

УДК 533.9:532.516:662.2/.8

МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ ЦЕНТРОБЕЖНОГО КОНДУКЦИОННОГО МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО НАСОСА

С. С. Кацнельсон, Г. А. Поздняков

Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mails: savelii@itam.nsc.ru, georg@itam.nsc.ru

Разработана математическая модель центробежного кондукционного магнитогиродинамического (МГД) насоса, позволяющая рассчитать распределения скорости, плотности тока и давление по длине канала. При этом учет силы вязкости в исходной системе МГД-уравнений проводился на основе известного квадратичного закона сопротивления для турбулентного течения в трубе, обобщенного на случай плоских течений в канале. Получены зависимости коэффициента сопротивления от основных управляющих параметров (расхода металла, силы тока и магнитной индукции), позволяющие согласовать расчетные и экспериментальные данные о давлении на выходе насоса для различных режимов работы. Показано, что полученные зависимости имеют универсальный характер и предлагаемая модель может быть использована при проектировании насосов данного типа и для управления их работой в технологическом производстве.

Ключевые слова: математическое моделирование, магнитная гидродинамика, расплав металла, МГД-насос, дисковый канал, управляющие параметры.

Введение. Процесс литья в металлургии, являющийся многостадийным, включает плавку металла, его транспортировку, обработку (дегазация, внесение присадок, в том числе нанодисперсных, и т. д.), разливку. Каждая стадия является трудоемким процессом со сложной технологической цепочкой, однако общим негативным фактором является контакт расплава с атмосферой. Решением данной проблемы может стать создание закрытого цикла, что позволит существенно улучшить экологию производства. Важным элементом закрытого цикла является система подачи жидкого металла, которая должна быть достаточно универсальной для всей цепочки его внепечной обработки. Таким устройством может быть магнитогиродинамическая (МГД) система, тогда в случае высокой температуры работоспособными будут насосы, построенные по кондукционным схемам, в частности центробежный кондукционный насос (ЦКН). При использовании ЦКН в технологической цепочке возникает необходимость оперативного управления рабочими параметрами насоса (напором, давлением, расходом и др.), а также оптимизации схем и конструктивных решений на стадии проектирования установки, что требует разработки математической модели ЦКН.

1. Математическая модель. При разработке математической модели и ее тестировании использовались экспериментальные данные, полученные для модели ЦКН в [1].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-00814).

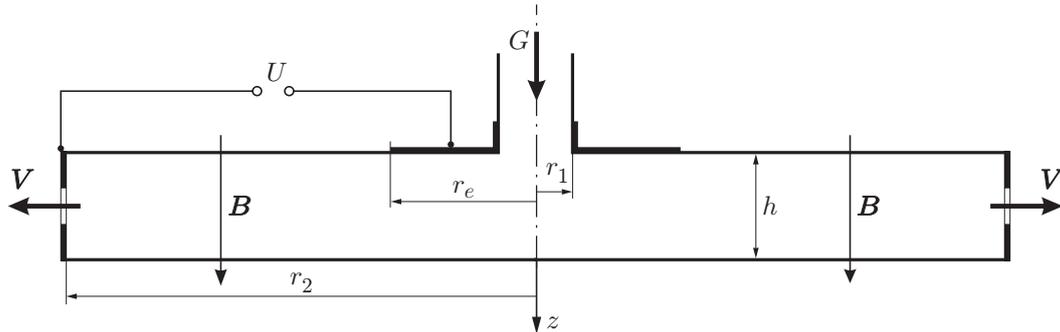


Рис. 1. Схема МГД-ячейки насоса

Дисковый канал МГД-ячейки насоса (рис. 1) образован двумя диэлектрическими дисками, расстояние между которыми равно h . В центре верхнего диска имеется патрубок радиусом r_1 , по которому подается расплав металла в МГД-ячейку (геометрические размеры экспериментальной МГД-ячейки: $r_1 = 0,5$ см, $r_2 = 6$ см, $h = 1$ см) и который является одним из электродов. Вторым электродом является боковая поверхность ячейки радиусом r_2 , в которой имеются отверстия для выхода рабочего тела. На электроды подается напряжение U от внешнего источника тока, внешней магнитной системой создается магнитное поле, перпендикулярное плоскости дисков. Эксперименты проводились для двух размеров центрального электрода: $r_e = 0,8; 1,5$ см.

