

Слабая зависимость распределения потенциала от расхода газа объясняется тем, что на изученных длинах лишь небольшая часть газа подвергается непосредственному влиянию дуги. С ростом длины, когда все большая и большая часть газа нагревается, распределения потенциала для различных расходов могут значительно отличаться. И, наконец, при очень больших длинах наступает такое состояние, когда мощность единицы длины дуги равна потере тепла через единицу длины канала, и дальнейший рост потенциала снова происходит линейно [8]. Однако в случае турбулентного движения из-за турбулентного перемешивания газа напряженность электрического поля должна отличаться от напряженности в безрасходной цилиндрической дуге при тех же токах и диаметрах канала.

Поступила 11 II 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. F i n k e l n b u r g W., S e g a l S. M. High temperature plasma properties from high current arc stream measurements. Phys. Rev., 1960, No 15, vol. 80.
2. M a e s k e r H. Messung und Auswertung von Bogencharakteristiken (Ar, N₂). Z. Phys., 1960, H. 4, B. 158.
3. Шейндлин А. Е., Асиновский Э. И., Батурин В. А., Батенин В. М. Установка для получения плазмы и изучения ее свойств. Ж. техн. физ., 1963, № 10, т. 33.
4. M s c k e e H. B., D e a n R. C., P y t t e A. On cooled anodes in contact with a laminar arc — heated flow. IEEE Trans. nucl. sci., 1964, No 1, VNS — 11.
5. B e n n e t S., C o n n o r s J. F. Theory and experiment with a gas stabilized constricted arc. IEEE Trans. nucl. sci., 1964, No 1, VNS — 11.
6. H o l m R., K i r s c h t e i n B., K o p p e l m a n n F. Überblick über die Physik der Starkstromlichtbogens mit besonderer Berücksichtigung der Löschung in Hochleistungswechselstromschaltern. Wiss. veröff. Siemens-Konz. 1934, H. 2, B. 13.
7. Д а у т о в Г. Ю., Ж у к о в М. Ф. Некоторые обобщения исследований электрических дуг. ПМТФ, 1965, № 2.
8. Д а у т о в Г. Ю. Положительный столб электрической дуги в потоке. ПМТФ, 1963, № 4.

ИСКАЖЕНИЕ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ ИЗОТРОПНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ВЗВЕШЕННЫХ В ЖИДКОСТИ ЧАСТИЦ

Ю. А. Буевич, Ю. П. Гупало

(Москва)

Анализ полученных ранее [1] динамических уравнений для корреляций скоростей жидкости и взвешенных в ней мелких частиц свидетельствует, что в конечном периоде вырождения изотропной турбулентности наличие взвешенных частиц не только приводит к более быстрому (экспоненциальному) затуханию пульсаций, но в случае конечных значений отношения плотностей жидкости и материала частиц обуславливает также искажение спектра турбулентности и уменьшение ее микромасштабов.

В конечном периоде вырождения изотропной турбулентности смеси жидкости и частиц, плотность которых выше плотности жидкости, следы корреляционных тензоров описываются системой уравнений [1]

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} V_{i,i} &= 2\nu \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} V_{i,i} \right) - c\rho (2V_{i,i} - T_{i,i}) \\ \frac{\partial}{\partial t} W_{i,i} &= -c\kappa (2W_{i,i} - T_{i,i}) \quad \left(c = \frac{9\nu}{2a^2} \right) \\ \frac{\partial}{\partial t} T_{i,i} &= \nu \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} T_{i,i} \right) - c(\rho + \kappa) T_{i,i} + 2c(\rho W_{i,i} + \kappa V_{i,i}) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ν — кинематическая вязкость жидкости, a — радиус частиц, которые предполагаются сферическими, ρ — средняя объемная концентрация частиц в смеси, κ — отношение плотностей жидкости и материала частиц,

$$V_{i,i} = \langle (v_i)_A (v_i)_B \rangle, \quad W_{i,i} = \langle (w_i)_A (w_i)_B \rangle, \quad T_{i,i} = 2 \langle (v_i)_A (w_i)_B \rangle$$

Здесь v_i и w_i — компоненты пульсационных скоростей жидкости и частиц.

Система (1) была получена в предположении $\rho \ll 1$, $a \ll \lambda_0$, где λ_0 — внутренний масштаб турбулентности. Кроме того, для силы взаимодействия между частицами и жидкостью было принято обычное выражение Стокса.

