

акции химической конденсации окиси в газовой фазе не успевает сформироваться за время полной газификации капли. Продукты испарения капли металла в газовой фазе не успевают сконденсироваться за время сгорания капли и остаются в газообразном состоянии (например, при горении алюминия [6]) в виде одноокиси и полуокиси алюминия  $\text{AlO}$  и  $\text{Al}_2\text{O}$ .

*Поступила 26 III 1975*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гремячkin B. M., Истратов A. G., Лейпунский O. I. Об образовании конденсированных частиц окиси при горении мелких капель металла.— ПМТФ, 1974, № 4, с. 70—78.
2. Блошенко B. I., Хайкин B. I. О стефановском потоке при гетерогенных химических реакциях.— «Журн. физ. химии», 1967, вып. 12.
3. Гиршфельдер, Кертисс, Берд. Молекулярная теория газов и жидкостей. M., ИЛ, 1961.
4. Ландау L. D., Лишинц Е. М. Механика сплошных сред. M., Гостехиздат, 1953.
5. Блошенко B. I., Мержанов A. G., Перегудов I. I., Хайкин B. I. К теории газофазного воспламенения капли. Горение и взрывы. Материалы III Всесоюзн. симпозиума по горению и взрыву. M., «Наука», 1972.
6. Гремячkin B. M., Истратов A. G., Лейпунский O. I. Модель горения мелких капель металла.— ФГВ, № 3, 1975.

УДК 533.601.155 + 536.423.4

#### ЭНТРОПИЙНАЯ КОРРЕЛЯЦИЯ СКАЧКОВ КОНДЕНСАЦИИ В ГИПЕРЗВУКОВЫХ СОПЛАХ

*A. B. Чирихин*

(Жуковский)

На основе приближенного решения [1] получена двухпараметрическая корреляция максимального переохлаждения (точки Вильсона) и распределения газодинамических параметров в зоне спонтанной конденсации гиперзвукового потока. Одним из параметров является энтропия газа в форкамере, другим — произведение степенной зависимости температуры торможения на отношение характерного размера критического сечения к тангенсу полуугла раствора сопла.

**1. Корреляция максимального переохлаждения.** В монографии [2] предложен способ приближенного расчета скачков конденсации в соплах, составной частью которого является определение максимального переохлаждения потока по методике [1]. Максимальное переохлаждение достигается вблизи точки Вильсона, а ее положение в сопле определяется критерием

$$(1.1) \quad dy/dx = dy_e/dx,$$

где  $y$  и  $y_e$  — неравновесная и равновесная степени конденсации;  $x$  — расстояние вдоль оси сопла. С учетом приведенных в [1] соотношений для

равновесной и неравновесной скорости конденсации в [1] критерий (1.1) представлен следующим образом:

$$(1.2) \quad a \frac{\Phi r^3}{u^4} \left(1 - \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{RT}{L}\right)^{-1} \left(\frac{dk}{dx}\right)^{-3} = - \frac{1}{pdx},$$

$$\Phi = \int_0^k (k-t)^2 \exp(-t^{-2}) dt, \quad k = b T^{3/2} \ln \frac{p}{p_s(T)},$$

где  $L$  — теплота парообразования;  $R$  — газовая постоянная;  $\kappa$  — показатель адиабаты;  $a$  и  $b$  — константы;  $T$  — статическая температура в точке Вильсона;  $p$  — давление;  $p_s(T)$  — давление насыщения при температуре  $T$ ;  $r$  — скорость роста капли [1].

Геометрия сопла и параметры торможения входят в уравнение (1.2) неявно, если конкретизировать форму сопла, то на основе (1.2) можно получить ряд новых результатов. Непосредственный практический интерес представляет класс сопел, определяемых формулой

$$(1.3) \quad A = A^0 / A^* = (1 + (x/r_*) \operatorname{tg} \gamma)^i, \quad i = 1, 2,$$

где  $A^0$  — площадь поперечного сечения;  $r_*$  — характерный размер критического сечения;  $\gamma$  — угол между образующей и осью сопла.

Критерий (1.1) для точки Вильсона формально аналогичен хорошо известному критерию Брея — Финни [3—5] для точки замораживания физико-химической релаксации высокоэнтальпийного потока. Используя подход, изложенный в [3, 4], преобразуем соотношение (1.2) применительно к классу сопел (1.3).