Исходной системой уравнений, описывающей течение вязкой электропроводной жидкости во внешних электромагнитных полях, является система уравнений магнитной гидродинамики, дополненная уравнениями электрических цепей для питания насоса и системы генерации внешнего магнитного поля. Вследствие наличия большого количества входных параметров такая система достаточно сложна при численном решении и последующем анализе результатов вычислений. Рассмотрим возможные упрощения исходной системы.

1.1. *Расчет магнитного поля.* Представим индукцию магнитного поля в виде

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{b},$$

где \mathbf{B}_0 — внешнее магнитное поле; \mathbf{b} — индуцированное поле, определяемое уравнением Максвелла $\nabla \times \mathbf{b} = \mu_0 \mathbf{j}$; \mathbf{j} — плотность тока в потоке. Отсюда следует оценка для индуцированного магнитного поля

$$\frac{b_*}{r_*} \sim \mu_0 j_* \sim \mu_0 \frac{I_*}{S_*},$$

где I_* — характерный ток; r_* , $S_* = 2\pi r_* h$ — характерные радиус и площадь сечения в точке наблюдения. Тогда выражение для параметра, характеризующего относительную величину индуцированного поля, имеет вид

$$\Lambda = \frac{b_*}{B_0} \sim \frac{\mu_0 I_* r_*}{S_* B_0} = \frac{4\pi I_* r_* \cdot 10^{-7}}{2\pi r_* h B_0} = \frac{2 \cdot 10^{-7} I_*}{h B_0}.$$

Для характерных параметров экспериментального ЦКН $I \approx 10^3$ А, $B = 0,4$ Тл, $h = 10^{-2}$ м имеем

$$\Lambda = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 10^3}{10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-1}} = 0,05.$$

Согласно оценкам для натурального ЦКН с расходом $10 \div 20$ кг/с и давлением $0,1 \div 0,3$ МПа необходимы параметры $I = 5 \cdot 10^3$ А, $B = 2$ Тл, $h = 2 \cdot 10^{-2}$ м и

$$\Lambda = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2} = 0,025.$$

Таким образом, в обоих случаях индуцированным полем можно пренебречь и рассматривать течение электропроводной жидкости в заданном магнитном поле, которое далее будем считать однородным по длине канала.

Основными управляющими параметрами работы ЦКН являются расход, индукция магнитного поля и сила тока. В силу сказанного выше индукция магнитного поля задается независимой внешней магнитной системой, а сила тока легко измеряется и контролируется в рабочем процессе. В рассматриваемом случае, зная силу тока, можно не рассматривать электрическую цепь насоса, а поскольку вихревые токи в МГД-канале являются замкнутыми, сила тока, проходящего через насос, определяется радиальной составляющей плотности тока, и для некоторого осредненного по ширине канала потока имеем

$$I = 2\pi r h j_r.$$

1.2. *Расчет течения в канале.* В канале ЦКН под действием силы Ампера жидкость приходит во вращательное движение, имеют место ее интенсивное перемешивание и турбулизация потока, что непосредственно наблюдалось в эксперименте. Известно, что развитие турбулентного течения в канале приводит к утончению пограничных слоев и более наполненному профилю скорости, а в случае МГД-течений — и к утончению гартмановских слоев и уменьшению негативного влияния эффекта Гартмана на характер течения тока в канале.

