной компоненты уклонов, которые связаны со скоростью ветра  $W$  соотношением [3]:

$$\sigma_{\xi,u}^2 = 0,000 + 0,00316W \pm 0,004, \quad (6)$$

равны 0,016 и 0,045 соответственно. Если распределение уклонов является гауссовым, то функция  $P_\alpha(\alpha)$  корректно определена для всей области изменения параметра  $\alpha$  от  $-\pi/2$  до  $\pi/2$ . Как будет показано ниже, для нелинейного поля поверхностных волн существующие модели позволяют описать распределение уклонов только в ограниченной области изменения уклонов.

В ситуациях, когда учитываются нелинейные эффекты в поле поверхностных волн, распределения уклонов морской поверхности, как правило, описываются с помощью рядов Г–С. В принятых в работе [3] обозначениях, которые сохраняются до настоящего времени (см., например, [5]), двумерная плотность вероятностей уклонов описывается выражением

$$P_\xi^{(G-C)}(\xi) = \frac{1}{2\pi\sigma_c\sigma_u} \exp\left(-\frac{\xi_c^2 + \xi_u^2}{2}\right) \times \left[1 - \frac{1}{2}C_{21}H_2(\xi_c)H_1(\xi_u) - \frac{1}{6}C_{03}H_3(\xi_u) + \frac{1}{24}C_{40}H_4(\xi_c) + \frac{1}{4}C_{22}H_2(\xi_c)H_2(\xi_u) + \frac{1}{24}C_{04}H_4(\xi_u)\right], \quad (7)$$

где  $\xi_c = \xi_c/\sigma_c$  и  $\xi_u = \xi_u/\sigma_u$ ;  $H_i$  ( $i = 1..4$ ) – ортогональные полиномы Чебышева–Эрмита  $i$ -го порядка. Первый индекс коэффициента  $C$  соответствует поперечной компоненте уклона, второй – продольной. Коэффициенты  $C_{03}$  и  $C_{30}$  являются асимметрией распределения соответствующих компонент уклонов, коэффициенты  $C_{04}$  и  $C_{40}$  – эксцессом. Выражение (7) получено при условии, что  $C_{30} = C_{12} = C_{13} = C_{31} = 0$ , которое следует из предположения о симметрии распределения уклонов в поперечном направлении.

Поскольку коэффициенты ряда рассчитываются по статистическим моментам до четвертого порядка включительно, то аппроксимация одномерной плотности вероятностей компонент уклонов имеет вид

$$P_\xi^{(G-C)}(\xi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma_\xi^2}\right) \times \left(1 - \frac{A_\xi}{6}H_3\left(\frac{\xi}{\sigma_\xi}\right) + \frac{E_\xi}{24}H_4\left(\frac{\xi}{\sigma_\xi}\right)\right), \quad (8)$$

откуда с учетом (3)

$$P_\alpha(\alpha) = \cos^{-2}\alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\xi} \exp\left(-\frac{\text{tg}^2\alpha}{2\sigma_\xi^2}\right) \times \left(1 - \frac{A_\xi}{6}H_3\left(\frac{\text{tg}\alpha}{\sigma_\xi}\right) + \frac{E_\xi}{24}H_4\left(\frac{\text{tg}\alpha}{\sigma_\xi}\right)\right). \quad (9)$$

Плотности вероятностей  $P_\xi^{(G-C)}(\xi)$  и  $P_\alpha(\alpha)$  представлены на рис. 2, *в* и *г*. Расчеты также проведены для скоростей ветра 5 и 15 м/с, которым, как следует из полученного в работе [3] соотношения

$$A_{\xi,u} = 0,04 - 0,033W, \quad (10)$$

соответствуют значения асимметрии  $-0,13$  и  $-0,46$ . Эксцесс распределения уклонов, который не зависит от скорости ветра, принят равным  $-0,2$ .

При выбранных значениях асимметрии и эксцесса плотности вероятностей  $P_\xi^{(G-C)}(\xi)$  и  $P_\alpha(\alpha)$  не могут быть построены во всей области изменений параметров  $\xi$  и  $\alpha$  соответственно. Обусловлено это тем, что функции  $P_\xi^{(G-C)}(\xi)$  и  $P_\alpha(\alpha)$  принимают отрицательные значения. Границы появления отрицательных значений в аппроксимации (8) для продольной и поперечной компонент уклонов исследовались в работе [8].

