

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИН СКОЛА В МОНОКРИСТАЛЛАХ ФТОРИСТОГО ЛИТИЯ

А. М. Михайлов

(Новосибирск)

Приводятся некоторые результаты сравнения предсказаний теории квазихрупкого разрушения относительно поведения трещин с поведением трещин в реальном материале. Предсказания теории основаны на представлении о том, что трещина разделяет образец на две упругие балки, жестко заделанные в кончике трещины, причем при создании новой поверхности всегда затрачивается одна и та же удельная энергия  $T$ . В работе проверялось, является ли константа  $T$ , входящая в уравнения теории, постоянной в условиях данных опытов.

1. Образцы выкалывались из монокристаллов LiF и представляли собой прямоугольные параллелепипеды с размерами около  $4 \times 4 \times 50$  мм<sup>3</sup>. Трещина развивалась вдоль плоскости спайности, параллельной длинным сторонам образца. Образцы приготавливались так же, как в [1].

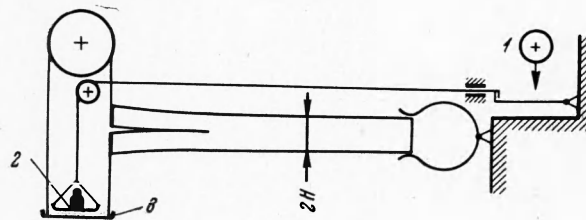
Для регистрации распространения трещины использовалась кинокамера типа СКС-1М, работавшая в режиме фоторегистратора [2]. Свет от лампы накаливания падал на плоскость трещины, отражаясь от которой как от зеркала, попадал в объектив. Изображение трещины на пленке представляло собой узкую светящуюся черту, перпендикулярную направлению движения пленки. В результате съемки на пленке получалась зависимость длины трещины от времени (фиг. 1).



Фиг. 1

Продвижение трещины осуществлялось двумя способами:

1) раздвигание берегов трещины в торцевом сечении образца с постоянными скоростями 195, 550, 2000 мм/сек;



Фиг. 2

2) нагружение берегов трещины в торцевом сечении грузами, падающими в поле земного тяготения. При первом способе нагружения маятник массой несколько килограммов, падающий с некоторой высоты, после запуска кинокамеры ударял по образцу, заставляя его двигаться на стальной клин, вставленный острием в предварительно подготовленную трещину. В момент касания маятника и образца происходило замыкание пусковой цепи лампы-вспышки типа ЭВ-1, свет от которой оставлял на пленке черту, проходящую вдоль изображения трещины. Эта черта позволяла определить момент начала движения образца (фиг. 1). Зная скорость движения пленки, угол клина и скорость движения маятника, можно было определить в любой момент время, прошедшее от начала движения образца, и расстояния между берегами трещины. Схема нагружения во втором случае изображена на фиг. 2. Падающий груз 1 запускает камеру, а затем освобождает тарелку 2 с грузом, которая ложится на тарелку 3, предварительно подвешенную к берегам трещины на петельках из тонкой медной фольги. При достаточном весе груза трещина начнет двигаться.

2. Основой теории квазихрупкого разрушения является предположение о постоянстве энергии  $T$ , затрачиваемой при распространении трещины на создание новой поверхности единичной площади. В работе проводилась экспериментальная проверка этого предположения. Соотношение продольного и поперечных размеров образца позволило с достаточным основанием пользоваться балочным приближением теории трещин.

Если расстояние  $2h$  между противоположными берегами равновесной трещины в торцевом сечении, где отсутствует изгибающий момент, известно, а трещина делит

образец на две части с толщинами  $H_1$  и  $H_2$ , плотность поверхностной энергии  $T$  дается формулой

$$T = \frac{3Eh^2}{4l^4} \frac{H_1^3 H_2^3}{H_1^3 + H_2^3} \quad (2.1)$$

где  $E$  — модуль Юнга,  $l$  — длина трещины. Формула (2.1) получается из условия минимума суммы энергии изгиба и поверхностной энергии двух берегов трещины, причем обе «половинки» образца, на которые трещина разделяет исходный образец, считаются упругими балками, жестко заделанными в кончике трещины. При выводе (2.1) следует иметь в виду, что перерезывающие силы в торцевом сечении образца равны в обеих балках. Это равенство, вытекающее из вариационного принципа как естественное граничное условие, может быть получено непосредственно из рассмотрения равновесия клина, распирающего берега трещины.