В технических расчетах установившихся вязких слоистых течений (имеющих одну составляющую скорости) сила трения задается в виде [2]

$$f = \frac{\lambda}{l} \frac{\rho \bar{v}^2}{2}, \quad (1)$$

где λ — безразмерный коэффициент сопротивления; \bar{v} — некоторое среднее по сечению канала значение скорости; l — характерный размер отрезка, нормального к скорости потока. Выражение (1) для силы трения получено на основе точного решения для стационарного ламинарного течения вязкой жидкости в круглой трубе, при этом коэффициент сопротивления связан с числом Рейнольдса:

$$\lambda = \frac{32\mu}{\rho \bar{v} R} = \frac{64}{\text{Re}}.$$

Заметим, что при ламинарном течении выполняется линейный закон сопротивления. В случае турбулентных течений, для которых справедлив квадратичный закон сопротивления, используется это же выражение для силы трения, являющееся теперь эмпирическим представлением экспериментального закона сопротивления, где коэффициент λ не является постоянным и зависит от геометрии канала, режима течения и определяется на основе экспериментальных данных. Далее мы используем закон сопротивления, определяемый выражением (1), для плоского течения в канале в виде

$$\mathbf{f} = \frac{\lambda}{l} \frac{\rho V^2}{2|V|} \mathbf{V} \equiv \frac{\lambda \rho}{2l} V \mathbf{V}. \quad (2)$$

С учетом сделанных допущений в качестве исходной используем систему одномерных уравнений магнитной гидродинамики, когда все функции меняются только в радиальном направлении: $F = F(r)$.

Записав координатное представление векторов в цилиндрической системе координат $\mathbf{V}(u, v, 0)$; $\mathbf{B}(0, 0, B)$; $\mathbf{j}(j_r, j_\theta, 0)$; $\mathbf{f}(f_r, f_\theta, 0)$, с учетом выражения (2) для $l = h$ получаем систему определяющих уравнений

$$\frac{d}{dr} (ru\rho) = 0; \quad (3)$$

$$\rho u \frac{dv}{dr} + \frac{\rho uv}{r} = j_r B - \frac{\lambda \rho}{2h} (u^2 + v^2)^{1/2} v; \quad (4)$$

$$\rho u \frac{du}{dr} - \frac{\rho v^2}{r} = -\frac{dp}{dr} - j_\theta B - \frac{\lambda \rho}{2h} (u^2 + v^2)^{1/2} u; \quad (5)$$

$$\frac{d}{dr} (r j_r) = 0; \quad (6)$$

$$j_\theta = \sigma u B. \quad (7)$$

В принятом приближении уравнение (3) справедливо строго вне зоны разворота потока ($r > r_1$), а уравнение (6) — вне зоны разворота тока ($r > r_e$), где они представляют собой законы сохранения расхода и полного тока соответственно:

$$2\pi r h \rho u = G, \quad u = \frac{G}{2\pi h \rho} \frac{1}{r}, \quad r \geq r_1; \quad (8)$$

$$2\pi r h j_r = I, \quad j_r = \frac{I}{2\pi h} \frac{1}{r}, \quad r \geq r_e \quad (9)$$

(G — массовый расход; I — полный ток).

Для того чтобы найти решение исходной системы во всей области, получим модельные распределения радиальных составляющих скорости и плотности тока в областях разворота, удовлетворяющие условиям сохранения потока и полного тока. Рассмотрим цилиндр радиусом r и высотой h , через верхнее основание которого втекает поток, через боковую поверхность — вытекает. Тогда для потока массы и тока имеем

$$\rho v_z \pi r^2 = 2\pi r h \rho u, \quad j_z \pi r^2 = 2\pi r h j_r. \quad (10)$$