## Оптические изображения

Одной из основных характеристик, используемых при построении оптических изображений, является двунаправленная функция распределения отражений. Она описывает отношение яркости зеркально отраженного излучения  $I_r(\theta_r, \phi_r)$  к плотности потока падающего излучения  $H_s(\theta_s, \phi_s)$ . Здесь  $\theta_s$  и  $\phi_s$  – зенитный и азимутальный углы падающих солнечных лучей;  $\theta_r$  и  $\phi_r$  – зенитный и азимутальный углы отраженных лучей соответственно. Зеркальное отражение имеет место, если выполняются условия [15]:

$$\xi_u = F_u(\theta_s, \phi_s, \theta_r, \phi_r) = -\frac{\sin\theta_s \cos\phi_s + \sin\theta_r \cos\phi_r}{\cos\theta_s + \cos\theta_r}, \quad (11)$$

$$\xi_c = F_c(\theta_s, \phi_s, \theta_r, \phi_r) = -\frac{\sin\theta_s \sin\phi_s + \sin\theta_r \sin\phi_r}{\cos\theta_s + \cos\theta_r}. \quad (12)$$

Оценим диапазоны углов, для которых можно построить оптические изображения морской поверхности, используя распределения ее уклонов в виде распределения Г–С. Учитывая условие (2), мы можем построить изображение, если одновременно выполняются два условия:

$$-2,5\sigma_{\xi,u} < F_u(\theta_s, \phi_s, \theta_r, \phi_r) < 2,5\sigma_{\xi,u}, \quad (13)$$

$$-2,5\sigma_{\xi,c} < F_c(\theta_s, \phi_s, \theta_r, \phi_r) < 2,5\sigma_{\xi,c}. \quad (14)$$

Выберем систему координат, в которой азимут  $\phi_s = 0$ , т.е. ось  $X$ , совпадает с азимутом падающих солнечных лучей. Будем рассматривать два предельных случая, когда азимутальное направление падения солнечных лучей совпадает с направлением ветра и когда оно перпендикулярно направлению ветра.

Наиболее простой и наглядной является ситуация, когда падающий и отраженный лучи лежат в вертикальной плоскости. Этой ситуации, в частности, соответствуют условия  $\phi_s = 0^\circ$  и  $\phi_r = 180^\circ$  (рис. 3, *а* и *б*). Отражение в вертикальной плоскости происходит при  $\alpha_c = 0^\circ$ , т.е. условие (14) справедливо для всех значений углов  $\theta_s$  и  $\theta_r$ .