Известно, что интенсивное изменение газодинамических параметров, обусловленное конденсацией, начинается несколько ниже точки Вильсона. Это позволяет воспользоваться условием изэнтропичности для течения переохлажденного газа и выразить производные от  $k$  и  $p$  в (1.2) через  $T$  и энтропию потока  $S_0$

$$(1.4) \quad \frac{dk}{dx} = \frac{dk}{dT} \frac{dT}{dA} \frac{dA}{dx}, \quad \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dT} \frac{dT}{dA} \frac{dA}{dx},$$

$$\frac{dk}{dT} = b T^{1/2} \left( \frac{3}{2} \ln \frac{p}{p_s} + \frac{\kappa}{\kappa-1} - \frac{T}{p_s} \frac{dp_s}{dT} \right),$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{T}, \quad \frac{dA}{dT} = A \frac{(\kappa+1)T - 2T_0}{2(\kappa-1)T(T_0-T)},$$

$$\frac{dA}{dx} = i(\operatorname{tg} \gamma / r_*) A^{1-i},$$

$$A = c(\kappa) [T_0/(T_0-T)]^{1/2} (T_0/T)^{1/(\kappa-1)},$$

$$\ln p = \kappa/(\kappa-1) \ln T - (S_0 - S')/R,$$

где  $T_0$  — температура торможения;  $S'$  — энтропийная константа. Подставляя соотношения (1.4) в уравнение (1.2), получим выражение вида

$$(1.5) \quad c_i \frac{F_i^0(\kappa, T, S_0)}{2T_0 - (\kappa+1)T} (T_0 - T)^{(3i+1)/2i} T_0^{(\kappa+1)/2i(\kappa-1)} = r_* / \operatorname{tg} \gamma,$$

где  $c_i$  — константа, зависящая от физических свойств газа;  $F_i(\kappa, T, S_0)$  — функция энтропии и статической температуры в точке Вильсона.

Если ограничиться диапазоном параметров торможения, при которых состояние насыщения достигается в гиперзвуковой части сопла, то, пре-небрегая в (1.5) отношением  $T/T_0$  по сравнению с  $2/(\kappa + 1)$ , получим окон-чательный результат

$$(1.6) \quad c_i F_i(\kappa, T, S_0) = \varphi(r_*, \operatorname{tg} \gamma, T_0),$$

где

$$\varphi(r_*, \operatorname{tg} \gamma, T_0) = (r_*/\operatorname{tg} \gamma) T_0^{1/2(\kappa-1)-1/2}.$$

Уравнение (1.7) определяет статическую температуру в точке Виль-сона или максимальное переохлаждение как функцию энтропии  $S_0$  и па-раметра  $\varphi$ . При этом в потоках с одинаковыми значениями  $S_0$  будут дости-гаться одинаковые значения максимального переохлаждения, если гео-метрия сопла и температура торможения меняется в соответствии с усло-вием  $\varphi = \text{const}$ .

В рамках классической теории конденсации соотношение (1.6), как и исходное уравнение (1.2), справедливо для любых простых газов. Част-ный случай энтропийной корреляции (1.6) для течений в коническом сопле ( $i=2$ ) подтверждается экспериментально в работе [6].

**2. Корреляция распределения газодинамических функций.** Система газодинамических уравнений, применяемая обычно для расчета скачков конденсации, в одномерном приближении имеет вид [7]

$$(2.1) \quad \begin{aligned} \rho u A + y Q &= Q; [(1-y)/\rho] dp/dx = -udu/dx; \\ u^2/2 + c_p T - Ly &= H_0, p = \rho R T, \end{aligned}$$

где  $\rho$  — плотность;  $Q$  — расход;  $H_0$  — энтальпия торможения;  $c_p$  — теп-лоемкость.