Если же в торцевом сечении задать перерезывающую силу  $mg$ , то (при условии  $H_1 = H_2 = H$ )

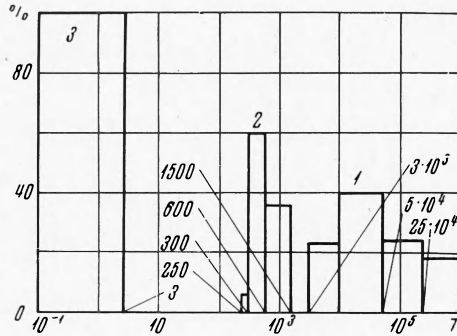
$$T = \frac{6(mgl)^2}{Eb^2H^3} \quad (2.2)$$

где  $b$  — поперечный размер образца, параллельный плоскости трещины. Равновесие, определяемое формулой (2.2), при фиксированном весе груза  $mg$  неустойчиво. Если величина  $mgl$  больше «критического» значения, трещина начинает распространяться, причем скорость ее движения не превышает величины

$$v = g^{1/2} (3EH^3 / 32T)^{1/4} \quad (2.3)$$

где  $g$  — ускорение силы тяжести (см. [3], § 1).

3. Результаты обработки экспериментов приведены на фиг. 3. По оси абсцисс в логарифмическом масштабе отложена величина  $T$ , а распределения 1, 2, 3 получены по формулам (2.1) — (2.3) соответственно. Высота каждого прямоугольника показывает, какая доля измерений дала значения  $T$ , лежащие в пределах, занятых его основанием. Распределение 1 построено по 50 образцам, на которых было подсчитано 165 значений  $T$ . Это связано с тем, что при нагружении первым способом трещина часто распространялась скачками. Трещина считалась равновесной, если она оставалась в покое 0.0005 сек или дольше. Не было обнаружено зависимости  $T$  от скорости раздвигания берегов трещины в условиях данных опытов. Погрешность определения  $T$  по формуле (2.1) составляла около 40%. Распределения 2 и 3 построены по 50 образцам. При нагружении вторым способом было необходимо предварительно угадать критическую



Фиг. 3

нагрузку. Поэтому фактически прикладываемая сила была либо меньше критической, если трещина после нагружения не развивалась, либо больше критической в противном случае. Вследствие этой неточности при расчетах по формулам (2.2) и (2.3) не учитывалась погрешность, связанная с несимметричностью в положении трещины. Поэтому невозможно указать априорную ошибку при определении  $T$  по (2.2) и (2.3).

Как видно из фиг. 3, расчеты по формулам предыдущего пункта дают значительное расхождение в величине  $T$ . Значения  $T$  в случае, когда задается расстояние между берегами, трещины, на 1—3 порядка превышают  $T$  при заданной перерезывающей силе, хотя напряженное состояние в обоих случаях одинаково. Величина  $T$  в распределении 3 на два порядка меньше величины поверхностного натяжения (около 700 дн/см по [4]). Эти факты заставляют признать, что реальная механическая система недостаточно верно описывается теоретической моделью (упругая жестко заделанная балка), на основе которой были выведены расчетные формулы.

Расхождение величин  $T$  в распределениях 1 и 2 прямо указывает на то, что реальная система является более податливой, чем следует из теоретической модели. Поэтому для объяснения результатов эксперимента следует наделить модель рассматриваемой системы дополнительной степенью свободы, которая могла бы аккумулировать потенциальную энергию пока трещина неподвижна и выделять ее при движении трещины.

Последнее свойство должно объяснить чрезмерно большие значения скорости трещины при нагружении вторым способом, т. е. чрезмерно низкие значения  $T$  в распределении 3.

Откажемся, например, от того из условий жесткой заделки, которое запрещает поворот в кончике трещины, и постулируем существование в заделке линейно-упругого шарнира, угол поворота которого пропорционален изгибающему моменту в заделке. Формально это выразится в том, что в потенциальную энергию системы будет добавлен член, пропорциональный квадрату угла поворота, равный энергии, запасенной в шарнире.

Для оправдания такой замены в граничных условиях вспомним, что условия жесткой заделки, введенные в теорию трещин впервые И. В. Обреимовым [5], являются априорными, а не естественными граничными условиями, и при необходимости могут быть заменены другими. Кстати, применимость их связывается обычно с заделкой балки в существенно более жесткую среду, что в случае трещины не имеет места. Кроме того, неоднократно было показано [1, 4, 6], что в окрестности кончика трещины происходит пластическое течение, развитое в большей или меньшей степени в зависимости от того, как долго трещина остается на месте. В [1] показано, что при достаточно медленном деформировании берега трещины получают значительные остаточные смещения за счет изгиба кристалла вблизи заделки. Даже тогда, когда разрушение внешне выглядит как вполне хрупкое, размеры области в кончике трещины, охваченной пластическим течением, соизмеримы с поперечными размерами балки. Гипотеза о шарнире в заделке предназначена для того, чтобы качественно учесть эти факты без детального анализа деформации окрестности кончика трещины.