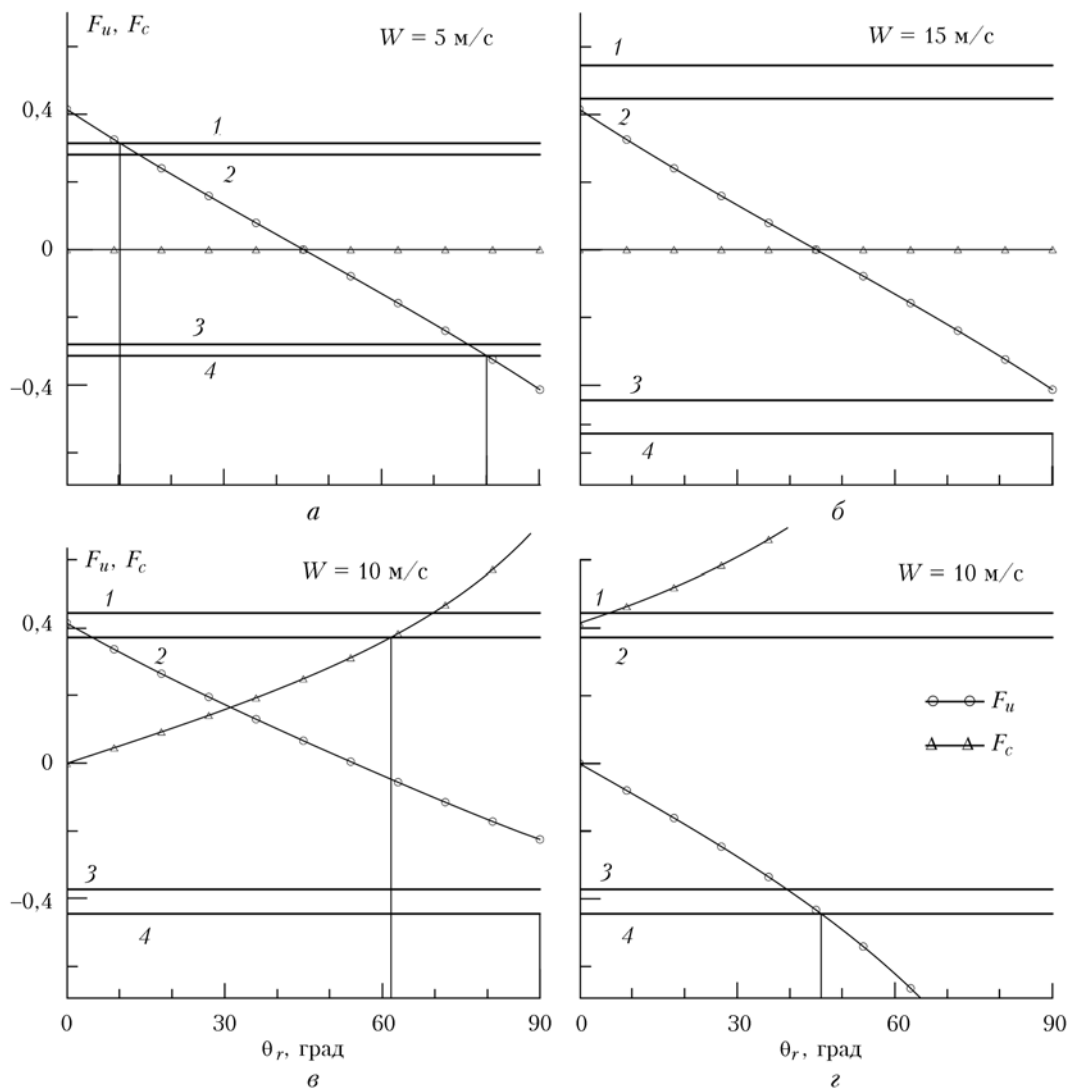


Рис. 3. Функции  $F_u(\theta_s = 45^\circ, \phi_s, \theta_r, \phi_r)$  и  $F_c(\theta_s = 45^\circ, \phi_s, \theta_r, \phi_r)$ : а, б —  $\phi_s = 0^\circ, \phi_r = 0^\circ$ ; в —  $\phi_s = 0^\circ, \phi_r = 150^\circ$ ; г —  $\phi_s = 90^\circ, \phi_r = 150^\circ$ . Горизонтальные линии: 1 —  $2,5\sigma_u$ ; 2 —  $2,5\sigma_c$ ; 3 —  $-2,5\sigma_c$ ; 4 —  $-2,5\sigma_u$

Условие (13) меняется с изменением скорости ветра, что хорошо видно при сравнении рис. 3, а и б. Для угла  $\theta_s = 45^\circ$  при скорости ветра 5 м/с можно построить изображение для диапазона углов  $10^\circ < \theta_r < 80^\circ$ , при скорости ветра 15 м/с этот диапазон становится шире  $-0^\circ < \theta_r < 90^\circ$ . Расширение диапазона изменения угла  $\theta_r$  вызвано ростом дисперсии уклонов при усилении ветра.

Если падающий и отраженный лучи не лежат в одной вертикальной плоскости, то границы диапазона изменения  $\theta_r$  определяются одновременным выполнением условий (13) и (14). Этой ситуации соответствует рис. 3, в и г. Области изменения угла  $\theta_r$ , в которых одновременно выполняются условия (13) и (14), оказываются значительно уже, чем для каждого условия в отдельности. Для ситуации, представленной на рис. 3, в,  $0^\circ < \theta_r < 62^\circ$ , для ситуации, представленной на рис. 3, г, отражение в азимутальном направлении  $\phi_r = 150^\circ$  не происходит.

Диапазон изменения угла  $\theta_r$ , для которого с помощью распределения G–C можно построить опти-

ческие изображения морской поверхности, заметно уже, чем диапазон оптических сканеров, установленных на космических аппаратах. Так, оптические сканеры MODIS (Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer), установленные на космических аппаратах Terra и Aqua, имеют сектор сканирования  $\pm 55^\circ$  [16], что, учитывая радиус кривизны поверхности Земли, соответствует диапазону углов  $\theta_r = \pm 65,5^\circ$ .

Одним из возможных путей преодоления ограничения диапазона изменения угла  $\theta_r$  при построении изображений морской поверхности является использование предложенной в работе [17] комбинированной модели уклонов. В области (2) эта модель близка к распределению G–C, а за ее пределами стремится к распределению Гаусса.

### Заключение

Основным распределением уклонов морской поверхности в приложениях, связанных с отражением от нее солнечного света, является распределение G–C. Коэффициенты рядов G–C рассчитыва-

ются по полученным в натуральных экспериментах статистическим моментам уклонов. Поскольку в натуральных экспериментах определяются статистические моменты не старше четвертого порядка, для моделирования функции плотности вероятностей уклонов используются аппроксимации, включающие первые члены ряда. Относительно небольшое число членов ряда G–C позволяет корректно описать функцию плотности вероятностей уклонов только при их изменении в диапазоне (2).