Выражения для параметров v_z , j_z запишем в виде

$$v_z = \frac{G}{\pi r_1^2 \rho}, \quad j_z = \frac{I}{\pi r_e^2}. \quad (11)$$

Из уравнений (8)–(11) следуют выражения для радиальных составляющих скорости и плотности тока

$$u = \begin{cases} \frac{G}{2\pi h \rho} \frac{r}{r_1^2}, & 0 \leq r \leq r_1, \\ \frac{G}{2\pi h \rho} \frac{1}{r}, & r_1 < r \leq r_2; \end{cases} \quad (12)$$

$$j_r = \begin{cases} \frac{I}{2\pi h} \frac{r}{r_e^2}, & 0 \leq r \leq r_e, \\ \frac{I}{2\pi h} \frac{1}{r}, & r_e < r \leq r_2. \end{cases} \quad (13)$$

Уравнения (4), (5) представим в виде

$$\frac{dv}{dr} = \frac{j_r B}{\rho u} - v \left(\frac{1}{r} + \frac{\lambda}{2h} \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2} \right); \quad (14)$$

$$\frac{d}{dr} \left(p + \frac{\rho u^2}{2} \right) = \frac{\rho v^2}{r} - \sigma B^2 u - \frac{\lambda}{2h} \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u}\right)^2} \rho u^2, \quad (15)$$

где u , j_r определяются формулами (12), (13).

Уравнение (14) с граничным условием $v(0) = 0$ решалось численно с использованием подпрограммы IVPK библиотеки Fortran. Давление по длине канала определяется в результате численного интегрирования уравнения (15). Для расчета давления на выходе из канала использовалось выражение

$$p = \int_0^{r_2} \rho \left(\frac{v^2}{r} - u^2 \frac{\lambda}{2h} \sqrt{1 + \left(\frac{v}{u} \right)^2} \right) dr - g \left(\sigma B^2 \left(\frac{1}{2} + \ln \frac{r_2}{r_1} \right) + \frac{\rho g}{2r_2^2} \right), \quad g = \frac{G}{2\pi h \rho}. \quad (16)$$

В рамках сделанных допущений система уравнений (3)–(7) имеет точное решение в случае безрасходного режима. При $u = 0$ из уравнений (5), (13) следует

$$v = \left(\frac{2h j_r B}{\lambda \rho} \right)^{1/2}, \quad j_r = \begin{cases} \frac{I}{2\pi h} \frac{r}{r_e^2}, & 0 \leq r \leq r_e, \\ \frac{I}{2\pi h} \frac{1}{r}, & r_e < r \leq r_2, \end{cases} \quad (17)$$

а из уравнения (15) — равенство

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho v^2}{r}. \quad (18)$$

Проинтегрировав уравнение (18) с учетом выражения (17), получаем выражение для давления на выходе

$$p = \frac{IB}{\pi \lambda} \left(\frac{2}{r_e} - \frac{1}{r_2} \right). \quad (19)$$

2. Результаты расчетов. Расчеты проводились для сплава Вуда ($\rho = 9430 \text{ кг/м}^3$, $\sigma = 10^6 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$). В качестве контрольных выбраны два экспериментальных режима: расходный ($G = 0,637 \text{ кг/с}$, $B = 0,461 \text{ Тл}$, $p = 0,179 \text{ МПа}$, $I = 0,774 \text{ кА}$) и безрасходный ($G = 0$, $B = 0,466 \text{ Тл}$, $p = 0,363 \text{ МПа}$, $I = 0,774 \text{ кА}$).

2.1. *Расходный режим.* В случае расходного режима для определения коэффициента сопротивления λ по формуле (16) проведена серия расчетов давления при различных значениях параметра λ . Результаты расчетов представлены на рис. 2.