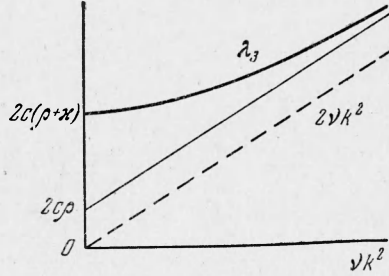
Введем в рассмотрение функции трехмерного энергетического спектра

$$E(k, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} kr \sin kr V_{i,i}(r, t) dr$$

$$F(k, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} kr \sin kr W_{i,i}(r, t) dr, \quad G(k, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} kr \sin kr T_{i,i}(r, t) dr \quad (2)$$

Применяя синус-преобразование Фурье к функциям $rV_{i,i}(r, t)$, $rW_{i,i}(r, t)$, $rT_{i,i}(r, t)$, приведем систему (1) к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial t} &= -2\nu k^2 E - 2c\rho E + c\rho G \\ \frac{\partial F}{\partial t} &= -2c\kappa F + c\kappa G \\ \frac{\partial G}{\partial t} &= -\nu k^2 G - c(\rho + \kappa)G + 2c\rho F + 2c\kappa E \end{aligned} \quad (3)$$



Фиг. 1.

Система (3) описывает изменение со временем спектральных функций, определяемых соотношениями (2). Заметим, что в отсутствие частиц, т. е. при $\rho = 0$, первое уравнение системы (3) тождественно с обычным динамическим уравнением энергетического спектра,

когда в последнем пренебрегается величиной спектральной функции переноса [2].

Характеристическое уравнение системы (3) после преобразований принимает вид

$$(\nu k^2 + c\rho + c\kappa + \lambda) [(2\nu k^2 + 2c\rho + \lambda)(2c\kappa + \lambda) - 4c^2\kappa\rho] = 0$$

Корни этого уравнения равны

$$\lambda_1 = -\omega - 2c\kappa, \quad \lambda_2 = \lambda_1 + (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2}, \quad \lambda_3 = \lambda_1 - (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2} \quad (4)$$

В результате приходим к следующей фундаментальной системе решений:

$$E_1 = 4c^2\kappa\rho e^{\lambda_1(t-t_0)}, \quad F_1 = -4c^2\kappa\rho e^{\lambda_1(t-t_0)}$$

$$G_1 = 4c\kappa\omega e^{\lambda_1(t-t_0)}$$

$$E_2 = \{\omega [\omega - (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2}] + 2c^2\kappa\rho\} e^{\lambda_2(t-t_0)}$$

$$F_2 = 2c^2\kappa^2 e^{\lambda_2(t-t_0)}, \quad F_3 = 2c^2\kappa^2 e^{\lambda_3(t-t_0)}$$

$$G_2 = -2c\kappa [\omega - (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2}] e^{\lambda_2(t-t_0)}$$

$$E_3 = \{\omega [\omega + (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2}] + 2c^2\kappa\rho\} e^{\lambda_3(t-t_0)}$$

$$G_3 = -2c\kappa [\omega + (\omega^2 + 4c^2\kappa\rho)^{1/2}] e^{\lambda_3(t-t_0)}$$

В выражениях (4) и (5) было принято

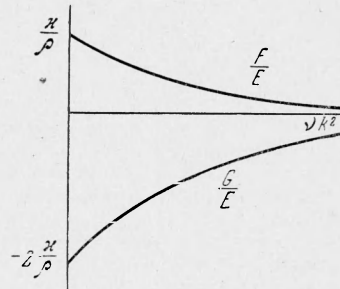
$$\omega = \nu k^2 + c(\rho - \kappa)$$

Не все решения системы (3) имеют физический смысл. Действительно, величины E и F должны быть существенно положительны, т. е. E_i и F_i в (5) должны иметь одинаковые знаки. Очевидно, это не выполняется для E_1 и F_1 , соответствующих корню λ_1 характеристического уравнения; следовательно, это решение должно быть отброшено. Функции E_2 и F_2 имеют, как легко видеть, одинаковые знаки лишь в ограниченном интервале изменения волнового числа k . Кроме того, эти функции стремятся к нулю при $\rho \rightarrow 0$ или $\kappa \rightarrow 0$. На самом деле при $\rho \rightarrow 0$ величина E должна была бы переходить в спектральную функцию турбулентности однородной жидкости, а при $\kappa \rightarrow 0$ соответствовать решению работы [1].

Ограничимся здесь рассмотрением частного решения, отвечающего корню λ_3 характеристического уравнения. Легко видеть, что даже в случае отрицательных ω величины E_3 и F_3 имеют одинаковые знаки. При $\omega = \min\{\omega\} = -c(\kappa - \rho)$ имеем

$$\min\{E_3\} \approx 2c^2\rho^2 \exp[\lambda_3(t-t_0)] > 0, \quad F_3 > 0$$

Зависимость коэффициента затухания $-\lambda_3$ и относительных величин спектральных функций, отвечающих корню λ_3 , от значений волнового числа дана на фиг. 1 и 2.



Фиг. 2.