Если задана геометрия струйки тока, то систему (2.1) можно свести к уравнению

$$(2.2) \quad \frac{du^2}{2dx} = \frac{c_p T - L(1-y)}{\kappa/(\kappa-1) - [(1-y)/u^2](c_p T + u^2)} \frac{dy/dx + c_p T(1-y)(1/A)}{dA/dx}.$$

Для начальной стадии конденсации в гиперзвуковой зоне течения ( $y \ll 1$ ,  $c_p T \ll u^2$ ) уравнение (2.2) упрощается

$$(2.3) \quad \frac{du^2}{2dx} = \left( \frac{du^2}{2dx} \right)_y + \left( \frac{du^2}{2dx} \right)_a = \frac{\kappa-1}{\kappa} (c_p T - L) \frac{dy}{dx} + \frac{\kappa-1}{\kappa} c_p T \frac{1}{A} \frac{dA}{dx},$$

где индексы  $y$  и  $a$  — составляющие производной (2.3), обусловленные соответственно фазовым и геометрическим воздействием. Подставляя (2.3) в уравнения сохранения энергии, импульса и уравнение состояния системы (2.1), в производных от температуры, давления и плотности также можно выделить фазовые составляющие. Таким образом,

$$(2.4) \quad \begin{aligned} (du^2/2dx)_y &= \psi_1(T) dy/dx; (dT/dx)_y = \psi_2(T) dy/dx; \\ (dp/dx)_y &= \psi_3(T, S_0) dy/dx; (d\rho/dx)_y = \psi_4(T, S_0) dy/dx. \end{aligned}$$

В соответствии с [2] скорость фазового перехода на начальной стадии конденсации определяется соотношением

$$dy/d\tau = \alpha(p/RT)r^3 \Phi(dk/d\tau)^{-3},$$

где  $\alpha$  — константа;  $\Phi$  — функция из (1.2).

Применяя подход, изложенный в п. 1, это уравнение можно представить в виде

$$(2.5) \quad dy/dx = \alpha(p/RT)(r^3\Phi/u^4)(dk/dT)^{-3}(dA/dT)^3(dA/dx)^3.$$

В гиперзвуковом приближении для класса сопел (1.3) уравнение (2.5) с учетом (1.4) сводится к уравнению

$$(2.6) \quad dy/dx = \alpha_i D_i(\kappa, T, S_0) [(r_*/\operatorname{tg} \gamma) T_0^{1/\kappa-1}]^{-2/3}.$$

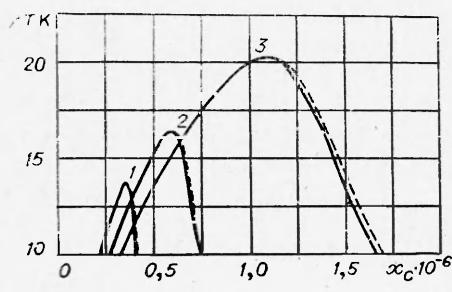
Объединяя соотношения (2.4), (2.6), приходим к выводу, что на начальном участке скачка конденсации (вблизи точки Вильсона) фазовые составляющие производных газодинамических функций будут зависеть только от энтропии и максимального переохлаждения, если в качестве аргумента использовать произведение переменной  $x$  и параметра

$$\zeta = [(r_*/\operatorname{tg} \gamma) T_0^{1/\kappa-1}]^{2/3}.$$

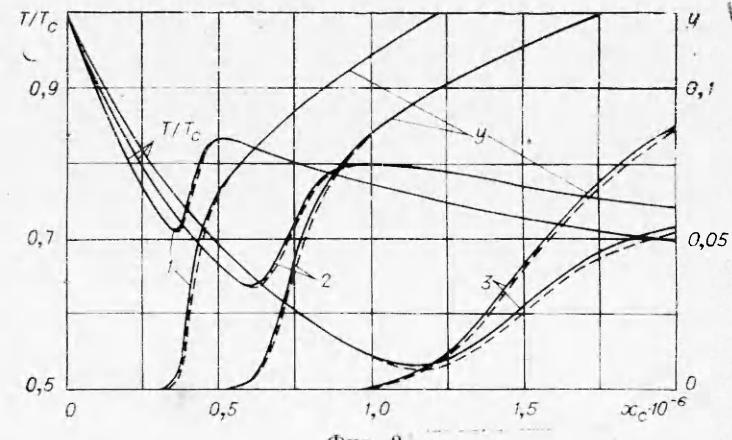
Согласно классической теории, предыстория расширения потока до состояния насыщения не влияет на процесс спонтанной конденсации. Поэтому очевидно, что в качестве независимой переменной  $x$  необходимо использовать расстояние от точки насыщения  $x_c^0$ .