Получены эмпирические соотношения, связывающие статистические моменты продольной и поперечной компонент уклонов и их углов. Показано, что асимметрия распределения углов уклонов меньше, чем асимметрия самих уклонов. Эксцесс углов уклонов для продольной компоненты в среднем меньше эксцесса уклонов на 0,155, для поперечной компоненты – меньше на 0,105.

Показано, что диапазон углов отражения, для которого можно построить оптическое изображение морской поверхности с помощью распределения уклонов, заданного в форме распределения G–C, зависит от скорости ветра. При слабых ветрах, когда дисперсия уклонов мала, этот диапазон оказывается заметно уже диапазона оптических сканеров, установленных на космических аппаратах. Для преодоления данного ограничения предложено использовать комбинированную модель распределения уклонов, которая в области (2) близка к распределению G–C, а за ее пределами стремится к распределению Гаусса.

1. Кортаев Г.К., Пустовойтенко В.В., Терехин Ю.В. Спутниковая океанология: становление, развитие, перспективы // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон. 2006. Вып. 14. С. 324–348.
2. Пустовойтенко В.В. Спутниковые средства дистанционного зондирования в системе экологического мониторинга морских акваторий // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон. 2003. Вып. 9. С. 125–137.
3. Cox C., Munk W. Measurements of the roughness of the sea surface from photographs of the sun glitter // J. Opt. Soc. Amer. 1954. V. 44, N 11. P. 838–850.
4. Заневалов А.С. Зависимость статистики бликов зеркального отражения при лазерном зондировании морской

поверхности от характеристик ее локальных уклонов // Оптика атмосф. и океана. 2000. Т. 13, № 12. С. 1123–1127.

5. Bréon F.M., Henriot N. Spaceborne observations of ocean glint reflectance and modeling of wave slope distributions // J. Geophys. Res. C. 2006. V. 111, N 6. DOI: 10.1029/2005JC003343.
6. Sayer A.M., Thomas G.E., Grainger R.G. A sea surface reflectance model for (A)ATSR, and application to aerosol retrievals // Atmos. Measur. Techniques. 2010. V. 3, N 4. P. 1023–1098.
7. Su Y.-F., Liou J.-J., Hou J.-C., Hung W.-C., Hsu S.-M., Lien Y.-T., Su M.-D., Cheng K.-S. A multivariate model for coastal water quality mapping using satellite remote sensing images // Sensors. 2008. V. 8, N 10. P. 6321–6339. DOI: 10.3390/s8106321.
8. Заневалов А.С. Изменчивость характеристик локальных уклонов морской поверхности // Прикл. гидромех. 2005. Т. 7(79), № 1. С. 17–21.
9. Tatarskii V.I. Multi-Gaussian representation of the Cox–Munk distribution for slopes of wind-driven waves // J. Atmos. and Ocean. Technol. 2003. V. 20. P. 1697–1705.
10. Longuet-Higgins M.S. The effect of non-linearities on statistical distribution in the theory of sea waves // J. Fluid Mech. 1963. V. 17, N 3. P. 459–480.
11. Заневалов А.С., Ратнер Ю.Б. Эффекты квазигaussianо-го характера распределения уклонов морской поверхности при лазерном зондировании // Оптика атмосф. и океана. 2002. Т. 15, № 10. С. 925–928.
12. Заневалов А.С. Статистические модели взволнованной морской поверхности. Для задач дистанционного зондирования. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 69 с.
13. Кендалл М.Дж., Стьюарт А. Теория распределений / Пер. с англ. М.: Наука, 1966. 587 с.
14. Христофоров Г.Н., Заневалов А.С., Бабий М.В. Статистические характеристики уклонов морской поверхности при разных скоростях ветра // Океанология. 1992. Т. 32, вып. 3. С. 452–459.
15. Zeisse C.R. Radiance of the ocean horizon // J. Opt. Soc. Amer. A. 1995. V. 12, N 9. P. 2022–2030.
16. Xiong X., Barnes W. An overview of MODIS radiometric calibration and characterization // Adv. in Atmos. Sci. 2006. V. 23, N 1. P. 69–79.
17. Заневалов А.С., Пустовойтенко В.В. Моделирование плотности вероятностей уклонов морской поверхности в задачах рассеяния радиоволн // Изв. вузов. Радиофиз. 2010. Т. 53, № 2. С. 110–121.

**A.S. Zanevalov, N.E. Lebedev. Simulation of the sea surface statistical characteristics at the remote sensing in the optical range.**

Currently, the most widely used distribution of slopes of the sea surface is Gram–Charlier distribution. Limitations of its use in the simulation of light reflection from the sea surface are analyzed. It is shown that Gram–Charlier distribution does not allow one to build optical image throughout the full sensing range of angles for low Earth orbit spacecraft optical scanners. Empirical relations between statistical moments of sea surface slopes and their angles are obtained.