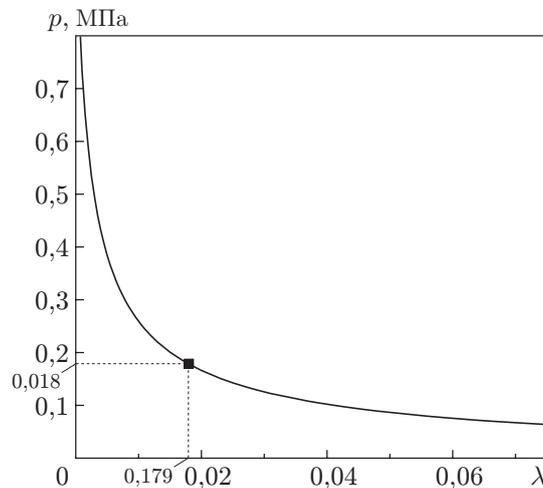


Рис. 2. Зависимость давления от коэффициента сопротивления в расходном режиме

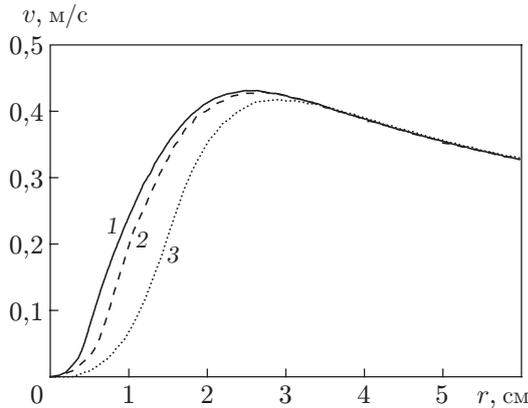


Рис. 3

Рис. 3. Зависимость азимутальной скорости от радиуса при различных размерах центрального электрода:

1 — $r_e = 0,5$ см, 2 — $r_e = 0,8$ см, 3 — $r_e = 1,5$ см

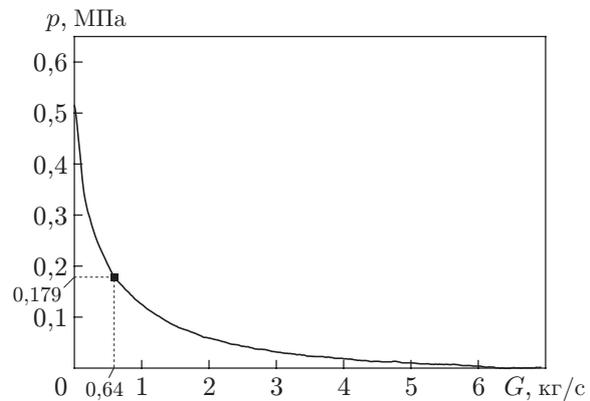


Рис. 4

Рис. 4. Зависимость давления от расхода

Экспериментальному значению давления соответствует расчетное значение давления с $\lambda = 0,0181$. Полученное значение λ использовалось в расчетах, результаты которых представлены на рис. 3, 4. На рис. 3 приведены распределения азимутальной составляющей скорости для трех размеров центрального электрода: $r_e = 0,8; 1,5$ см, используемых в экспериментах, и минимально возможного $r_e = r_1 = 0,5$ см. Видно, что при увеличении r_e максимум скорости уменьшается и перемещается в направлении больших радиусов.

На рис. 4 приведена зависимость давления от расхода (точка на кривой соответствует экспериментальному значению). Для всех значений: тока I и магнитной индукции B существует предельное значение расхода, при котором давление становится равным нулю.

2.2. *Безрасходный режим.* Для заданных экспериментальных режимов вычисленный по формуле (19) коэффициент сопротивления равен $\lambda = 0,035$. В случае безрасходного режима увеличение λ , по-видимому, обусловлено увеличением интенсивности перемешивания металла и соответственно уменьшением центробежной силы частиц внутренних слоев сплава, что вследствие условия равенства сил Ампера и трения приводит к увеличению коэффициента сопротивления. На рис. 5 приведены результаты расчета и экспериментальные данные для давления при $r_e = 0,8; 1,5$ см. Видно, что при увеличении радиуса центрального электрода почти в два раза давление пропорционально уменьшается.