Таким образом, можно записать

$$E(k, t) = E(k, t_0) \exp \left\{ - (vk^2 + c(\rho + \kappa) + [(vk^2)^2 + 2c(\rho - \kappa)vk^2 + c^2(\rho + \kappa)^2]^{1/2})(t - t_0) \right\} \quad (6)$$

Легко видеть, что при $\rho \rightarrow 0$ соотношение (6) дает спектральную функцию турбулентности однородной жидкости [2]. При $\kappa \rightarrow 0$ из (6) следует результат, полученный ранее [1] и заключающийся в том, что при $\kappa \approx 0$ турбулентное движение смеси жидкости с частицами оказывается подобным турбулентному движению однородной жидкости (без частиц) в том смысле, что присутствие частиц влияет только на энергию пульсаций, сохраняя масштабы турбулентности и структуру энергетического спектра.

В диапазонах больших и малых волновых чисел получаем соответственно:

$$E(k, t) \approx E(k, t_0) \exp \left\{ - \left[2vk^2 + 2c\rho + \frac{2c^2\rho}{vk^2} + O((vk^2)^{-2}) \right] (t - t_0) \right\} \quad (7)$$

$(vk^2 \gg c\rho, vk^2 \gg c\kappa)$

$$E(k, t) \approx E(k, t_0) \exp \left\{ - \left[\frac{2\rho vk^2}{\rho - \kappa} + 2c(\rho + \kappa) + O((vk^2)^2) \right] (t - t_0) \right\} \quad (8)$$

$(vk^2 \ll c\rho, vk^2 \ll c\kappa)$

Из (6), (7) и (8) следует, что при $\kappa \neq 0$ вырождение изотропной турбулентности смеси жидкости и частиц сопровождается значительным искажением энергетического спектра по сравнению со спектром в случае однородной жидкости. В области больших волновых чисел наличие частиц сказывается главным образом в появлении члена, описывающего дополнительное экспоненциальное затухание без существенного искажения спектра (т. е. результат работы [1], относящийся к случаю $\kappa \approx 0$, имеет в этой области универсальный характер). В области малых волновых чисел наблюдается не только появление дополнительного затухания, но и изменение вязкого затухания, а следовательно, и искажение энергетического спектра.

Таким образом, эффект присутствия частиц наиболее существен в диапазоне малых волновых чисел. Вопреки распространенным априорным утверждениям [2], именно в этой области волновых чисел и происходит наиболее значительное искажение энергетического спектра турбулентности, т. е. частицы способствуют, в первую очередь, вырождению крупных, а не мелких вихрей.

Используя выражение (8) и то обстоятельство, что при малых k функция $E(k, t_0) \sim k^4$, нетрудно получить выражение для следа корреляционного тензора $V_{i,i}$. Имеем

$$V_{i,i}(r, t) = 2 \int_0^\infty \frac{\sin kr}{kr} E(k, t) dk \sim$$

$$\sim \text{const } t^{-5/2} \left[3 - \frac{r^2(\rho + \kappa)}{4\nu\rho t} \right] \exp \left[- \frac{r^2(\rho + \kappa)}{8\nu\rho t} - 2c(\rho + \kappa)t \right] \quad (9)$$

Турбулентные пульсации жидкости при наличии взвешенных частиц затухают, следовательно, по закону

$$\langle u'^2 \rangle = \text{const } t^{-5/2} \exp [-2c(\rho + \kappa)t] \quad (10)$$

При $\kappa=0$ выражения (9) и (10) сводятся к полученным ранее для высокоинерционных частиц [1]. Заметим, наконец, что коэффициенты корреляций по-прежнему описываются гауссовой кривой. Так, для коэффициента продольной корреляции из (9) имеем

$$f(r, t) = \exp \left[- \frac{r^2(\rho + \kappa)}{8\nu\rho t} \right] \quad (11)$$

Отсюда следует, что микромасштабы турбулентности, определяемые через коэффициенты корреляций, уменьшаются в $[(\rho + \kappa)/\rho]^{1/2}$ раз по сравнению со случаем однородной жидкости. Процесс вырождения турбулентности смеси на конечном этапе будет, как и в случае однородной жидкости, автомодельным.

Отметим, что формулы (9), (10), (11) без учета множителя $\exp [-2c(\rho + \kappa)t]$ совпадают с соответствующими выражениями для турбулентности однородной жидкости, если вместо коэффициента кинематической вязкости ν ввести некий эффективный коэффициент $\nu^* = \nu\rho / (\rho + \kappa)$.

Заметим также, что (9) следует из асимптотического представления (8), справедливого при $vk^2 \ll c\rho$. Поэтому в выражении (9) и следующих за ним предельный переход при $\rho \rightarrow 0$ невозможен.

Авторы благодарны Г. И. Баренблатту за обсуждения работы.

Поступила 15 VI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Б у е в и ч Ю. А., Г у п а л о Ю. П. О влиянии взвешенных в жидкости частиц на вырождение изотропной турбулентности. ПМТФ, 1965, № 4.
2. Х и н ц е И. О. Турбулентность. Изд. иностр. лит., 1963.