Выведем условия равновесия трещины с учетом того, что в заделке допускается поворот поперечного сечения. Пусть трещина лежит на средней плоскости образца, так что можно рассматривать лишь равновесие одной балки. Обозначим через  $u(x)$  смещение ее нейтральной оси при  $0 \leq x \leq l$ . При  $x = 0$  зададим отсутствие изгибающего момента и смещение  $u = h$ . При  $x = l$  имеем нулевое смещение:  $u(l) = 0$ . Потенциальная энергия рассматриваемой системы записывается в виде

$$\frac{EI}{2} \int_0^l \left( \frac{d^2u}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{Bb}{2} \left( \frac{du}{dx} \right)_{x=l}^2 + Tbl, \quad I = \frac{bH^3}{12} \quad (3.1)$$

В (3.1) первое слагаемое равно энергии изгиба балки, второе — энергии, запасенной в шарнире, причем  $B > 0$  — жесткость шарнира единичной ширины, третье слагаемое — это поверхностная энергия одного берега разреза. Из условия экстремума выражения (3.1) методами вариационного исчисления [7] получаем математическую постановку задачи (варьированию подвергается и функция  $u(x)$  и длина трещины  $l$ )

$$d^4u / dx^4 = 0 \quad (0 < x < l) \quad (3.2)$$

$$u = h, \quad d^2u / dx^2 = 0 \quad (x = 0) \quad (3.3)$$

$$u = 0, \quad (EI / Bb) (d^2u / dx^2) = - du / dx, \quad x = l \quad (3.4)$$

$$(-EI d^3u / dx^3) (du / dx) + EI (d^2u / dx^2)^2 = 2Tb, \quad x = l \quad (3.5)$$

Второе уравнение (3.4) представляет собой уравнение состояния шарнира в заделке (угол поворота пропорционален изгибающему моменту  $EI d^2u / dx^2$ ) и при  $B \rightarrow \infty$  переходит в условие жесткой заделки  $du / dx = 0$ . При таком предельном переходе второй член в (3.4) исчезает, так как  $Bb du / dx$  стремится при этом к конечной величине, равной изгибающему моменту в заделке. Условие (3.5) выражает равенство нулю работы обобщенных сил при возможном перемещении кончика трещины. Первое слагаемое представляет собой работу перерезывающей силы  $EI d^3u / dx^3$  на смещении, вызванном поворотом в заделке. При  $B \rightarrow \infty$  угол поворота стремится к нулю согласно (3.4) и первый член в (3.5) исчезает. Второе слагаемое равняется работе изгибающего момента, а правая часть (3.5) равна погонной плотности поверхностной энергии.

Решая задачу (3.2) — (3.5), получаем для длины трещины уравнение

$$\frac{9h^2}{l^4} \frac{1 + EI / Bbl}{(1 + 3EI / Bbl)^2} = \frac{2Tb}{EI} \quad (3.6)$$

Сравним (3.6) с (2.1), которая при  $H_1 = H_2 = H$  приобретает вид  $9h^2 / l^4 = = 2Tb / EI$ . Чтобы добиться формального сходства этих формул, введем обозначение

$$T_+ = \frac{T(1 + 3EI / Bbl)^2}{1 + EI / Bbl} \quad (3.7)$$

Если предположить наличие жесткой заделки в кончике трещины и попытаться определить плотность поверхностной энергии по формуле (2.1) из экспериментов с образцами, у которых в действительности в кончике трещины имеется упругая заделка (3.4), то была бы определена величина не  $T$ , а  $T_+$  из (3.7). Как следует из (3.7), величина  $T_+ > T$  и зависит от длины трещины  $\lim T_+ = \infty$  при  $EI / Bbl \rightarrow \infty$ ,  $\lim T_+ = T$  при  $EI / Bbl \rightarrow 0$ .