Выводы проверялись параметрическими расчетами скачков конденсации в конических соплах. Расчет строился на основе системы уравнений работы [7]. Скорость роста капли определялась по уравнению, предложеному в работе [2]. В качестве рабочего газа рассматривался азот, причем учитывалась зависимость коэффициента поверхностного натяжения и плотности жидкой фазы от температуры [8].

Характерные результаты для трех значений энтропии  $S_0 = 5,3; 5,5; 5,7$  Дж/г·град (кривые 1—3 соответственно) и двух значений температуры торможения  $T_0 = 300$  К (сплошные) и 500 К (штриховые) представлены на фиг. 1,2. Во всех вариантах расчета значение параметра  $\varphi$  было одинаковым ( $\lg \varphi = 2,12$ ;  $r_*$ , см).



Фиг. 1



Фиг. 2

На фиг. 1 показано изменение переохлаждения потока  $\Delta T$ , а на фиг. 2—степени конденсации  $y$  и отношения  $T/T_e$  в зависимости от аргумента  $x_c = x_c^0 \zeta; x_c^0$ , см. ( $T_c$ —температура в точке насыщения).

Результаты расчета показывают высокую точность корреляции максимального переохлаждения потока по параметрам  $S_0$  и  $\varphi$ . При этом корреляция распределения газодинамических функций справедлива как для начальной стадии, так и для всей зоны спонтанной конденсации и обладает высокой степенью точности в широком диапазоне параметров торможения.

На основе полученной корреляции можно построить простую и достаточно точную методику инженерного расчета скачков конденсации.

Поступила 28 II 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Daum F. L., Gyarmathy G. Condensation of Air and Nitrogen in Hypersonic Wind Tunnels.—«J. AIAA», 1968, vol. 6, N 3. Рус. пер.—«Ракетн. техн. и космонавтика», 1968, № 3.
2. Салтанов Г. А. Сверхзвуковые двухфазные течения. Минск, «Вышешая школа», 1972.
3. Phinney R. Nondimensional Solutions of Flows with Vibrational Relaxation.—«J. AIAA», 1964, vol. 2, N 2. Рус. пер.—«Ракетн. техн. и космонавтика», 1964, № 2.
4. Чиркин А. В. Метод расчета температуры замораживания течения азота в гиперзвуковом сопле.—«Учен. зап. ЦАГИ», 1971, № 6.
5. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М., «Машгиз», 1972.
6. Hagena O. F., Obert W. Cluster Formation in Expanding Supersonic Jets: Effect of Pressure, Temperature, Nozzle Sise and Test Gas.—«J. Chem. Phys.», 1972, vol. 56, N 5.
7. Баханов В. П. Спонтанная конденсация водяного пара при течении в сверхзвуковом сопле.—«Труды Укр. НИГМИ», 1972, вып. 118, с. 46—59.
8. Griffin J. L., Sherman P. M. Computer Analysis of condensation in Highly Expanded Flows.—«J. AIAA», 1965, vol. 3, N 10. Рус. пер.—«Ракетн. техн. и космонавтика», 1965, № 10.

УДК 534.29

#### ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НА СТАЦИОНАРНОЕ ТЕЧЕНИЕ В КАНАЛЕ

B. A. Murga

(Новосибирск)

Рассмотрена задача о нахождении вторичного стационарного течения в плоском канале при условии, что на невозмущенное сжимаемое ламинарное течение накладывается звуковое поле. Показано, что при некоторых упрощающих условиях распределение скорости вторичного течения в пристенной области дается простым аналитическим выражением. В остальной области канала задача сводится к решению линейного обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка (в комплексных переменных); решение этой задачи получено численным методом. Для случая больших чисел Рейнольдса  $Re$  невозмущенного потока указанное уравнение преобразуется к уравнению Эйри. Результаты представлены графически.

1. Известно, что периодические возмущения скорости влияют на стационарное (осредненное) течение вязкой жидкости. Это происходит вследствие нелинейности уравнений гидродинамики. Нахождение осред-