2.3. *Расчет при $\lambda = \lambda(IB, G)$.* Поскольку в настоящей работе безразмерный коэффициент сопротивления определяется путем сравнения расчетного давления с экспериментальным значением $p_{exp}(IB, G) = P_{calc}(IB, G, \lambda)$, в результате обработки соответствующих экспериментальных результатов можно получить аппроксимирующее выражение $\lambda = \lambda(IB, G)$, которое позволит единообразно проводить расчеты во всей области допустимых параметров установки. Заметим, что в случае $r_1/r_e \approx 1$, являющемся оптимальным, давление на выходе насоса незначительно меняется по мере увеличения длины канала, и результаты, полученные на модельной установке, справедливы для реального ЦКН. Поскольку в канале ЦКН имеет место развитое турбулентное течение, определяемое в основном перемешиванием расплава за счет силы Ампера, полученные зависимости коэффициента турбулентного сопротивления от определяющих параметров имеют универсальный характер. На рис. 6 представлены расчетные и экспериментальные данные для давления, полученные с использованием линейной интерполяции табличных значений λ .

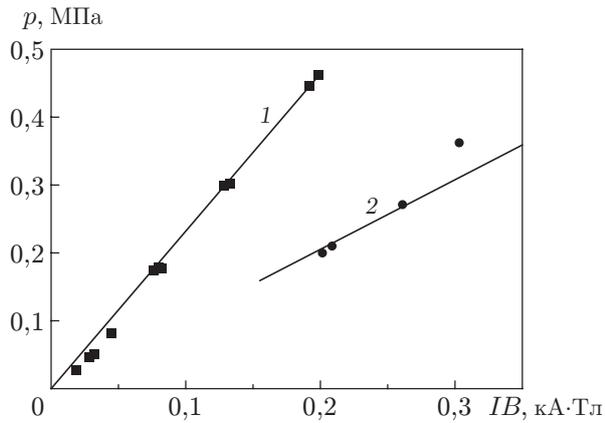


Рис. 5

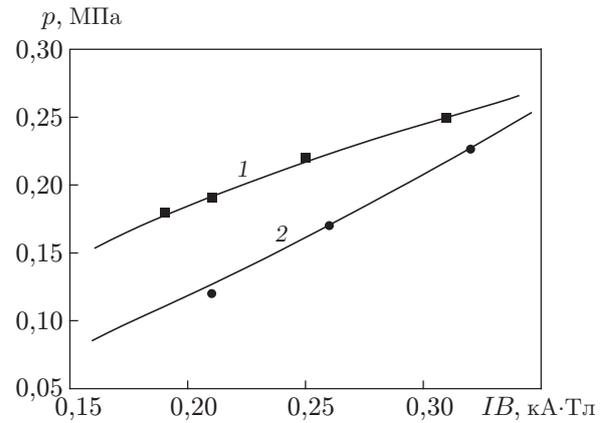


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость давления от параметра IB в безрасходном режиме: точки — эксперимент, сплошные линии — расчет; 1 — $r_e = 0,8$ см, 2 — $r_e = 1,5$ см

Рис. 6. Зависимость давления от параметра IB в расходном режиме при $r_e = 1,5$ см и различных значениях расхода:

1 — $G = 0,15$ кг/с, 2 — $G = 0,4$ кг/с; линии — расчет, точки — эксперимент

Заклучение. Предложена простая математическая модель, адекватно описывающая работу кондукционного магнетогидродинамического насоса центробежного типа в зависимости от управляющих параметров: силы тока, магнитной индукции и расхода металла. Разработанная модель может быть использована при проектировании насосов данного типа и для управления их работой в технологическом производстве.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Katsnelson S. S., Pozdnyakov G. A.** Experimental study of a centrifugal conductive MHD pump // IEEE Trans. Plasma Sci. 2012. V. 40, N 12. P. 3528–3532.
2. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1969.

Поступила в редакцию 21/III 2013 г.