Пусть теперь вместо первого условия (3.3) при  $x = 0$  задана перерезывающая сила, т. е.  $d^3u(0)/dx^3 = mg/EI$ . Тогда для определения  $l$  вместо (2.2) получим уравнение

$$\frac{6(mgl)^2}{Eb^2H^3}(1 + EI/Bbl) = T \quad (3.8)$$

Формулы (3.8) и (2.2) формально совпадут, если положить

$$T_- = T / (1 + EI/Bbl) \quad (3.9)$$

В этом случае  $T_- < T$  и тоже зависит от длины трещины

$$\lim T_- = 0 \quad \text{при } EI/Bbl \rightarrow \infty \quad \lim T_- = T \quad \text{при } EI/Bbl \rightarrow 0$$

Следовательно, если предположить наличие упругой заделки в кончике трещины, то станет ясно, что при построении распределений 1 и 2 на фиг. 3 вычислялись величины  $T_+$  и  $T_-$  соответственно, вследствие чего распределение 2 и оказалось сдвинутым по оси абсцисс на два порядка в меньшую сторону по сравнению с распределением 1.

Безразмерный параметр  $EI/Bbl$  является мерой отношения изгибной жесткости балки к жесткости заделки. В частности, при  $i \rightarrow \infty$  балка становится все более податливой системой, и заделка может рассматриваться все более обоснованно как жесткая. В соответствии с этим и величины  $T_+$  и  $T_-$  при  $l \rightarrow \infty$  стремятся к  $T$ .

Принятая модель заделки феноменологически описывает результат сложных процессов, происходящих в окрестности кончика трещины под действием очень высоких напряжений. Детальное рассмотрение этих явлений лежит за пределами балочной теории, и, возможно, за пределами линейной теории упругости.

Дело осложняется еще и тем, что после того как достигнуто условие разрушения (3.5) и трещина начала двигаться, высокие напряжения, породившие добавочный запас энергии в точке, где была заделка до начала движения, исчезают, перемещаясь вперед вместе с концом трещины. Поэтому возникает необходимость в принятии каких-либо предположений о судьбе запасенной в заделке энергии после разгрузки. Как показывают микроскопические наблюдения, по крайней мере часть этой энергии остается в виде энергии дислокационных петель в кристалле [1, 4, 6]. В [1] показано, что чем медленнее скорость нагружения, тем эта часть значительнее, так что при малых скоростях нагружения шарнир в заделке является почти жестко-пластическим.

С ростом скорости нагружения поведение шарнира становится более упругим. Естественно предположить, поскольку во время движения трещины дислокаций порождается значительно меньше, чем когда она неподвижна, что во время движения трещины выполняется условие жесткой заделки. Такое допущение объясняет скачкообразное распространение трещины и почти полную независимость скорости трещины от условий нагружений (она равна нескольким десяткам  $m/сек$ ). При такой интерпретации фактов роль внешней нагрузки сводится в основном к тому, чтобы «зарядить» энергией шарнир в заделке до тех пор, пока не будет достигнуто условие (3.5). Движение же трещины, наступающее затем определяется процессом «разряда» этого шарнира. По-видимому, на основании такого подхода можно объяснить скачкообразное распространение трещин, подобно тому как это сделано в [8]. По этому поводу в работе [1] ошибочно сделана ссылка на работу [6]. Автор приносит свои извинения Г. И. Баренблатту и Р. Л. Салганику, предложившим этот подход. Хотя приведенные соображения в достаточной мере уместительны, то обстоятельство, что они объясняют приведенные опытные факты, дает им право на существование. В пользу их свидетельствует описанное ранее (см. [1], фиг. 6) падение эффективной поверхностной энергии при увеличении длины трещины, как это и предсказывается формулой (3.7). В [1] этому явлению не было дано объяснения.

Поступила 11 VII 1969

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов А. М. О скачкообразном распространении трещины в монокристаллах фтористого лития. ПМТФ, 1965, № 5.
2. Лаврентьев В. И., Пелль В. Г. Скоростная киносъемка камерой СКС-1. М., «Искусство», 1963.
3. Михайлов А. М. Некоторые задачи теории трещин в балочном приближении. ПМТФ, 1967, № 5.
4. Gilman J. J. Cleavage, ductility and tenacity in crystals. In «Fracture», Wiley, 1959, No. 4, p. 193.
5. Obreimoff I. V. The splitting strength of mica. Proc. Roy. Soc., 1930, A127, p. 290.
6. Gilman J. J., Knudsen C., Walsh W. Cleavage cracks and dislocations in LiF crystals. J. Appl. Phys., 1958, vol. 29, No. 4, p. 601.
7. Смирнов В. И. Курс высшей математики. М., Гостехиздат, 1957, т. 4, гл. 2, стр. 249.
8. Баренблатт Г. И., Салганик Р. Л. О расклинивании хрупких тел. Автоколебания при расклинивании. ПММ, 1963, т. 27, вып. 3.